

La Ley de BENFORD y su aplicación a la ECONOMÍA

CÉSAR CARRERA*

La Ley de Benford o Ley del Primer Dígito ha sido utilizada por diferentes investigadores para validar hipótesis relacionadas con la confiabilidad de los datos. Usualmente se evalúa si los datos han sido modificados o manipulados. Recientemente con esta ley se intenta validar nociones de valores de equilibrio que se debería observar a lo largo de un periodo.



** Especialista en Investigación Económica del BCRP
y profesor de la Universidad del Pacífico
cesar.carrera@bcrp.gob.pe

En 1938, el físico Frank Benford fue quien notó cierta regularidad en la forma cómo se registra el primer dígito de diferentes conjuntos de datos. Su investigación se centró en evaluar los datos de 20 diferentes fuentes. En su estudio se concluye que el primer dígito de los diferentes datos es usualmente el 1; luego el 2; el 3, y así sucesivamente.

El conjunto de datos con los que inicialmente trabajó Benford incluye los del área que cubre 335 ríos, el tamaño de 3 259 poblaciones en los Estados Unidos, el peso de 1 800 moléculas y la dirección de las primeras 342 personas que se encuentran registradas en el directorio “*American men of science: a biographical directory*.” En total, Benford recolectó 20 229 observaciones para establecer su conclusión con respecto al primer dígito.

Las aplicaciones en la física, estadística e ingeniería son múltiples. Las propiedades que implica esta ley requieren cierta regularidad en los datos observados. Es por ello, que la Ley de Benford ha recibido especial atención en contabilidad para detectar fraudes en el pago de impuestos y en ciencias sociales como la economía, ya que permite evaluar patrones que indiquen desvíos respecto a valores de equilibrio.

LA LEY DE BENFORD

En Benford (1938), se señala que para cualquier conjunto de datos la probabilidad de que el primer dígito sea el número 1 es mayor a que el primer dígito sea el número 2; la probabilidad de que el primer dígito sea el 2 es mayor que el 3; y así sucesivamente hasta el 9. En otras palabras, la probabilidad de que un dígito cualquiera sea el primer dígito decrece logarítmicamente según el valor del dígito aumenta desde el 1 al 9. Esta observación es conocida en la literatura académica como Ley de Benford o la Ley del Primer Dígito.

La distribución estadística y la generalización de la Ley de Benford se puede representar como una función logarítmica decreciente (ver Gráfico 1).

Esta ley se puede generalizar tanto para números, con una base diferente de 10, como para posiciones posteriores en un número (como por ejemplo, el segundo dígito).

PROPIEDADES DE LA LEY DE BENFORD

Para que la Ley de Benford se cumpla, se requiere que los datos se realicen libremente i.e. que no existan restricciones en la realización de una observación nueva. Diversos estudios muestran que la realización de un proceso generador de datos que no tiene restricciones tiende a cumplir con la Ley de Benford.

La mayoría de estudios en ciencias sociales tratan de argumentar que datos fabricados o que no se encuentran relacionados tienden a no cumplir con la distribución que la Ley de Benford implica. Entonces, cuando el desvío con respecto a la Ley de Benford es sistemática, los investigadores argumentan que los datos son fraudulentos o existe intervención que no es autorizada en el registro de los valores de la variable de interés.

BREVE RESEÑA DE LAS APLICACIONES EN ECONOMÍA

Uno de los primeros trabajos en utilizar la Ley de Benford en ciencias sociales es Varian (1972). El autor argumenta que esta ley permite detectar posibles fraudes en datos socio-económicos porque la gente que inventa cifras tiende a distribuir los dígitos de manera uniforme. Al comparar los datos que se generan de manera artificial con la distribución de la Ley de Benford se debería encontrar diferencias significativas. El mismo argumento se utiliza en Nigrini (1999) quien muestra que la ley es muy útil para realizar auditorías y detectar fraudes en la declaración de impuestos.

Otros usos más recientes que se le da a la Ley de Benford es utilizar esta ley como referente de la normal realización de precios. El Sehity y otros (2005) utilizó esta ley en el proceso de formación de precios en diferentes ciudades que empezaron a utilizar el euro por primera vez en 2002 y encontró que los vendedores minoristas preferían colocar precios ligeramente menores de números completos para inducir psicológicamente en el consumidor la idea de que está comprando un bien más barato. Este autor encuentra que la tendencia de los precios que se registraban en estas ciudades difiere de los patrones de precios que se venían registrando en otras, donde el euro era usado de forma regular.

