



¿Existe un tramo horizontal en la curva de Phillips? Perú 2005-2017

CARLOS BARRERA*

Se analiza si la existencia de un tramo relativamente horizontal en la curva de Phillips puede explicar una baja reacción de la inflación agregada. Se parte de un modelo lineal semi-estructural para las curvas de Phillips regionales, donde el parámetro asociado a la brecha del producto en la curva agregada está identificado a pesar de que las acciones compensatorias de política monetaria siguen una regla óptima. La versión no lineal de dicho modelo regional permite que la relación entre la inflación y la brecha del producto cambie de manera continua, según el rango de variación de la brecha del producto, pudiendo suceder que la curva de Phillips regional contenga un tramo relativamente horizontal. La evidencia empírica (i) no favorece la hipótesis de que el parámetro principal sea nulo en los modelos lineales y en el modelo no lineal que considera heterocedasticidad regional, y (ii) solo el modelo no lineal que asume homocedasticidad regional favorece la hipótesis de que existe de un tramo horizontal.

Palabras Clave : Política Monetaria Endógena, Estabilidad de la Curva de Phillips.

Clasificación JEL : E52, E58

1. INTRODUCCIÓN

La estimación de la curva de Phillips, es decir, la relación entre la inflación (π) y un indicador de actividad económica u holgura, se ha realizado típicamente con series de tiempo agregadas y una especificación lineal. Si el indicador de actividad usado es la brecha del producto,¹ y^g, entonces el parámetro que acompaña a y^g será positivo y la relación entre π e y^g será directa.² Una amplia literatura ha documentado en varias economías la presencia del fenómeno denominado aplanamiento de la curva de Phillips, donde se ha observado una reducción (en valor absoluto) en su parámetro principal.

Recientemente, estos hallazgos han sido explicados como resultado de problemas en el diseño del modelo subyacente: el parámetro principal en dicha especificación lineal agregada no está identificado

* Barrera: Banco Central de Reserva del Perú (correo electrónico: carlos.barrera@bcrp.gob.pe).

¹ La diferencia entre el producto real corriente y el producto real potencial.

² En una especificación lineal [no lineal separable], denominaremos coeficiente principal [función principal] a aquél [aquella] que relaciona π con y^g (alternativamente, π con u^g), mientras que los otros coeficientes [las otras funciones] relacionan π con las otras variables presentes, tales como expectativas de inflación, precios de divisas, precios de *commodities* específicos, etc.

cuando las acciones compensatorias de política monetaria sobre dichos agregados son óptimas (Fitzgerald y Nicolini, 2014; McLeay y Tenreyro, 2018).³ Siguiendo en estricto a Fitzgerald y Nicolini (2014), la solución es usar un modelo de datos de panel dinámico lineal que contemple una relación entre la inflación π y el indicador de actividad y^g en cada región sujeta a una misma autoridad monetaria, y con el mismo parámetro principal para todas las regiones (aunque incluyendo los efectos individuales). Luego de considerar suficientes controles asociados a los choques de oferta y demanda, la variación remanente en los cortes transversales a través del tiempo permite estimar con precisión el parámetro principal de estas curvas de Phillips regionales, aunque las acciones compensatorias de política monetaria sobre los agregados sean óptimas. Es así como el parámetro principal de la curva de Phillips agregada puede ser estimado, a pesar de no estar identificado con los datos agregados.

El fundamento de esta explicación para el aplanamiento de la curva de Phillips es el supuesto mantenido de que la autoridad monetaria comete muy pocos errores en sus decisiones de política monetaria para lograr su meta de inflación agregada durante el periodo bajo estudio. Este estadio es claramente una situación a la que se puede llegar luego de que una autoridad monetaria ha obtenido independencia legal para cumplir con su objetivo primario y de acumular una experiencia operativa mínima bajo el esquema de metas de inflación.⁴ Esta es la experiencia del Banco Central de Reserva del Perú desde inicios de los 90.⁵ Sobre esta base, el primer objetivo de este estudio es estimar las curvas de Phillips regionales del Perú en un modelo dinámico lineal de datos de panel con los datos regionales del Perú para el periodo 2005-2017.

Existe otra explicación para el aplanamiento de la curva de Phillips en la literatura anterior, que es la referida a la necesidad de usar una curva de Phillips convexa (Laxton y otros, 1995, 1999), tal como A.W.H. Phillips intentara sustentar usando la tasa de desempleo, u , como indicador de actividad. Bajo esta perspectiva, si la respuesta de π ante cambios marginales en la tasa de desempleo u^g se reduce (en términos absolutos) para rangos sucesivamente crecientes de u^g , entonces la especificación lineal no es correcta (ni con series agregadas ni con datos de panel).

Este estudio propone combinar ambas explicaciones mediante el uso de curvas de Phillips regionales y convexas. Se plantea usar términos no lineales separables que capturen la no linealidad específica de la relación entre π y y^g . En este caso, el parámetro principal pasa a ser una función principal, compuesta por dos subfunciones separables, una lineal y otra no lineal.

La segunda sección describe el problema de identificación que surge de acciones compensatorias óptimas en un modelo lineal, de acuerdo con Fitzgerald y Nicolini (2014), así como en la versión no lineal que se propone en este trabajo. La tercera sección presenta los datos y la metodología para estimar las especificaciones del modelo no lineal propuesto para las curvas de Phillips regionales. La cuarta sección resume los resultados de las estimaciones y en comparación con los de la versión lineal à lo Fitzgerald y Nicolini (2014). La última sección brinda las conclusiones.

2. MODELO TEÓRICO

Se parte de Fitzgerald y Nicolini (2014) para apreciar el problema de identificación originado por las acciones de control de la autoridad monetaria en modelos lineales (subsección 2.1), cuya solución es la

³ Este concepto de identificación de parámetros está relacionado al *feedback* de las acciones de control, en contraste con el asociado al diseño de modelos multi-ecuacionales sin acciones estabilizadoras.

⁴ Las simulaciones en McLeay y Tenreyro (2018) supone haber alcanzado este estadio.

⁵ Ver Barrera (2018). El esquema de metas de inflación fue adoptado internamente en 1993 usando instrumentos cuantitativos y formalmente en 2002 usando la tasa de interés *overnight* en el mercado de fondos interbancarios como instrumento de política.

estimación de líneas de Phillips regionales (subsección 2.2). Luego, se presenta la generalización de dicho problema de identificación en modelos no lineales así como su solución mediante la estimación de curvas de Phillips regionales (subsección 2.3).

2.1. EL ESQUEMA DE IDENTIFICACIÓN DE FITZGERALD Y NICOLINI (2014)

Partiendo de Fitzgerald y Nicolini (2014), se asume una economía con un único bien, un único insumo (trabajo)⁶, con un conjunto de N regiones muy similares, con características comunes como la existencia de fricciones de precios al interior de cada una de ellas, de una misma moneda (unidad de cuenta), del mismo sistema legal, del mismo sistema financiero, etc. Por lo tanto, todas ellas están sujetas a las mismas acciones de política monetaria de la única autoridad monetaria (reflejadas en los cambios en la tasa de interés r_t). Se deduce que, de una manera que no es trivial, todas ellas comparten los mismos parámetros en las ecuaciones estructurales siguientes:

$$\begin{aligned}\pi_{j,t+1} &= a + b\pi_{j,t} + cu_{j,t} + di_t + \epsilon_{j,t+1}^\pi + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{j,t+1} &= a' + b'\pi_{j,t} + c'u_{j,t} + d'i_t + \epsilon_{j,t+1}^u + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{1}$$

que corresponden a la solución del modelo NAIRU-keynesiano (sin microfundamentos) para la región j en términos de su inflación ($\pi_{j,t}$) y su tasa de desempleo ($u_{j,t}$). El signo del parámetro más importante se supone negativo, $c < 0$.⁷ La autoridad monetaria modifica su instrumento de política i_t antes de observar los choques del siguiente periodo $t + 1$, con efectos inmediatos proporcionales a $\{d, d'\}$ sobre las dos variables endógenas en cada región. Las propiedades del choque regional (idiosincrásico), $\epsilon_{j,t}^m$, $m \in \{\pi, u\}$ y del choque agregado, ξ_t^m , $m \in \{\pi, u\}$ (ambos en el periodo t), son:

- $\epsilon_{j,t}^m$ y ξ_t^m son independientes, $m \in \{\pi, u\}$, $\forall t$; y
- $E_t\{\epsilon_{j,t}^m\} = E_t\{\xi_t^m\} = 0$, $m \in \{\pi, u\}$ (medias incondicionales son cero).

