

M

odelo predictivo de renta fija con redes neuronales

basado en proyecciones de asignación de activos de INVERSIONISTAS INSTITUCIONALES

JORGE RODRÍGUEZ*, LUIS NAPA**, GONZALO ROMERO*** Y MAXLERHC RUIZ****



* Especialista, Departamento de Gestión de Portafolios de Inversión del BCRP
jorge.rodriguez@bcrp.gob.pe



** Especialista, Departamento de Gestión de Portafolios Líquidos del BCRP
luis.napa@bcrp.gob.pe



*** Especialista, Departamento de Gestión de Portafolios Líquidos del BCRP
gonzalo.romero@bcrp.gob.pe



**** Especialista, Departamento de Gestión de Portafolios de Inversión del BCRP
maxlerhc.ruiz@bcrp.gob.pe

En este artículo se utiliza la metodología de Hasandovich (2010) para replicar los portafolios de inversionistas institucionales australianos con el objetivo de estimar la demanda por activos financieros. Esta información se utiliza para formar una predicción del diferencial de tasas de interés entre bonos del gobierno y bonos supranacionales con base en un modelo de redes neuronales que captura relaciones no lineales.

En la edición 197 de la revista *Moneda* se presentó el artículo “¿Cómo replicar retornos de *hedge funds*?” donde se explica cómo Hasanhodzic y Lo (2010) crearon un modelo para replicar los retornos de *hedge funds*. Se construyeron portafolios pasivos que invertían en factores de riesgo comunes, tales como el S&P 500 y el índice del dólar estadounidense (DXY), cuyos pesos en el portafolio fueron estimados mediante regresiones lineales de los retornos de los *hedge funds* sobre los factores de riesgo.

Dado que los *hedge funds* logran sus rendimientos exponiéndose a ciertos factores de riesgo comunes, existe la posibilidad de diseñar un portafolio con una estrategia pasiva y de bajo costo que emule sus características de riesgo y retorno (Lee & Lo, 2014).

En este artículo se utiliza la misma metodología de Hasanhodzic y Lo (2010), pero en lugar de replicar *hedge funds* se replican los retornos de 646 portafolios de inversionistas institucionales australianos¹. Con este modelo se obtiene como resultado una estimación de la demanda de estos inversionistas por diferentes activos financieros. Posteriormente, se utiliza esa información para predecir el diferencial de retornos de bonos supranacionales con respecto a los bonos gubernamentales utilizando un modelo de redes neuronales.

RÉPLICA DE LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIONISTAS INSTITUCIONALES

Esta sección detalla la metodología para la construcción de un portafolio de réplica de los inversionistas australianos, minimizando el *tracking error* (TE). Con ese fin, se utilizaron los retornos de 646 fondos de inversión australianos y se escogieron 11 activos. El seguimiento de los rendimientos de los inversionistas institucionales consiste en encontrar la combinación óptima de valores para minimizar los errores de seguimiento y su función objetivo se formula de la siguiente manera:

$$TE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=1}^N w_i r_{it} - R_t^I \right)^2,$$

donde R_t^I y r_{it} son los rendimientos a través del tiempo t del inversionista institucional y de los activos invertibles y w_i es el peso del activo i constituyente. Al usar la notación de matriz vectorial, el problema anterior se reformula con sus restricciones de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \min_w \frac{1}{T} \|Rw - R^I\|_2^2, \\ \text{sujeto a:} & \quad e^T w = 1 \\ & \quad w > 0 \end{aligned}$$



Dado que los *hedge funds* logran sus rendimientos exponiéndose a ciertos factores de riesgo comunes, **existe la posibilidad de diseñar un portafolio con una estrategia pasiva y de bajo costo que emule sus características de riesgo y retorno.**



donde $R^I = (R_1^I, R_2^I, \dots, R_T^I)$ es un vector de $T \times 1$ de rentabilidad del inversionista institucional y $R = (R_1, R_2, \dots, R_T)$ es una matriz $T \times N$, la cual es una concatenación horizontal de vectores $R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{iT})$ de $T \times 1$. Teniendo en cuenta las restricciones anteriores, la primera condición es la llamada restricción presupuestaria, que significa que todo el capital se invierte en la cartera del portafolio. La segunda condición denota posiciones largas en los constituyentes (Fengmin Xu, 2015).

Este problema también se puede considerar un problema de mínimos cuadrados de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar } \|Ax + b\|_2^2,$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $b \in \mathbb{R}^n$ son los parámetros del problema.

VARIABLES EXPLICATIVAS

Los índices utilizados para construir los portafolios réplica se enumeran en el Cuadro 1. Se han utilizado índices de rentabilidad total (incluidos dividendos y ganancias de capital) que los *superannuation funds*² emplean en la construcción de sus *benchmarks* (APRA, 2024). Las únicas modificaciones que se han realizado fueron la separación de los rendimientos de

¹ Son 646 portafolios los que han reportado retornos en todos los periodos trimestrales desde 2011 ante la Australian Prudential Regulation Authority (APRA).