En finanzas se utiliza la idea de barreras psicológicas en la formación de precios de activos. Por ejemplo, De Grauwe y Decupere (1992) estudian el caso de acumulación de realizaciones del tipo de cambio del dólar de los Estados Unidos contra el marco alemán y del dólar contra el yen japonés alrededor de valores considerados “límites”. La

GRÁFICO 1 ■ Distribución estadística de la Ley de Benford

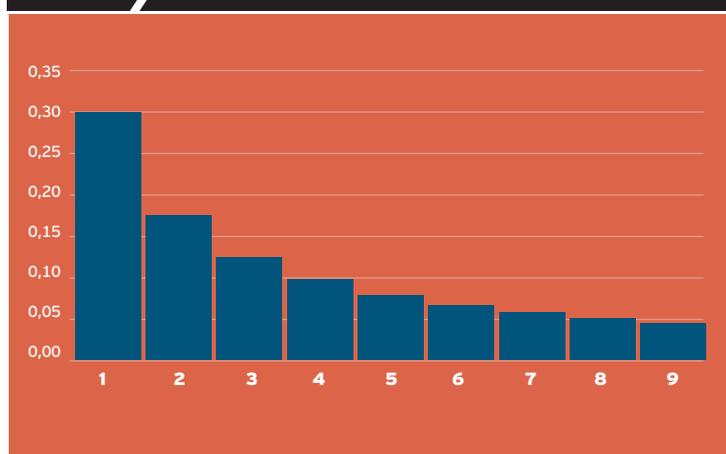
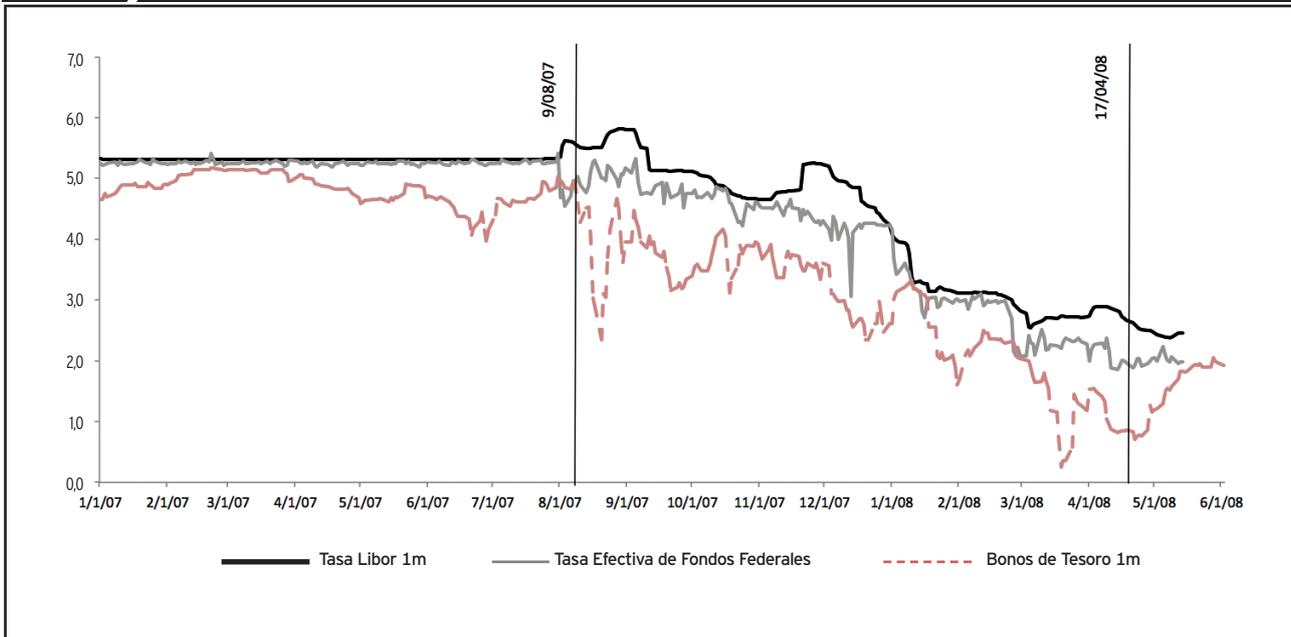


GRÁFICO 2 ■ Tasas de obtención de fondos de corto plazo



FUENTE: ABRANTES-METZ Y OTROS (2011).

formación de expectativas con respecto al valor más alto o bajo posible determina que se observe el mismo precio por varios periodos. Con ello, se justifica la existencia de barreras psicológicas en el mercado de activos financieros en general (para otras aplicaciones, ver Ley, 1996; y, De Ceuster y otros, 1998; Aggarwal y Lucey, 2007; y, Dorfleitner y Klein, 2009).