Adicionalmente, Fitzgerald y Nicolini (2014) asume que todas estas regiones son economías relativamente cerradas respecto al insumo trabajo: la migración interna entre dos períodos de tiempo continuos es mínima, debido al elevado costo de mudarse de una región a otra.⁸ Si se define los siguientes agregados:

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= \sum_{j=1}^N \pi_{j,t+1} \\ u_{t+1} &= \sum_{j=1}^N u_{j,t+1}\end{aligned}\tag{2}$$

⁶ Esto contrasta con la lista de insumos regionales incluidos en la presente frontera estocástica de producción (FEP): la PEA ocupada, la red vial total, el consumo de energía eléctrica, el área agrícola sembrada, etc. Ver sección 3

⁷ Si la variable de holgura fuera u^g , este parámetro también sería negativo. Si por el contrario fuera la brecha del producto, entonces $c > 0$.

⁸ Estos costos son mínimos en el caso de la economía americana considerado por Fitzgerald y Nicolini (2014), por lo que incluso en este caso, este supuesto contrario a los hechos (no fáctico) ayuda a simplificar el modelo.

entonces la solución para la región j de la ecuación (1) implica la siguiente solución para el conjunto de regiones, el equilibrio agregado:⁹

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + cu_t + di_t + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + d'i_t + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{3}$$

Nótese que este modelo (ecuaciones 1 y 3) es estructural porque considera los típicos rezagos de política monetaria (ver Dolado y otros, 2005; Schaling, 2004).

Respecto a la regla de política, la autoridad monetaria puede seguir una regla extremadamente subóptima, como por ejemplo una regla de tasa de interés constante, $i_{t+k} = \tilde{i} > 0, \forall k > 0$. Con esta regla, los niveles del equilibrio agregado para π_{t+1} y u_{t+1} , son:

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + cu_t + d\tilde{i} + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + d'\tilde{i} + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{4}$$

Con esta regla subóptima sí existe una relación lineal entre el desempleo corriente y la inflación futura que permite identificar el parámetro c usando los datos agregados. Lo mismo es factible si la ecuación (4) se expresa en términos del cambio en el equilibrio agregado para ambas variables:

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} - \pi_t &= b(\pi_t - \pi_{t-1}) + c(u_t - u_{t-1}) + (\xi_{t+1}^\pi - \xi_t^\pi) \\ u_{t+1} - u_t &= b'(\pi_t - \pi_{t-1}) + c'(u_t - u_{t-1}) + (\xi_{t+1}^u - \xi_t^u)\end{aligned}\tag{5}$$

donde el cambio en ambas variables no es afectado por la tasa de interés constante \tilde{i} .

En contraste, si la autoridad monetaria prioriza el objetivo de que la inflación agregada en el futuro, $\{\tilde{\pi}_{t+k}\}_{k \geq 1}$, se encuentre muy cerca de la secuencia para la inflación agregada meta, $\{\tilde{\pi}_{t+k}\}_{k \geq 1}$, entonces debe resolver el siguiente problema en cada periodo t :

$$\underset{\{i_t\}}{\text{Min}} \quad E_t[\pi_{t+1} - \tilde{\pi}_{t+1}]^2\tag{6}$$

sujeta a la restricción de la ecuación (3). La regla óptima de política considera tanto el equilibrio agregado observado $\{\pi_t, u_t\}$ como la meta $\tilde{\pi}_{t+1}$:

$$i_t^* = \frac{1}{d}[\tilde{\pi}_{t+1} - (a + b\pi_t + cu_t + E_t \xi_{t+1}^\pi)]\tag{7}$$

por lo que el equilibrio agregado para π_{t+1} resulta en:

$$\pi_{t+1}^* = \tilde{\pi}_{t+1} + \xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi\tag{8}$$

que depende del comportamiento de la meta $\tilde{\pi}_{t+1}$. Como regla general, esta meta interna no es observable por los agentes privados de cada región j cuando la autoridad monetaria no ha adoptado un esquema de metas explícitas de inflación (una excepción reciente respecto a esta regla es Estados Unidos). De acuerdo con la regla general, Fitzgerald y Nicolini (2014) considera dos casos para esta meta de inflación:

- **Meta constante:** si se asume que la meta es $\tilde{\pi}_{t+k} = \tilde{\pi}, \forall k > 0$, entonces es conveniente obtener el cambio

⁹ La ausencia de ponderadores también proviene del supuesto de regiones similares, así como los mismos coeficientes $\{a, a', b, b', c, c', d, d'\}$ (en particular, el mismo parámetro clave, c).

en el equilibrio agregado para π_t de la ecuación (8):

$$\pi_{t+1}^* - \pi_t^* = (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) - (\xi_t^\pi - E_{t-1} \xi_t^\pi) \quad (9)$$

que no tiene relación ni con el nivel de la tasa de desempleo u_t ni con su cambio de equilibrio, $u_{t+1} - u_t$. Al buscar estabilizar π_{t+1} de acuerdo con la ecuación (6), se anula el efecto directo de u_t , proporcional al parámetro c , que solo se observaría si la autoridad monetaria hubiera seguido una regla de política subóptima.¹⁰

- Banda meta: si se asume que la meta se define en cada periodo t , $\tilde{\pi}_t$, según la posición de π_{t-1} (observable) respecto a una banda $[\underline{\pi}, \bar{\pi}]$:

$$\tilde{\pi}_t = \begin{cases} \pi_{t-1}, & \text{si } \pi_{t-1} \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]; \\ \bar{\pi}, & \text{si } \pi_{t-1} > \bar{\pi}; \\ \underline{\pi}, & \text{si } \pi_{t-1} < \underline{\pi}. \end{cases} \quad (10)$$

entonces, para el primer caso en el que $\pi_{t-1} \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$, se cumple que $\tilde{\pi}_{t+1} = \pi_t$, y se puede deducir que el nivel de equilibrio para π_{t+1} es:

$$\pi_{t+1}^* = \pi_t + \xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi \quad (11)$$

y que el cambio de equilibrio de la inflación es:

$$\pi_{t+1}^* - \pi_t = \xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi \quad (12)$$

es decir, π_{t+1} es un camino aleatorio y ninguna variable en el conjunto de información (p.ej., u_t) ayuda a predecirla.

2.2. CURVAS DE PHILLIPS REGIONALES

Dado que la regla óptima de política para la tasa de interés i_t responde únicamente a las variables agregadas $\{\pi_t, u_t\}$, las desviaciones de las variables regionales respecto a los correspondientes agregados $\{\pi_t, u_t\}$ no están significativamente correlacionados con i_t . A diferencia de las variables agregadas, las desviaciones regionales proporcionan información útil para estimar el parámetro c . De manera similar a como se obtuvo la ecuación (8), ahora sustituimos la regla óptima de política de la ecuación (7) en la solución regional de la ecuación (1) para $\pi_{j,t+1}$. Así obtenemos la inflación de equilibrio en la región j :

$$\pi_{j,t+1} = \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (13)$$

donde el parámetro c está claramente identificado y puede ser estimado. Por completitud, cuando se tiene una meta constante, $\tilde{\pi}_{t+k} = \tilde{\pi}, \forall k > 0$, la inflación de equilibrio en la región j es:

$$\pi_{j,t+1} = \tilde{\pi} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (14)$$

¹⁰ No se descarta que $\pi_{t+1} - \pi_t$ y u_t mantengan una relación estocástica. Ello sucedería si los errores macro ($\xi_t^\pi - E_{t-1} \xi_t^\pi$) afectaran el desempleo u_t en algún subperiodo de una muestra finita. Por ejemplo, Barrera (2014) encuentra que solamente existe una relación estocástica entre los ciclos discretos en π_t y los ciclos discretos en la tasa de crecimiento del producto real corriente.