² Los *superannuation funds* en Australia son fondos de pensiones gestionados por empresas privadas o por el gobierno. Estos fondos son obligatorios para la mayoría de los empleados en Australia y tienen un rol significativo en el mercado de renta fija. Estos fondos son grandes inversores institucionales que tienen la capacidad de invertir en una variedad de instrumentos financieros, incluidos bonos y otros activos de renta fija.

CUADRO 1 Descripción de variables explicativas

Clase de activos	Índice	Ticker de Bloomberg
Australian Equity	S&P/ASX Total Return 300 Index	ASA52
International equity	MSCI World Ex Australia Hedged AUD Net Total Return Index	WHANWHNR
Australian Listed Property	S&P/ASX 300 A-REIT Total Return Index	ASA6PROP
International Listed Property	FTSE EPRA Nareit Developed ex Aus Rental in AUD Hedged Net	TRAHRA
International Listed Infrastructure	FTSE Developed Core Infrastructure 100% Hedged to AUD Net Tax (Super) Index	FDCIISAH
Australian fixed income	ICE BofA All Maturity Australia Government Index	GJTO
International credit	Bloomberg Global-Aggregate Total Return Index	LEGATRAH
International Cash	Bloomberg AusBond Bank Bill Index	BAUBIL
Australian Infrastructure	MSCI Australia Infrastructure Net Total Return USD Index	M1AUOINF
Australian credit	ICE BofA Australia Corporate Index	AUCO
Australian Cash	ICE BofA Australian Dollar 3-Month Deposit Bid Rate Average Index	L5AD

FUENTE: APRA (2024).

bonos australianos en bonos del gobierno y bonos con *spread* y la incorporación de una variable de *money market*.

Un mapa de calor de correlaciones es una herramienta visual útil que permite explorar las relaciones entre diferentes variables o activos financieros en un conjunto de datos. En el Gráfico 1, cada celda representa la fuerza y dirección de la correlación entre dos variables, con colores que van desde tonos fríos (azules) para correlaciones negativas hasta tonos cálidos (rojos) para correlaciones positivas.

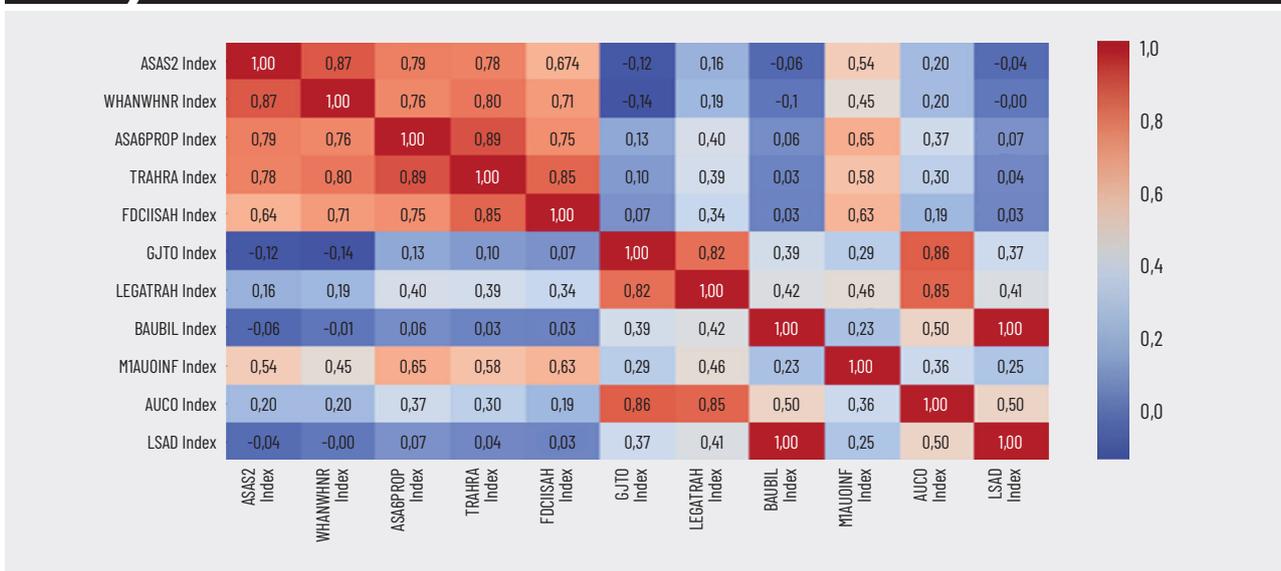
El mapa de calor revela que tanto las acciones (ASA52) como las propiedades listadas, australianas (ASA6PROP) e internacionales (TRAHRA) muestran una alta correlación y responden de forma similar ante

cambios económicos. De igual forma, la infraestructura listada internacional se mueve en paralelo con el mercado de acciones, reflejando su dependencia de la economía general. Contrariamente, los bonos del gobierno (GJTO) y corporativos australianos (AUCO), junto con la renta fija internacional (LEGATRAH), y los instrumentos de *money market* (L5AD) y *bills* (AUCO) presentan una dinámica distinta: altas correlaciones internas pero bajas con otros activos.