Un uso de la Ley de Benford se concentra en la detección de conspiraciones y manipulaciones como en Abrantes-Metz y Bajari (2009). Ejemplos más recientes en Abrantes-Metz y otros (2011), que estudia el caso de la manipulación de la tasa LIBOR, y Carrera (2015) que estudia el caso de las intervenciones en el mercado FOREX.

Abrantes-Metz y otros (2011) concentra esfuerzos en identificar desviaciones de la tasa LIBOR de sus valores de equilibrio mediante la evaluación por diferentes tramos temporales. Los autores argumentan que las realizaciones de la tasa LIBOR deberían satisfacer la Ley de Benford en ausencia de coordinación por parte de los bancos comerciales. En este estudio, los autores encuentran desviaciones significativas de la LIBOR con respecto a la Ley de Benford entre el 9 de agosto de 2007 y el 16 de abril de 2008, periodo en el cual se sospecha hubo manipulación de la tasa por parte de los bancos comerciales más grandes del mundo. Para concluir, ello también se comparó con lo sucedido con otras fuentes de financiamiento de corto plazo, las cuales sí satisfacen la distribución implícita en la Ley de Benford (ver Gráfico 2).

En Carrera (2015), el enfoque es algo diferente. El autor argumenta que la Ley de Benford es un buen

referente para estudiar las desviaciones del tipo de cambio en diferentes países latinoamericanos con respecto a un nivel de equilibrio implícito. En otras palabras, no se puede saber cuán desviado está el tipo de cambio pero sí podría existir evidencia de desvío sistemático. Para ello, el autor compara las realizaciones del dólar y el euro y encuentra que el dólar falla en respetar la Ley de Benford en tanto que el euro cumple con esta ley.

REFERENCIAS

- **Abrantes-Metz, R., Villas-Boas, S., Judge, G., 2011.** Tracking the Libor Rate. *Applied Economic Letters* 18, 893 - 899.
- **Abrantes-Metz, R., Bajari, P., 2009.** Screens for Conspiracies and their Multiple Applications. *Antitrust Magazine*, diciembre.
- **Aggarwal, R., Lucey, B., 2007.** Psychological Barriers in Gold Prices? *Review of Financial Economics*, 16, 217-230.
- **Benford, F., 1938.** The Law of Anomalous Numbers. *Proceedings of the American Philosophy Society*, 78, 551 - 572.
- **Carrera, C. (2015).** "Tracking the Exchange Rate Management in Latin America." *Review of Financial Economics*, Elsevier, vol. 25(C), 35-41.
- **De Ceuster, M., Dhaene, G., Schatteeman, T., 1998.** On the Hypothesis of Psychological Barriers in Stock Markets and Benford's Law. *Journal of Empirical Finance*, 5, 263-279
- **De Grauwe, P., Decupere, D., 1992.** Psychological Barriers in the Foreign Exchange Market. *Journal of International and Comparative Economics* 1, 87-101.
- **Dorfleitner, G., Klein, C., 2009.** Psychological Barriers in European Stock Markets: Where are They? *Global Finance Journal* 19, 268-285.
- **El Sehity, T., Hoelzl, E., Kirchner, E., 2005.** Price Developments after a Nominal Shock: Benford's Law and Psychological Pricing after the Euro Introduction. *International Journal of Research in Marketing*, 22, 471-80.
- **Ley, E., 1996.** On the Peculiar Distribution of the U.S. Stock Indexes' Digits. *American Statistician*, 50 (4), 311-313.
- **Nigrini, M., 1999.** I've got your Number. *Journal of Accountancy*, 187(5), 79-83.
- **Varian, H., 1972.** Benford's Law. *American Statistician*, 26, 65.