Si la meta siempre se mantiene fluctuando dentro de una banda meta, el primer caso de la ecuación (10), la inflación de equilibrio en la región j es:

$$\pi_{j,t+1} - \pi_t = b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (15)$$

ecuación que no debería ser usada empíricamente si la presencia de choques de magnitud hacen necesario considerar simultáneamente los tres casos en la ecuación (10), que se aplica cuando la meta interna se define en cada periodo t .

Finalmente, cuando la autoridad monetaria ha seguido el esquema de metas explícitas de inflación, los datos de la meta de inflación han sido observados por los agentes privados durante la muestra de datos bajo estudio (meta observable), como es el caso de Perú (ver sección 3). Por este motivo, y en contraste con el caso de Estados Unidos abordado por [Fitzgerald y Nicolini \(2014\)](#), aquí se considera la ecuación (13) como la ecuación primaria a estimar. Un lector atento podría pensar que es mejor estimar la ecuación (14) si la meta observable se ha mantenido constante a lo largo de todo el periodo (lo que sería básicamente correcto), pero en el caso del Perú hubo una única disminución de dicha meta.

2.3. LA GENERALIZACIÓN HACIA MODELOS NO LINEALES

A manera de recapitulación, a partir de un modelo regional se debe notar que toda el área monetaria se verá afectada por una única política monetaria que, al cometer cada vez menos errores cuantitativa y cualitativamente respecto a su objetivo agregado principal, tiende a compensar los efectos de la brecha del producto agregada sobre la inflación agregada. Por ende, la construcción de modelos agregados implica problemas de identificación de parámetros debido a las acciones de estabilización (*feedback*).

En modelos lineales desagregados, regionales para este estudio, es posible identificar los parámetros si se supone que las regiones son relativamente similares (institucional, legal y financieramente) y que los costos para la migración interna de factores son elevados. Este último supuesto puede contradecir los hechos presentes en los datos de Perú desde inicios de los años 2000.

Para generalizar los resultados de [Fitzgerald y Nicolini \(2014\)](#) hacia modelos no lineales, es necesario considerar el problema de agregación bajo la presencia de no linealidades. De acuerdo con [Kelejian \(1980\)](#), (i) es posible identificar los parámetros de un modelo no lineal, en el sentido de poder pasar de los parámetros micro a los macro y viceversa, cuando el modelo es estructural; pero (ii) no de manera sencilla, al menos no usando su enfoque bayesiano subyacente.

La alternativa es usar el argumento de analogía de [Iwasa y otros \(1989\)](#) para restringirse a una misma forma funcional de la relación no lineal, tanto en el modelo micro como en el modelo macro. Esta estrategia brinda una buena aproximación que simplifica la estimación y la docimacia de la versión no lineal a detallar a continuación. También permite la misma línea de interpretación de [Fitzgerald y Nicolini \(2014\)](#), a pesar de que la correspondencia paramétrica no es exacta (como lo demuestra algebraicamente el ejemplo de [Kelejian, 1980](#)). El presente estudio aplica esta estrategia para extender el rango de aplicación a modelos no lineales que consideran el rezago de política (estructurales en el sentido de [Fitzgerald y Nicolini, 2014](#)).

Se describe, el modelo no lineal propuesto partiendo de sustituir la ecuación (1) con una solución no lineal del modelo NAIRU para la región j :

$$\begin{aligned} \pi_{j,t+1} &= a + b\pi_{j,t} + cf(u_{j,t}) + di_t + \varepsilon_{j,t+1}^\pi + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{j,t+1} &= a' + b'\pi_{j,t} + c'u_{j,t} + d'i_t + \varepsilon_{j,t+1}^u + \xi_{t+1}^u \end{aligned} \quad (16)$$

La agregación es similar a la del modelo lineal, con la diferencia que ahora aquellos términos para los que tal agregación no es exacta mantienen la misma forma funcional como aproximación. La ecuación (16) implica entonces la solución agregada aproximada:

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + cf(u_t) + di_t + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + d'i_t + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\quad (17)$$

De donde se resuelve el mismo problema de la ecuación (6) sujeta a la inflación agregada de la ecuación (17), para deducir que la regla óptima de política es:

$$i_t^* = \frac{1}{d}[\tilde{\pi}_{t+1} - (a + b\pi_t + cf(u_t) + E_t\xi_{t+1}^\pi)] \quad (18)$$

y los resultados en las ecuaciones (8) y (9) se mantienen.

Si se sustituye la regla óptima de política de la ecuación (18) en la solución regional de la ecuación (16) para la inflación, se obtiene la inflación de equilibrio en la región j :

$$\pi_{j,t+1} = \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c[f(u_{j,t}) - f(u_t)] + (\varepsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi) \quad (19)$$

El parámetro que era el más importante, c , es (por ahora) un *pivot* porque se debe definir $f(.)$ antes de considerar la identificación de sus parámetros. [González y otros \(2017\)](#) plantea un modelo de panel con regresiones de transición suave como el de la siguiente ecuación:

$$y_{jt} = m_j + n_t + r_0 x_{jt} + r_1 x_{jt} \mathbf{g}(q_{jt}; r_2, r_3) + e_{jt} \quad (20)$$

donde m_j son los efectos individuales fijos, n_t son los efectos temporales y $\mathbf{g}(.)$ es una función continua en una variable observable q_{jt} . Esta función está normalizada para estar acotada entre 0 y 1.

Valores bajos y altos de q_{jt} están asociados a dos regímenes o regresiones extremas, con una transición suave y monótona desde r_0 hasta $r_0 + r_1$ a medida que q_{jt} aumenta. La suavidad de la transición está determinada por el parámetro r_2 , mientras que el cambio suave está centrado alrededor del parámetro de posición r_3 . El denominado coeficiente de regresión efectivo de x_{jt} (para la región j en el periodo t) es $r_0 + r_1 \mathbf{g}(q_{jt}; r_2, r_3)$.

Si se asume que $q_{jt} = x_{jt}$, la ecuación (20) se puede escribir como:

$$y_{jt} = m_j + n_t + r_0 x_{jt} + r_1 x_{jt} \mathbf{g}(x_{jt}; r_2, r_3) + e_{jt} \quad (21)$$

donde:

$$\mathbf{g}(x_{jt}; r_2, r_3) \equiv \frac{1}{1 + e^{-r_2(x_{jt} - r_3)}} \quad (22)$$

Mutatis mutandis, al sustituir $c[f(u_t(j)) - f(u_t)]$ en la ecuación (19) por $c_0[u_t(j) - u_t] + c_1[u_t(j)\mathbf{g}(u_t(j); c_2, c_3) - u_t\mathbf{g}(u_t; c_2, c_3)]$, la ecuación (19) para la inflación en la región j puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\pi_{j,t+1} &= \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c_0[u_{j,t} - u_t] + c_1[u_{j,t}\mathbf{g}(u_{j,t}; c_2, c_3) - u_t\mathbf{g}(u_t; c_2, c_3)] \\ &\quad + (\varepsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi)\end{aligned}\quad (23)$$

La ecuación (23) no incluye los efectos fijos y los temporales en las ecuaciones (20) y (21) (ver la ecuación 20, que los incluye explícitamente). Las variables consideradas como parte de los efectos temporales son: las expectativas de inflación, la depreciación nominal y dos componentes asociados a la inflación importada (variaciones del numerador y denominador de los términos de intercambio).