VARIABLES DEPENDIENTES

Los retornos de los portafolios de inversionistas institucionales fueron obtenidos a través de una base de datos proporcionada por la Autoridad de Regulación Prudencial Australiana (APRA, 2024). La correlación

GRÁFICO 1 Mapa de calor de correlaciones





Aunque el modelo tiene varias variables de real estate, estos no recogen la prima por liquidez del real estate no listado; por ese motivo **se observa que algunos portafolios de inversionistas institucionales cuentan con retornos superiores a los que obtiene el portafolio réplica.**



promedio entre los portafolios reportados al APRA es de 0,8847, lo que indica una fuerte asociación positiva en general. Sin embargo, se observa variabilidad en las correlaciones individuales, con valores mínimos y máximos de -0,2588 y 1,00, respectivamente. Esto sugiere que, mientras la mayoría de los portafolios está altamente correlacionada, otros muestran una relación más débil o incluso negativa.

RESULTADOS DEL MODELO

El Gráfico 2 muestra la distribución de *tracking error* de los 646 portafolios bajo niveles de *tracking error* anuales. Este es un indicador clave que mide la discrepancia entre el rendimiento del portafolio réplica y el del portafolio que se intenta replicar.

El bajo *tracking error* que se alcanzó es un reflejo de la capacidad del modelo para seguir de cerca las fluctuaciones del mercado y predecir el posicionamiento de los inversionistas institucionales. En los gráficos 3, 4, 5 y 6 se muestran los resultados de los dos *superannuation funds* más grandes de Australia.

El modelo predictivo sigue de cerca y consistentemente los rendimientos de los principales inversionistas institucionales australianos. Sin embargo, cabe señalar que este modelo predice mejor a los portafolios que cuentan con una menor proporción de *real estate* no listado dentro de sus activos. Este activo financiero es poco líquido y no se encuentra tanta información sobre él en las plataformas financieras. Aunque el modelo tiene diversas variables de *real estate*, estas no recogen la prima por liquidez del *real estate* no listado; por ese motivo se observa que algunos portafolios de inversionistas institucionales cuentan con retornos superiores a los que obtiene el portafolio réplica.

CREACIÓN DE CLUSTERS

Manejar 646 portafolios puede resultar ser poco práctico al momento de evaluar estrategias de inversión, mientras que agruparlos facilita su manejo. Una manera de hacer esto podría ser por tipo de estrategia de inversión; sin embargo, solo se tiene esa información de 200 portafolios, por lo que se descartó usar ese método de agrupación.

Como alternativa, se empleó el método de *clustering*. Este enfoque se basa en agrupar los diferentes portafolios utilizando un dato transversal, en este caso,

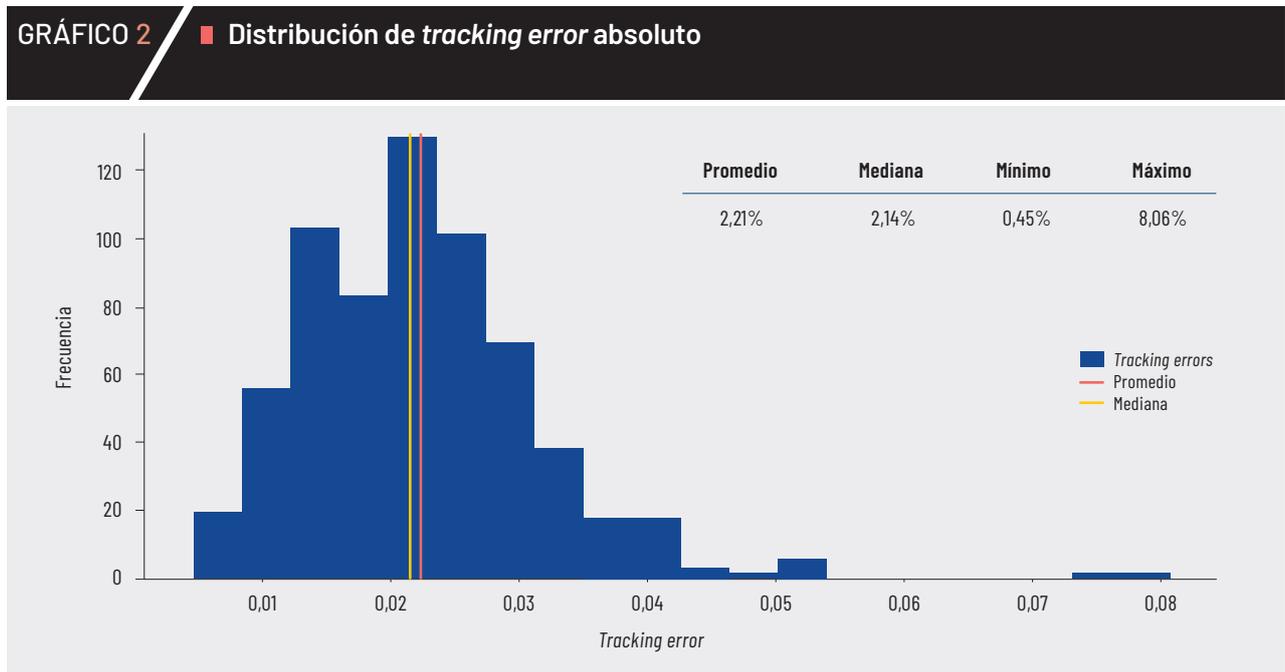


GRÁFICO 3 ■ Retorno actual y predicho: AustralianSuper



GRÁFICO 4 ■ Retorno acumulado actual y predicho: AustralianSuper

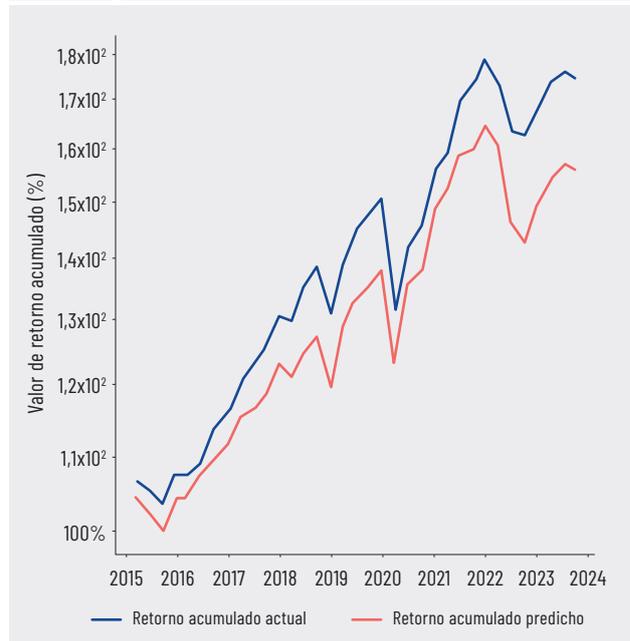


GRÁFICO 5 ■ Retorno actual y predicho: Commonwealth Super Corporation

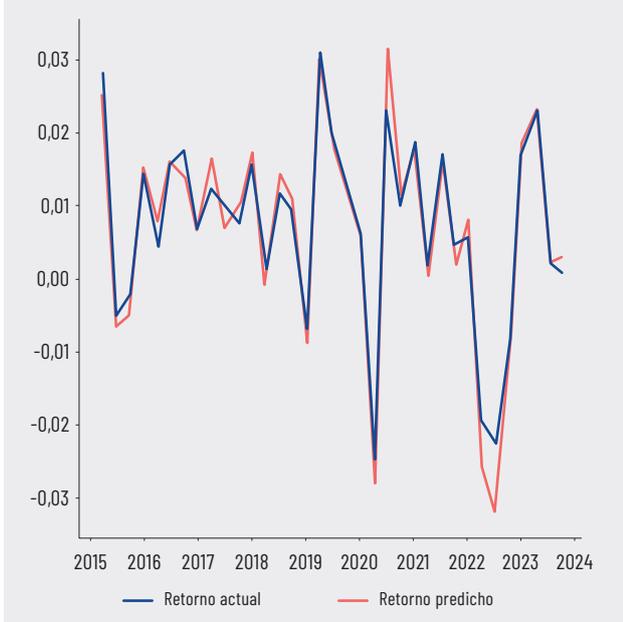
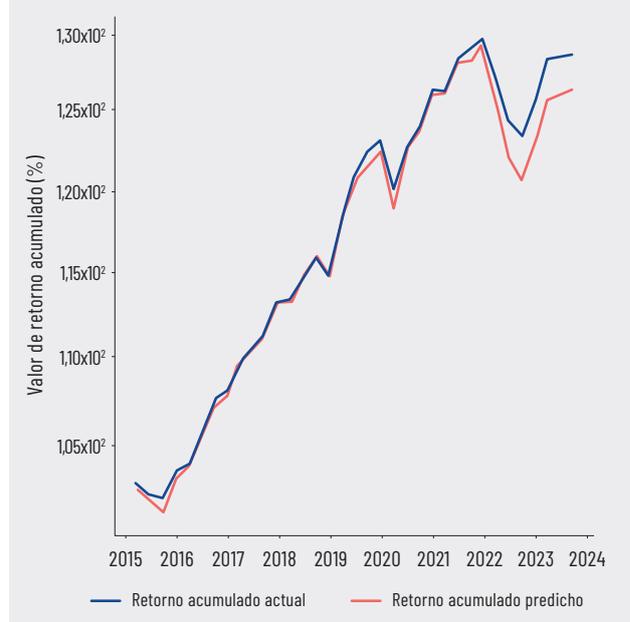