Sin embargo, nótese que las ecuaciones regionales (datos de panel) de la curva de Phillips consideran la heterogeneidad de las instituciones y mercados laborales en la región j cuando enfrentan tanto las heterogeneidades en la media del corte transversal (medias idiosincrásicas) como las heterogeneidades en la varianza del error del corte transversal (varianzas idiosincrásicas), y ambos conjuntos de momentos están fijos a través del tiempo t .

3. DATOS

Esta sección describe los datos y sus fuentes, relegando los temas asociados a la estimación de la Frontera Estocástica de Producción (FEP) y de las varianzas idiosincrásicas a los Apéndices A y B, respectivamente.

La sección 3.1 asume que las brechas del producto regionales, $\{y^g\}$, ya han sido obtenidas, de modo que con los datos regionales de inflación, correspondientes a las 25 regiones del Perú durante el periodo 2004-2017, se puede proceder con la estimación de las curvas de Phillips regionales. La sección 3.2 aclara cómo son estimadas las brechas del producto regionales en una primera etapa, para luego ser usadas en la estimación de las curvas de Phillips regionales.¹¹

3.1. DATOS PARA ESTIMAR LAS CURVAS DE PHILLIPS REGIONALES

Los datos para la inflación regional $\{\pi\}$ en el Perú pueden corresponder a dos medidas alternativas:

- La inflación IPC regional, obtenida a partir de la inflación IPC de las principales ciudades;¹² y
- la inflación en los deflactores del PBI regional, obtenida a partir de los datos reales y nominales del PBI regional (ver subsección 3.2).

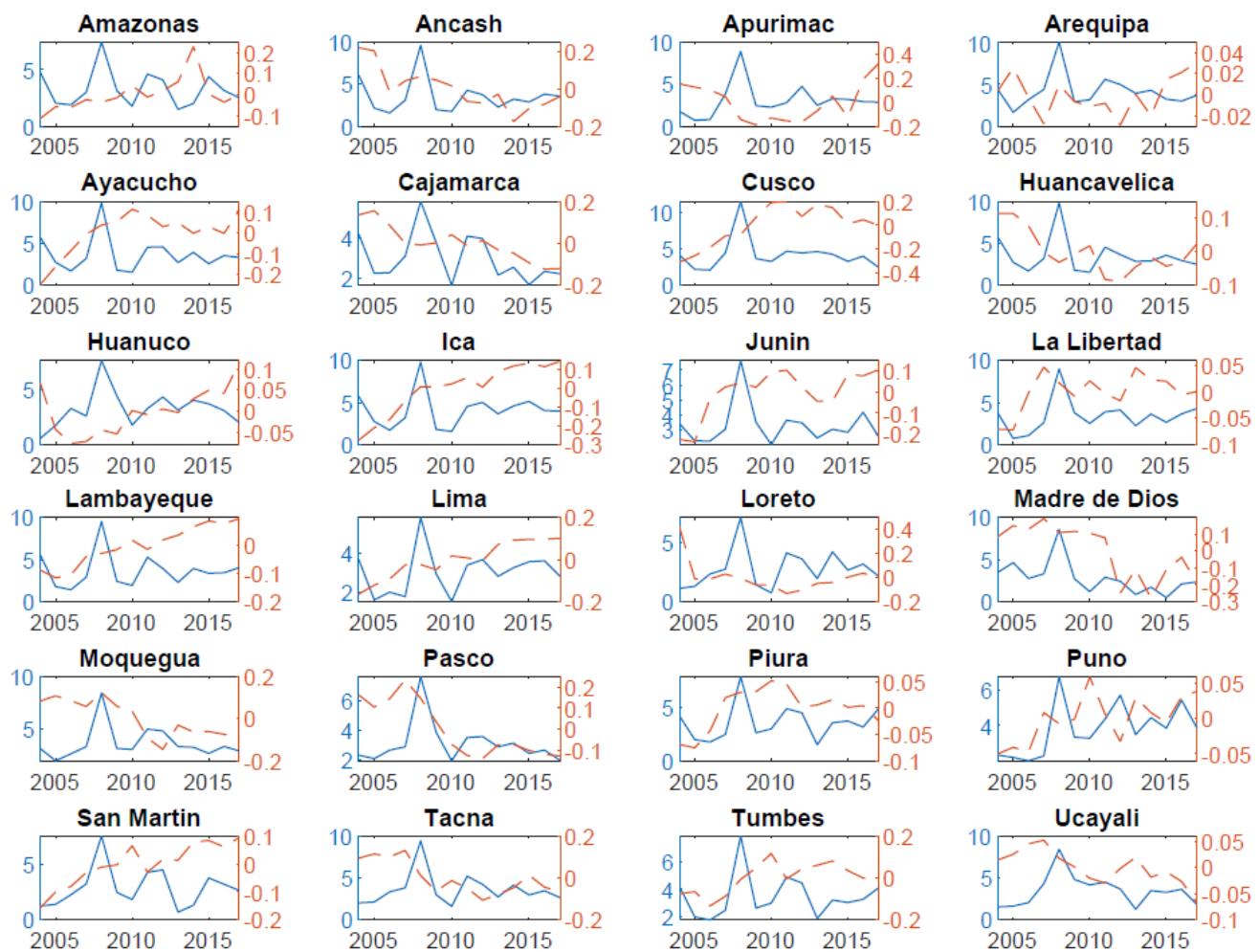
Aunque es posible estimar dos versiones de las curvas de Phillips para cada modelo disponible, en el presente estudio solo se usa la medida de inflación IPC regional. Aquí detallamos su construcción.

- La inflación de principales ciudades. Las variaciones de los índices mensuales de precios al consumidor de las principales ciudades provienen de [Instituto Nacional de Estadística e Informática \(2018a\)](#). Para gran parte de la muestra 2003-2017, estas variaciones fueron convertidas a índices mensuales con base 2009 usando los niveles disponibles en el Cuadro Anexo No. 121 de [Instituto Nacional de Estadística e Informática \(2018b\)](#). Luego de asignar estas ciudades a las correspondientes regiones, hubo años en los que no se disponía de datos para algunas ciudades/regiones, por lo que se aplicó las tasas de variación de los índices disponibles de las ciudades en el grupo correspondiente hallado en [Winkelried y Gutierrez \(2012\)](#) (ver estos grupos en su Figura 1). La única región que cuenta con dos ciudades principales es Áncash (Chimbote y Huaraz), para la que se construyó un índice promedio ponderado de acuerdo con la evolución anual de la población de ambas ciudades en la muestra.

¹¹ Aunque las brechas del producto regionales son datos generados en este contexto, no se ha realizado ningún ajuste por datos generados porque ello daría lugar a problemas en muestras pequeñas. El potencial efecto adverso de los datos generados puede solucionarse mediante una estimación simultánea de las brechas del producto y de las curvas de Phillips (postulado para un estudio futuro).

¹² La inflación observada para una ciudad principal se toma como representativa de la inflación en la región correspondiente (salvo en el caso de Áncash, como se verá).

GRÁFICO 1. Tasa de inflación y brecha del producto: 2004-2017



NOTA: Las líneas punteadas denotan la brecha del producto y las líneas continuas denotan la inflación de cada departamento.

Con la misma muestra común, las variables agregadas, que fueron usadas como controles, son:

- Las expectativas de inflación de los 12 meses siguientes. Corresponde al promedio anual de las expectativas promedio, publicadas como serie mensual en la [base de datos](#) del Banco Central de Reserva del Perú.
- Depreciación nominal. Corresponde a la variación porcentual del tipo de cambio nominal promedio anual (venta en el sistema bancario), publicada como serie mensual en la [Nota Semanal](#) del Banco Central de Reserva del Perú.
- Variación de los precios de exportación [importación]. Corresponde a la variación porcentual del índice de precios de exportación [importación] promedio anual (numerador [denominador] del índice promedio anual de los términos de intercambio), publicada como serie mensual en la [Nota Semanal](#) del Banco Central de Reserva del Perú.