GRÁFICO 6 ■ Retorno acumulado actual y predicho: Commonwealth Super Corporation

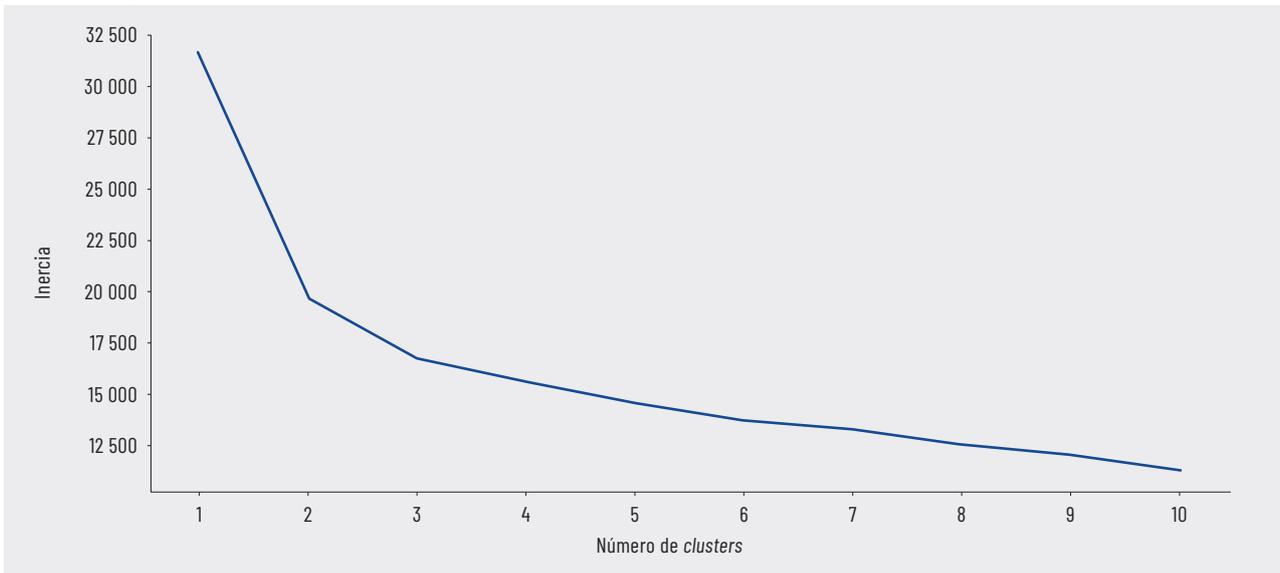


los retornos. Se utilizó el algoritmo *k-means*³ para el agrupamiento y el método del codo para determinar el número óptimo de grupos. Dicho método ayuda a

determinar el número óptimo de *clusters* tras analizar el punto en el que la inercia comienza a disminuir a un ritmo más lento.

³ El algoritmo *k-means* es un método de agrupación utilizado en análisis de datos para organizar una serie de puntos en grupos. Inicialmente, selecciona al azar ciertos puntos como centros de los grupos. Cada punto se asigna al centro más cercano, formando conglomerados preliminares. Posteriormente, recalcula los centros de estos grupos en función de los puntos asignados. Este proceso de asignación y recalculación continúa iterativamente hasta que la posición de los centros se estabiliza y establece así la agrupación definitiva.

GRÁFICO 7 ■ Método del codo para determinar el número óptimo de *clusters*



CUADRO 2 ■ Medidas estadísticas de los *clusters*

Cluster	Número de portafolios	Retornos anuales	Volatilidad	Asimetría	Curtosis
0	132	0,073	0,085	-1,310	2,782
1	169	0,059	0,085	-0,891	3,670
2	224	0,068	0,062	-1,257	2,377
3	121	0,091	0,103	-1,276	2,277

El primer paso para la creación de *clusters* es utilizar el método del codo que se visualiza en el Gráfico 7 para determinar el número de *clusters* óptimo. Durante los primeros cuatro grupos, la inercia disminuye de manera considerable; sin embargo, a partir del quinto, la reducción es marginal con cada agrupación adicional. Posteriormente, se calculan las métricas de retorno anualizado, volatilidad, asimetría y curtosis por *cluster*. Esto proporciona una visión general de las características de rendimiento de los fondos dentro de cada *cluster*.