3.2. DATOS PARA ESTIMAR LAS BRECHAS DEL PRODUCTO REGIONALES

Las brechas del producto regionales, $\{y^g\}$, son obtenidas mediante la estimación de una FEP, que limpia estas brechas de las ineficiencias originadas por varias fricciones. Se usará el modelo FEP con efectos

fijos verdaderos de [Greene \(2005a\)](#) y [Greene \(2005b\)](#) (ver Apéndice A). Este modelo brinda resultados bastante cercanos al método más moderno de [Chen y otros \(2014\)](#) (según estos mismos autores). Hasta donde se tiene conocimiento, los estimados de una FEP nunca han sido usados en el contexto de la curva de Phillips.

Abusando de la notación usada previamente, el modelo FEP puede ser expresado como la media del (logaritmo del) PBI real, y_{it} , condicional al vector de todos los insumos X_{it} (expresados como logaritmos) así como al vector de variables agregadas Z_t (controles expresados como variaciones porcentuales promedio anual),

$$E[y_{it}|X_{it}, Z_t] = X_{it}\beta^x + Z_t\beta^z + \alpha_i \quad (24)$$

Con una muestra común 2004-2017, se describe la variable explicada y los insumos:

- PBI real y los deflactores por región. El valor agregado bruto (VAB) real y el VAB nominal regionales del periodo 2007-2017 provienen de [Instituto Nacional de Estadística e Informática \(2018b\)](#) y los del periodo 2001-2007 provienen de [Instituto Nacional de Estadística e Informática \(2008\)](#). El segundo conjunto de datos se empalma con el primero aplicando las tasas de variación promedio anual del segundo a los niveles correspondientes del primero (para cada región). A partir de los niveles reales y nominales se calcula los deflactores regionales para el periodo 2001-2017.
- Red Vial por regiones. Consiste en la longitud de la infraestructura vial existente de cada región (y del Perú), medida en kilómetros, para el periodo 2010-2017. El total de cada región (y del Perú) se subdivide en red vial pavimentada y red vial no pavimentada. La fuente es el Ministerio de Transportes y Comunicaciones ([Estadísticas del Ministerio de Transporte y Comunicaciones, 2010-2017](#)). Para el periodo 2004-2009 se dispone de los datos únicamente para el agregado nacional, por lo que, en conjunto con la participación porcentual promedio de cada región durante un periodo posterior, esta se usa para obtener los mejores estimados regionales posibles.
- Consumo de electricidad por regiones. Se dispone de datos de la energía eléctrica consumida de cada región (y del Perú), medida en GigaWatts por hora (GW.h), para el periodo 2004-2017. Estos datos provienen de Ministerio de Energía y Minas ([Estadísticas Eléctricas Anuales, 2004-2017](#)).
- Población Económicamente Activa (PEA) Ocupada por regiones. Consiste en la PEA ocupada (empleo) por regiones, medida en miles de personas, para el periodo 2004-2017. La fuente de estos datos es el Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo ([Información del Mercado de Trabajo, 2004-2017](#)).
- Superficie agrícola por regiones. Corresponde al área de tierras con vocación agrícola y con vocación forestal, incluyendo el área conformada por tierras deforestadas y cultivadas de la región costera, así como el área conformada por la actividad agropecuaria con bosques secundarios, para los años 2000 y 2012. Estos datos provienen de [Instituto Nacional de Estadística e Informática \(2012\)](#). La serie anual 2004-2017 de cada región se obtiene aplicando la tasa de crecimiento promedio anual 2000-2012 de cada región al nivel de superficie, partiendo del año 2000 (año base).

4. RESULTADOS

Las brechas del producto regionales son obtenidas a partir del modelo FEP no lineal, el cual logra un ajuste relativamente elevado (R^2 alrededor de 98 %) con la versión lineal de la ecuación (21), imponiendo $r_1 = 0$.

Todos los modelos regionales para la relación de Phillips tienen como variable dependiente a la inflación regional corriente (medida como desviación del centro de la banda meta), de acuerdo con las

especificaciones establecidas a ser estimadas: el modelo lineal de la ecuación (13) y el modelo no lineal de las ecuaciones (21) y (23). Para las variables explicativas, el rezago de la inflación [brecha] regional se mide como desviación respecto al rezago de la inflación [brecha] promedio nacional. Esto se aplica directamente a los términos lineales, y analógicamente a los términos no lineales. Es importante notar que todos los modelos regionales requieren perder una observación de la inflación regional debido al rezago de la dinámica, por lo que la muestra efectiva resulta ser 2005-2017.

Las demás explicativas corresponden a:

- Las variables agregadas de control, que conforman el término n_t en la ecuación (21) e ingresan de manera contemporánea; y
- los efectos fijos regionales, que conforman al término m_j en la ecuación (21), son 24 en total (la población en el corte transversal), y no representan un problema de parámetros incidentales (son mucho menos que 150 en total).

Para la estimación de modelos auto-regresivos de transición suave, una generalización de los modelos auto-regresivos de transición abrupta, se usó la estrategia típica de estimación vía Mínimos Cuadrados No Lineales Condicionales Secuenciales (MCNLCS) citada en Hansen (1997): construir una malla para el parámetro c_2 que controla la suavidad de la transición en la ecuación (23), con un rango explorado típico, $c_2 \in (0, 12]$. Debe mencionarse que bajo el supuesto de normalidad de las perturbaciones, una estimación por mínimos cuadrados es equivalente a una estimación por máxima verosimilitud. Finalmente, debido al número de efectos fijos, estos no son reportados en los cuadros que siguen.

CUADRO 1. *Modelo de panel dinámico lineal*

	Brecha rezagada	Inflación rezagada	Expectativa de Inflación	Depreciación nominal	Var % P_x	Var % P_m
A. Bajo homocedasticidad, $R^2=76.91$						
Estimado	1.420	0.149	2.693	-0.112	-0.044	0.040
Desv.Est.	0.587	0.065	0.174	0.018	0.006	0.016
Tcalc	2.420	2.293	15.470	-6.340	-6.910	2.463
Pval	0.008	0.011	0.000	0.000	0.000	0.007
B. Bajo heterocedasticidad, $R^2=78.84$						
Estimado	1.557	0.113	2.710	-0.110	-0.043	0.037
Desv.Est.	0.563	0.065	0.164	0.017	0.006	0.015
Tcalc	2.768	1.746	16.549	-6.666	-7.049	2.388
Pval	0.003	0.040	0.000	0.000	0.000	0.008

NOTA: P_x denota precio de exportación y P_m denota precio de importación.

El Panel A del Cuadro 1 resume los resultados para el modelo lineal que asume homocedasticidad: todos sus parámetros son significativamente diferentes de cero con un grado de significancia de 2 %. El coeficiente estimado para la brecha regional rezagada es elevado (mayor a la unidad). Tanto la depreciación como el crecimiento en los precios de exportación permiten atenuar las presiones inflacionarias, mientras que, para fines de política monetaria, influenciar las expectativas de inflación es clave. Es importante notar que una vez estabilizada la inflación y obtenido un relativamente elevado nivel de credibilidad, la depreciación nominal se vuelve sustituta de la tasa de inflación (círculo virtuoso) debido a que la economía peruana atrae capitales netos de largo plazo.

El Panel B del Cuadro 1 resume los resultados para el modelo lineal que considera la heterocedasticidad: todos sus parámetros son significativamente diferentes de cero con un grado de significancia de 5 %. Específicamente, el coeficiente estimado para la brecha rezagada regional es nuevamente mayor a la unidad. Todo lo ya mencionado respecto a la depreciación, el crecimiento en los precios de exportación y las expectativas de inflación en el modelo lineal homocedástico se mantiene.

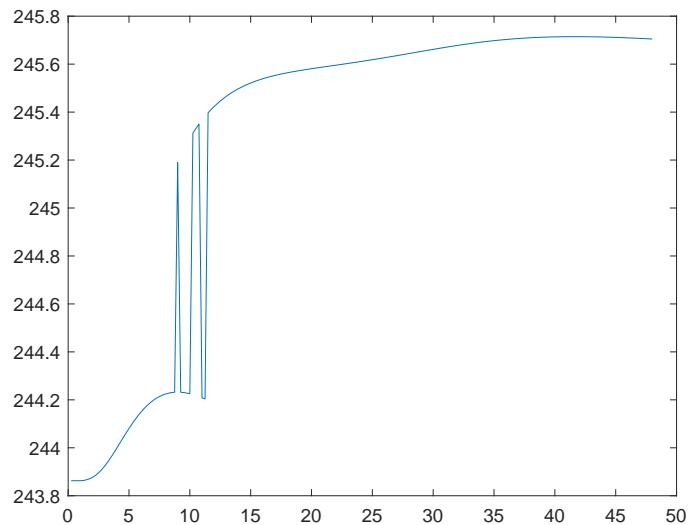
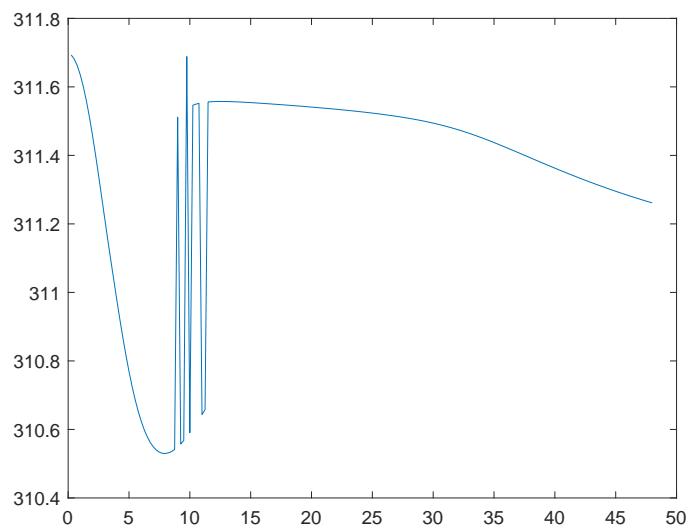
CUADRO 2. *Modelo de panel dinámico no lineal*

	Brecha rezagada	Inflación rezagada	Expectativa de Inflación	Depreciación nominal	Var % P_x	Var % P_m	Brecha rezagada fn	Posición
A. Bajo homocedasticidad, $R^2=77.51$								
Estimado	31.544	0.144	2.621	-0.104	-0.045	0.048	-54.135	-0.306
Desv.Est.	143.532	0.065	0.175	0.018	0.006	0.016	61.357	11.118
Tcalc	0.220	2.210	14.965	-5.862	-7.006	2.911	-0.882	-0.028
Pval	0.413	0.014	0.000	0.000	0.000	0.002	0.189	0.489
Suavidad							$c_2 = 0.750$	
B. Bajo heterocedasticidad, $R^2=77.37$								
Estimado	3.080	0.107	2.660	-0.103	-0.044	0.047	-8.283	0.259
Desv.Est.	1.161	0.062	0.156	0.016	0.006	0.015	4.163	0.197
Tcalc	2.652	1.723	17.031	-6.461	-7.629	3.152	-1.990	1.317
Pval	0.004	0.042	0.000	0.000	0.000	0.001	0.023	0.094
Suavidad							$c_2 = 7.933$	

NOTA: P_x denota precio de exportación, P_m denota precio de importación y fn denota la función que multiplica el parámetro c_1 en la ecuación (23).

El Panel A del Cuadro 2 resume los resultados para el modelo no lineal que asume homocedasticidad: la mayoría de los parámetros es significativamente diferente de cero al 1.5 %, con la excepción de los tres asociados a la brecha regional rezagada: el término lineal en la brecha del producto y los dos incluidos en el término no lineal en la brecha del producto, cuya nulidad puede ser aceptada con un nivel de significancia de hasta 18 %. La irrelevancia de todos los términos asociados a la brecha del producto es evidencia a favor del aplanamiento (resultado aproximado). En contraste, se mantiene todo lo mencionado respecto a la depreciación, el crecimiento en los precios de exportación y las expectativas de inflación en los modelos lineales. La Figura 2 indica que el parámetro de suavizamiento es relativamente bajo dentro del rango explorado típico (MCNLCS), donde el eje de las ordenadas corresponde a la mínima suma de cuadrados de los errores.

El Panel B del Cuadro 2 resume los resultados para el modelo no lineal que considera la heterocedasticidad: todos los parámetros son diferentes de cero al 10 % (o mucho menos). Alternativamente, todos lo son al 5 % excepto el de la posición al interior del término no lineal en la brecha del producto regional. No resulta sorprendente que se mantenga todo lo anterior respecto a la depreciación, al crecimiento en los precios de exportación y a las expectativas de inflación. La Figura 3 ilustra que el parámetro de suavizamiento es relativamente alto dentro del rango explorado típico (MCNLCS), tanto en el método heterocedástico como para el homocedástico.

GRÁFICO 2. Parámetro calibrado de suavidad (homocedasticidad)**GRÁFICO 3.** Parámetro calibrado de suavidad (heterocedasticidad)

5. CONCLUSIONES

Considerando los modelos lineales propuestos por [Fitzgerald y Nicolini \(2014\)](#), se encuentra que existe un efecto positivo de la brecha del producto sobre la inflación, mientras que con el modelo no lineal propuesto en este trabajo, el resultado es mixto. Bajo el supuesto de homocedasticidad regional, el efecto de la brecha del producto sobre la inflación tiende a cero, es decir, un tramo horizontal en la curva de Phillips que reflejaría una desconexión entre ambas variables. Bajo el supuesto de heterocedasticidad regional, no hay evidencia a favor de tal desconexión; la relación existente implica que brechas del producto regionales positivas tienen un impacto negativo sobre la inflación regional, mientras que brechas del producto regionales negativas tienen un impacto sobre la inflación regional que están de acuerdo con la intuición macroeconómica (el umbral para las brechas del producto es estadísticamente igual a cero al 5 %).

La agenda para un estudio futuro es considerar la migración interna hacia las regiones de elevado crecimiento, lo que podría explicar el resultado poco intuitivo que se obtiene en este trabajo. Finalmente,

los resultados están sujetos a la crítica de regresores generados debido a que la brecha del producto regional es estimada en una primera etapa. Sin embargo, dado el elevado ajuste del modelo utilizado para generar estos estimados (como referencia, el modelo FEP lineal que brindó las semillas para el modelo FEP no lineal alcanzó un R^2 de 98 %), la estimación conjunta de los modelos regionales para la curva de Phillips y la brecha del producto queda en la agenda para un estudio futuro.