Los *clusters* 0 y 1 muestran la misma volatilidad, pero el *cluster* 0 cuenta con una mejor relación riesgo-rendimiento. Por otro lado, el *cluster* 2 destaca por su reducida volatilidad, la que podría atraer a inversores con preferencias de menor riesgo. El *cluster* 3, aunque implica más riesgo por su alta volatilidad, compensa con el rendimiento anual más elevado de los cuatro, a pesar de que su asimetría negativa sugiere una tendencia a resultados más frecuentes debajo de la media. Los estilos de inversión de los *clusters* serían los siguientes:

- Cluster 0: riesgo moderado, rendimiento atractivo
- Cluster 1: riesgo moderado, rendimiento conservador

- Cluster 2: bajo riesgo, rendimiento estable
- Cluster 3: alto riesgo, rendimiento alto

Por último, se calculó el posicionamiento promedio de cada *cluster* en las diferentes categorías de activos a través del tiempo. Por ejemplo, el Gráfico 8 muestra los resultados del *cluster* 1.

El aumento de los pesos de *money market* ("L5AD") y *bills* ("BAUBIL") después de 2022 refleja una preferencia por liquidez y activos menos volátiles en respuesta a las tasas de interés al alza. Las acciones internacionales ("WHANWHNR"), que tenían un peso significativo, disminuyeron después de 2021, lo cual podría deberse a la búsqueda de seguridad en un ambiente de tasas crecientes que afecta negativamente a la renta variable internacional.

ESTRATEGIA QUE UTILIZA REDES NEURONALES

En el marco de este estudio, se diseñó y perfeccionó un modelo de aprendizaje profundo⁴ cuya finalidad es pronosticar si los retornos de bonos de cuasigobierno, compuestos por supranacionales y provincias, se desempeñarán mejor que los bonos del gobierno. Este

⁴ Se utilizó Keras para construir un modelo secuencial con tres capas principales: dos capas ocultas con 64 neuronas cada una y una capa de salida con una sola neurona. Las capas ocultas usaron la función de activación ReLU para introducir no linealidades, mientras que la capa de salida empleó una función lineal para la tarea de regresión. El optimizador Adamy la función de pérdida de error cuadrático medio se seleccionaron para entrenar el modelo.

GRÁFICO 8 ■ Precios promedios por factor a lo largo del tiempo del *cluster 1*

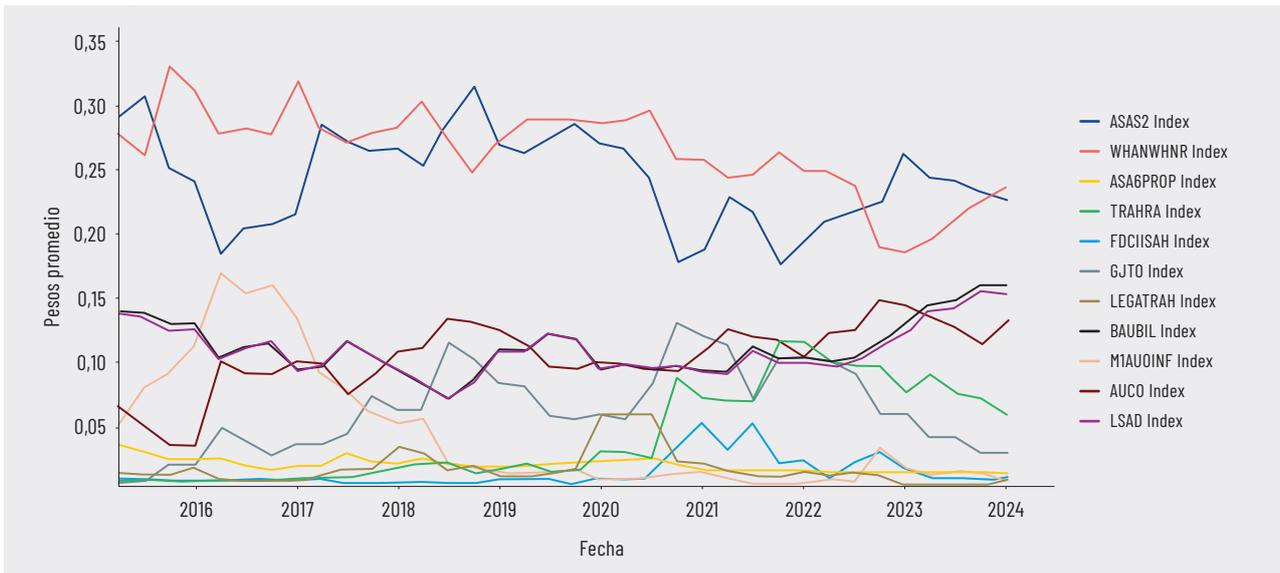
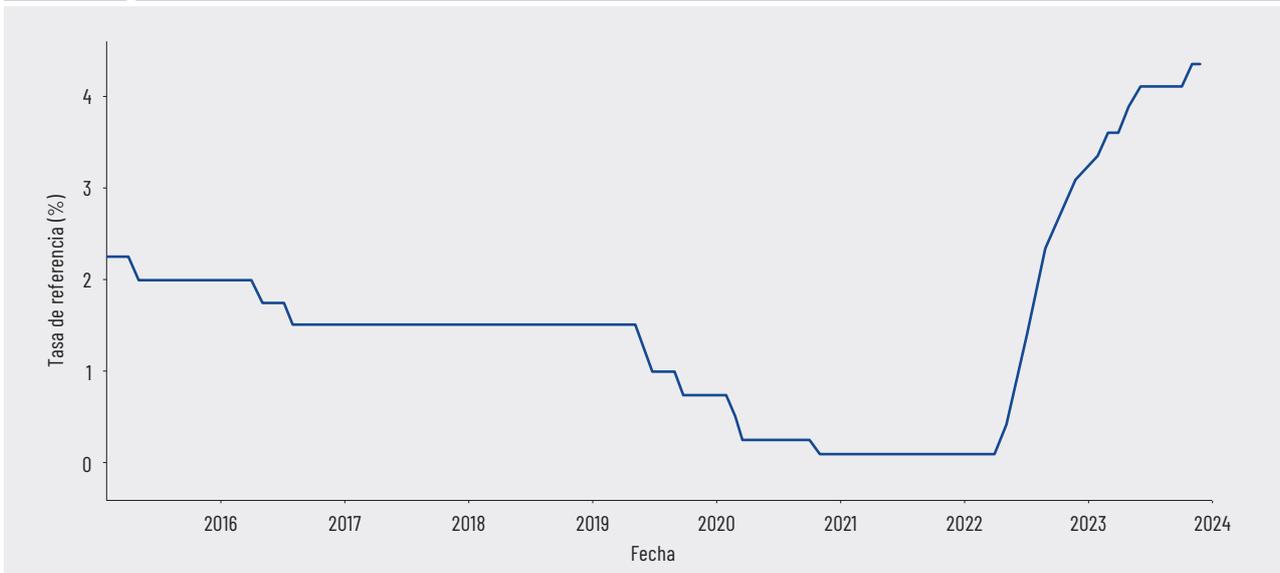