REFERENCIAS

- Barrera, C. (2014), “La relación entre los ciclos discretos en la inflación y el crecimiento: Perú 1993-2012”, Banco Central de Reserva del Perú, Documento de Trabajo 2014-024.
- Barrera, C. (2018), “Expectations and Central Banks’ Forecasts: The Experience of Chile, Colombia, Mexico, Peru and the United Kingdom, 2004 - 2014”, *Czech Journal of Economics and Finance (Finance a uver)*, 68(6), 578-599.
- Chen, Y. Y., Schimidt, P., y Wang, H. J. (2014), “Consistent estimation of the fixed effects stochastic frontier model”, *Journal of Econometrics*, 181(2), 65-76.
- Dolado, J. J., María-Dolores, R., y Naveira, M. (2005), “Are monetary-policy reaction functions asymmetric?: The role of nonlinearity in the Phillips curve”, *European Economic Review*, 49(2), 485-503.
- Dutta, M. (1975), *Econometric Methods*, Cincinnati: South-Western Publishing Company.
- Estadísticas del Ministerio de Transporte y Comunicaciones (2010-2017). *Anuario Estadístico*. Lima, Perú.
- Estadísticas Eléctricas Anuales (2004-2017). *Estadística Eléctrica por Regiones*. Lima, Perú.
- Fitzgerald, T. J., y Nicolini, J. P. (2014), “Is there a stable relationship between unemployment and future inflation?: Evidence from US cities”, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Working Paper 713.
- González, A., Terasvirta, T., Van Dijik, D. y Yang, Y. (2017), “Panel Smooth Transition Regression Models”, Department of Statistics, Uppsala University, Working Paper 2017:3.
- Greene, W. (2003), *Econometric Analysis*, Pearson Education India.
- Greene, W. (2005a), “Reconsidering heterogeneity in panel data estimators of the stochastic frontier model”, *Journal of Econometrics*, 126(2), 269-303.
- Greene, W. (2005b), “Fixed and random effects in stochastic frontier models”, *Journal of Productivity Analysis*, 23(1), 7-32.
- Hansen, B. E. (1997), “Inference in TAR models”, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2(1), 1-14.
- Información del Mercado de Trabajo (2004-2017). *Informe Anual del Empleo en el Perú*. Lima, Perú.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018a). *Boletín Anual. Indicadores de Precios de la Economía, 2017*. Lima, Perú.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018b). *PERÚ: Producto Bruto Interno por regiones, 2007-2017*. Lima, Perú.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2008). *PERÚ: Producto Bruto Interno por regiones, 2001-2007*. Lima, Perú.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2012). *Resultados definitivos IV Censo Nacional Agropecuario 2012*. Lima, Perú.

- Iwasa, Y., Levin, S. A., y Andreasen, V. (1989), “Aggregation in model ecosystems II. Approximate aggregation”, *IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine and Biology*, 6(1), 1-23.
- Kelejian, H. H. (1980), “Aggregation and disaggregation of nonlinear equations”, en *Evaluation of Econometric Models*, editado por Jan Kmenta y James Ramsey, New York, Academic Press, 135-152.
- Laxton, D., Meredith, G. y Rose, D. (1995), “Asymmetric effects of economic activity on inflation: Evidence and policy implications”, *Staff papers*, 42(2), 344-374.
- Laxton, D., Rose, D., y Tambakis, D. (1999), “The US Phillips curve: The case for asymmetry”, *Journal of Economic dynamics and Control*, 23(9-10), 1459-1485.
- McLeay, M. y Tenreyro, S. (2018), “Optimal inflation and the identification of the Phillips curve”, No 12981, CEPR Discussion Papers.
- Schaling, E. (2004), “The nonlinear Phillips curve and inflation forecast targeting: Symmetric versus asymmetric monetary policy rules”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 36(3), 361-386.
- Tuckett, A. (2018), “What can regional data tell us about the UK Phillips curve”, *Bank Underground*.
- Vlieghe, G. (2018), “From asymmetry to symmetry: changing risks to the economic outlook”, marzo 23, Confederation of British Industry, Birmingham.
- Winkelried, D., y Gutierrez, J. E. (2012), “Regional inflation dynamics and inflation targeting in Peru”, Banco Central de Reserva del Perú, Working Paper 2012-018.

APÉNDICES

A. ESTIMACIÓN DE LAS BRECHAS DEL PRODUCTO REGIONALES

El modelo FEP con efectos fijos verdaderos ha sido considerado por [Chen y otros \(2014\)](#) en su ecuación (1), por [Greene \(2005a\)](#) en su ecuación (4') y por [Greene \(2005b\)](#) en la ecuación que aparece justo antes de su ecuación (2.8):

$$y_{it} = \alpha_i + X_{it}\beta + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} \equiv v_{it} - u_{it}, \quad u_{it} \geq 0 \quad (25)$$

donde el índice $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ indexa a las N regiones; el índice $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ indexa a los T periodos; y_{it} es el logaritmo del producto bruto interno (PBI) de la región i en el periodo t ; y X_{it} es un vector que contiene un total de K funciones lineales o no lineales, aunque linealmente separables dentro del término $X_{it}\beta$. Siendo funciones de las cantidades de insumos, se agregan en la función de producción. Se asume que los v_{it} son variables aleatorias *i.i.d.* $N(0, \sigma_v^2)$ (normales); los u_{it} son variables aleatorias *i.i.d.* $N^+(0, \sigma_u^2)$ (mitad-normales).

Los coeficientes α_i son los efectos fijos individuales (efectos regionales) y deben ser estimados simultáneamente con los otros parámetros (no es posible eliminarlos mediante la transformación *within*).¹³

Todos estos supuestos permiten las siguientes interpretaciones:

1. u_{it} es la ineficiencia técnica de la región i en el periodo t (componente atribuible a todos los factores que cambian en el tiempo bajo el control de las firmas de la región i y afectan y_{it}); y
2. α_i es la heterogeneidad en el PBI regional i (componente atribuible a todos los factores fijos en el tiempo que no están bajo el control de las firmas de la región i y afectan y_{it} , por lo que no están incluidos en la ineficiencia u_{it}). Todos aquellos $\alpha_i < 0$ podrían denominarse heterogeneidad por ineficiencias no técnicas y todos aquellos $\alpha_i > 0$ podrían denominarse heterogeneidad por eficiencias no técnicas.¹⁴

El objetivo de los modelos para la FEP es, básicamente, obtener estimados de u_{it} , la ineficiencia técnica. Sin embargo, el presente estudio utiliza esta especificación de la FEP para obtener estimados de v_{it} , interpretables como las brechas del producto de la región i en el periodo t .¹⁵

[Greene \(2005a\)](#) señala que, para el modelo en la ecuación (25), el verdadero estimador de efectos fijos $\hat{\phi}$ maximiza la siguiente función:

¹³ Si las columnas de la matriz X , el vector v y el vector u son mutuamente independientes, ello hace posible operar como si X fuera fijo. Al definir $\sigma \equiv (\sigma_v, \sigma_u)'$ y $\alpha \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)'$, podemos apreciar que el vector con todos los parámetros $\theta \equiv (\alpha', \beta', \sigma')'$ contiene $N + K + 2$ parámetros a estimar. Según cita, la magnitud de los efectos adversos del problema de parámetros incidentales depende de la magnitud de N : si $N > 400$ (p.ej., firmas, distritos dentro de un país, enfermos potenciales de HIV, etc.), sus efectos son importantes; si N no es tan elevado (p.ej., áreas geográficas como regiones o estados al interior de un país, e incluso países, etc.), no lo son.

¹⁴ Ello porque la ineficiencia técnica siempre afecta y_{it} de manera inversa y, además, si se asume que se ha logrado incluir en X a todas las funciones relevantes en todos los insumos relevantes.

¹⁵ Desde el punto de vista econométrico, [Chen y otros \(2014\)](#) obtiene estimadores consistentes, en contraste con los estimadores de las varianzas del error de [Greene \(2005a\)](#), que son sesgados cuando T es pequeño ($T = 5$) según las simulaciones realizadas por este autor (afectando la extracción de los estimados de u a partir de los estimados de ε y, por lo tanto, la extracción de los estimados de v). Sin embargo, [Chen y otros \(2014\)](#) acepta que su aplicación empírica (en la que se explica la producción de energía de 72 plantas generadoras de electricidad durante 11 años mediante 10 funciones en los insumos) muestra que los valores de los estimadores de [Greene \(2005a\)](#) y los de su propuesta son muy similares.

$$\begin{aligned} \ln(L(\boldsymbol{\varphi})) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \ln \{f(y_{it}|X_{it}; \boldsymbol{\varphi})\} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\varphi}), \\ f(y_{it}|X_{it}; \boldsymbol{\varphi}) &\equiv \frac{1}{\Phi(0)} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-S\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right), \quad \varepsilon_{it} \equiv y_{it} - \alpha_i - X_{it}\boldsymbol{\beta}, \\ \sigma &\equiv (\sigma_v^2 + \sigma_u^2)^{1/2}, \quad \lambda \equiv \sigma_u/\sigma_v \quad (26) \end{aligned}$$

donde $\boldsymbol{\varphi} \equiv (\boldsymbol{\alpha}', \boldsymbol{\beta}', \sigma, \lambda)'$ resulta de reparametrizar los dos últimos parámetros en $\boldsymbol{\theta}$, mientras que $\phi(r)$ y $\Phi[r]$ corresponden al valor de la función de densidad normal estándar y al de la función acumulada de la densidad normal estándar, respectivamente, evaluadas en r .¹⁶