GRÁFICO 9 ■ Tasa de referencia del RBA a lo largo del tiempo



modelo utiliza como único *input* los pesos proyectados para cada *cluster* obtenidos en la sección anterior.

Para ello, el primer paso es recopilar los retornos de los índices de bonos de gobierno y cuasigobierno. Con respecto a bonos de cuasigobierno, se utilizaron AUQ1 de 1-3 años y AUQ2 de 3-5 años⁵. Asimismo, los índices de bonos del gobierno utilizados fueron G1T0 de 1-3 y G2T0 de 3-5 años⁶. Posteriormente, se dividió la base de datos en dos partes. La primera se utilizó para entrenar el modelo y abarcó el 70 por ciento de los

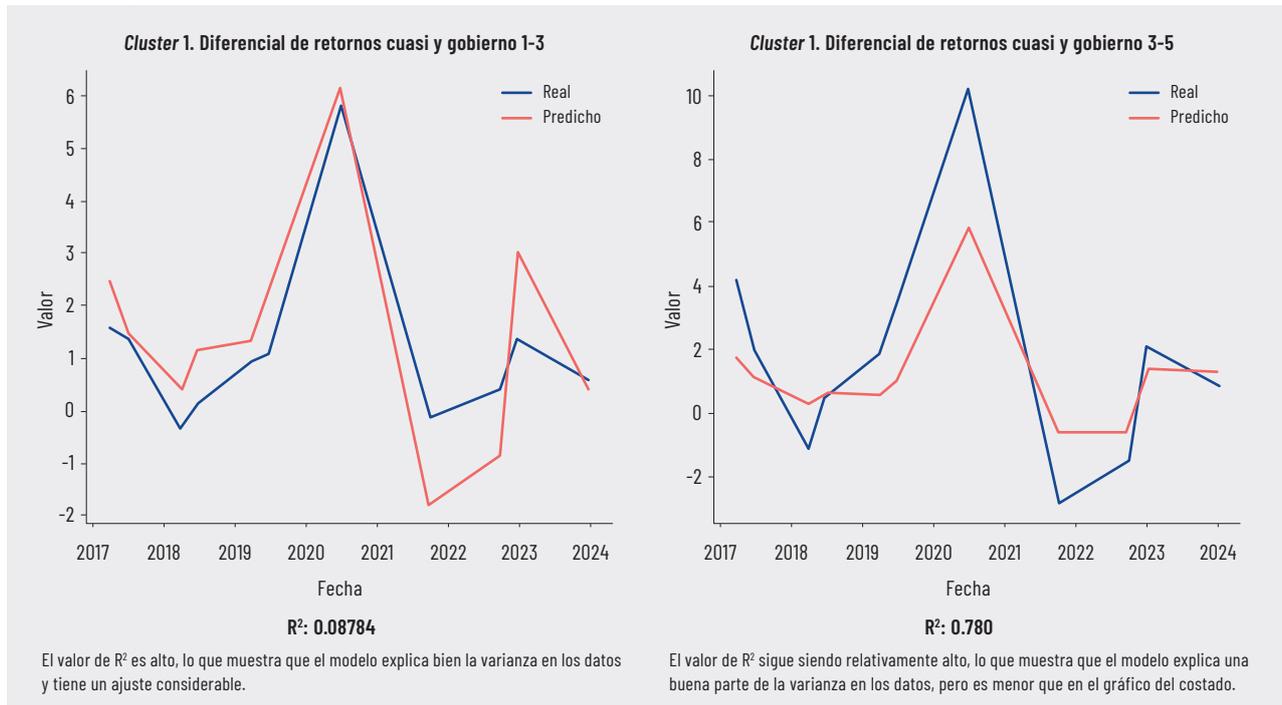
datos. La segunda parte de 30 por ciento sirvió para realizar la prueba *out-of-sample*, cuyos resultados se muestran en el Gráfico 10.

En ambos gráficos, los picos y valles de los valores reales y predichos siguen patrones similares, lo que indica que el modelo puede capturar la tendencia de los datos. Por otro lado, existen picos pronunciados, especialmente en 2019 y 2021, donde las predicciones y los valores reales se alinean estrechamente. Esto sugiere que el modelo tiene capacidad para predecir

5 AUQ1: ICE BofA 1-3 Year Australia Quasi-Government Index.
AUQ2: ICE BofA 3-5 Year Australia Quasi-Government Index.

6 G1T0: ICE BofA 1-3 Year Australia Government Index.
G2T0: ICE BofA 3-5 Year Australia Government Index.

GRÁFICO 10 ■ Diferenciales de retornos reales y predichos



cambios significativos en la diferencia de retornos. Sin embargo, hay algunos puntos, como a principios de 2020 y a mediados de 2023, donde las predicciones no coinciden tan estrechamente con los valores reales, lo que indicaría posibles áreas de mejora para el modelo.

El poder predictivo del modelo de redes neuronales se sustenta en que logra capturar relaciones no lineales entre los diferenciales de retornos de los inversionistas con los posicionamientos predichos para las diferentes clases de activos. Estas relaciones se pierden al utilizar un modelo lineal y se capturan al emplear un modelo de aprendizaje profundo o de clasificación.

Finalmente, los modelos neuronales pueden ayudar en la decisión de compra y venta de bonos supranacionales. Existe un amplio margen de investigación en el tema, tomando en cuenta que este estudio solo consideró componentes de demanda.

CONCLUSIÓN

En este artículo se demuestra la eficacia de la réplica de portafolios de inversión mediante la metodología establecida por Hasanhodzic y Lo, adaptada a los portafolios de inversionistas institucionales australianos. El modelo tiene la capacidad de emular los retornos de estos portafolios a través de un modelo pasivo y de bajo costo. Además, en este artículo se usó técnicas de *clustering* y redes neuronales para pronosticar diferenciales de retornos de dos tipos de bonos. Estas predicciones son útiles en el desarrollo de estrategias de portafolios de renta fija. Por último, los resultados sugieren que, aunque el modelo tiene un rendimiento robusto, hay espacio para mejorar la precisión de las predicciones agregando factores de oferta en el modelo de redes neuronales. Esto abre la puerta a futuras investigaciones para explorar cómo diferentes enfoques y datos adicionales pueden mejorar este modelo, lo que aumentaría su aplicabilidad y precisión.

BIBLIOGRAFÍA

- **Autoridad de Regulación Prudencial Australiana (APRA) (2024).** *Investment indices.* <https://www.apra.gov.au/investment-indices>
- **Autoridad de Regulación Prudencial Australiana (APRA) (2024).** *Quarterly Authorised Deposit-taking Institution Statistics.* <https://www.apra.gov.au/quarterly-authorised-deposit-taking-institution-statistics>
- **Fengmin Xu, Z. X. (2015).** *Sparse Index Tracking Based On L1/2 Model And Algorithm.* Arxiv.
- **Hasanhodzic, J., & Lo, A. (2010).** Can Hedge-Fund Returns Be Replicated?: The Linear Case. *Journal Of Investment Management*, 5(2).
- **Koyamada, K. (2024).** *Analysis and Visualization of Discrete Data Using Neural Networks.* World Scientific Publishing Company.
- **Lee, P., & Lo, A. (2014).** Hedge Fund Beta Replication: A Five-Year Retrospective. *Journal Of Investment Management.*
- **Wadia, Z., Perry, A., & Bottelli Jr., R. (2023).** *2023 Corporate Pension Funding Study.* <https://www.milliman.com/en/insight/2023-corporate-pension-funding-study>