La presencia de S en la ecuación (26) permite englobar tanto el caso de la función de producción (aquí enfatizada) como el caso de la función de costos en su ecuación (2.1) de la página 8. Esta generalidad se logra al definir $\varepsilon_{it} \equiv v_{it} - Su_{it}$, donde S puede ser $+1$ cuando se modela la función de producción, o -1 cuando se modela la función de costos. En este caso, las K funciones en el vector X_{it} pueden agregarse en la función de producción, en cuyo caso son funciones de las cantidades de insumos, o en la función de costos, en cuyo caso son funciones de los productos y los precios de insumos. El vector X_{it} puede incluir funciones de una tendencia temporal t cuyo subagregado puede interpretarse como cambio tecnológico determinístico.¹⁷ Sustituyendo $\Phi(0) = 1/2$, $S = 1$ y $\phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)$ de acuerdo con la siguiente ecuación (27):

$$\phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \equiv \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2\right] \quad (27)$$

en $f(y_{it}|X_{it}; \boldsymbol{\varphi})$, obtenemos:

$$f(y_{it}|X_{it}; \boldsymbol{\varphi}) \equiv \frac{1}{\sigma} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2\right] \Phi\left(\frac{-\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right) \quad (28)$$

y esta expresión coincide con la de Greene (2003) (p. 429). El logaritmo correspondiente es:

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\varphi}) \equiv -\ln(\sigma) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2 + \ln\left[\Phi\left(\frac{-\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right)\right] \quad (29)$$

y Greene (2003) (p. 503-504) sugiere realizar la siguiente transformación para obtener condiciones de primer y segundo orden muy simplificadas:

$$\eta \equiv \frac{1}{\sigma} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sigma} \boldsymbol{\beta} \quad (30)$$

Definiendo $\boldsymbol{\psi} \equiv (\boldsymbol{\gamma}', \eta, \lambda)'$,¹⁸ la ecuación (29) puede escribirse como:

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\psi}) \equiv \ln(\eta) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2} (\eta y_{it} - \boldsymbol{\gamma}' X_{it})^2 + \ln[\Phi(-\lambda(\eta y_{it} - \boldsymbol{\gamma}' X_{it}))] \quad (31)$$

¹⁶ Será útil anotar aquí las dos primeras derivadas de $\phi(r)$. $\phi'(r) = -r\phi(r)$, y $\phi''(r) = (r^2 - 1)\phi(r)$. Por cierto, la ecuación (26) debería corresponder con la ecuación (14) en Greene (2005a) y con la ecuación (3.1) en Greene (2005b).

¹⁷ En su modelo Cobb-Douglas para los costos bancarios, Greene (2005a) lo especifica como una simple tendencia lineal δt (común para todo i ; ver ecuación (15) en la página 280).

¹⁸ Los parámetros $\boldsymbol{\alpha}$ no pueden ser descartados, por lo que el vector X_{it} ha sido redefinido para incluir las *dummies* de dichos los efectos fijos y, correspondientemente, los vectores $\boldsymbol{\beta}$ y $\boldsymbol{\gamma}$ ahora incluyen los parámetros asociados.

Más aún, definiendo $\omega_{it} \equiv \eta y_{it} - \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{X}_{it} = \varepsilon_{it}/\sigma$, se obtiene:

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\psi}) \equiv \ln(\eta) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2} \omega_{it}^2 + \ln[\Phi(-\lambda\omega_{it})] \quad (32)$$

Las condiciones de primer orden para la maximización de la función de verosimilitud asociada a la ecuación (32) son:

$$\nabla \ln(L(\boldsymbol{\psi})) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \nabla l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) = \mathbf{0}, \quad (33)$$

donde $\nabla l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta} \\ \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{it} \mathbf{X}_{it} + \lambda \delta_{it} \mathbf{X}_{it} \\ \frac{1}{\eta} - \omega_{it} y_{it} - \lambda \delta_{it} y_{it} \\ -\delta_{it} \omega_{it} \end{pmatrix}$

$$\delta_{it} \equiv \frac{\partial \ln[\Phi(-\lambda\omega_{it})]}{\partial (-\lambda\omega_{it})} = \frac{\phi'(-\lambda\omega_{it})}{\Phi(-\lambda\omega_{it})} \equiv \delta(y_{it}, \mathbf{X}_{it}, \boldsymbol{\psi})$$

Las condiciones de segundo orden para la maximización de la función de verosimilitud de la ecuación (26) son:

$$\nabla^2 \ln(L(\boldsymbol{\psi})) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \nabla^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \text{ es s.d.n., donde,} \quad (34)$$

$$\nabla^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \eta} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda \partial \eta} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{it}^1 \mathbf{X}_{it} \mathbf{X}'_{it} & \rho_{it}^1 (-y_{it}) \mathbf{X}_{it} & \rho_{it}^2 \mathbf{X}_{it} \\ \rho_{it}^1 (-y_{it}) \mathbf{X}'_{it} & \rho_{it}^1 (-y_{it})(-y_{it}) - \kappa & \rho_{it}^2 (-y_{it}) \\ \rho_{it}^2 \mathbf{X}'_{it} & \rho_{it}^2 (-y_{it}) & \chi_{it} \omega_{it}^2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{it}^1 \equiv [\lambda^2 \chi_{it} - 1]$$

$$\rho_{it}^2 \equiv [\delta_{it} - \lambda \chi_{it} \omega_{it}]$$

$$\kappa \equiv 1/\eta^2$$

$$\chi_{it} \equiv \frac{\partial}{\partial (-\lambda\omega_{it})} \left[\frac{\phi'(-\lambda\omega_{it})}{\Phi(-\lambda\omega_{it})} \right] \equiv \frac{\partial \delta_{it}}{\partial (-\lambda\omega_{it})} = \frac{\phi'(-\lambda\omega_{it})}{\Phi(-\lambda\omega_{it})} - \delta_{it}^2 = \delta_{it}(\lambda\omega_{it} - \delta_{it})$$

Es importante mencionar que el modelo:

$$y_{it} = \mathbf{X}_{it} \boldsymbol{\beta} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (35)$$

puede rescribirse como:

$$y_{it} = \mathbf{X}_{it} \boldsymbol{\beta}^x + \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\beta}^z + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (36)$$

donde la matriz $\{\mathbf{X}_{it}\}$ se ha redefinido para contener únicamente los insumos, mientras que la matriz $\{\mathbf{Z}_t\}$ contiene las variables utilizadas como controles. Es claro que $E[\varepsilon_{it} | \mathbf{X}_{it}, \mathbf{Z}_t] = 0$.

B. ESTIMACIÓN DE LAS CURVAS DE PHILLIPS REGIONALES

Las estimaciones de los modelos dinámicos de datos de panel utilizan el modelo de regresión uniecuacional descrito en [Greene \(2003\)](#), con y sin corrección por heterocedasticidad.

Al respecto, se debe mencionar las secuencias en la estimación de los modelos para la curva de Phillips. Primero, el modelo de datos de panel dinámico lineal es estimado para brindar las semillas para el modelo no lineal correspondiente (el par de modelos estimados bajo homocedasticidad, por un lado, y el par de modelos estimados ajustando por heterocedasticidad regional, por el otro).

Segundo, hay dos etapas en cada par de modelos (lineales vs. no lineales): la estimación de las varianzas regionales se produce inmediatamente después de estimar el modelo que asume homocedasticidad (1^{ra} etapa) para luego estimar el modelo que corrige la heterocedasticidad (2^{da} etapa).

Es por todo ello que los resultados de las pruebas sobre el aplanamiento están estrechamente relacionados.