



Choques de colas anchas y política monetaria

MARCO ORTIZ*

Este documento extiende el modelo de Kato y Nishiyama (2005) al introducir choques de colas anchas en un marco neokeynesiano simple, en el que el banco central considera en forma explícita la restricción de no negatividad de la tasa de interés. Los choques con curtosis excesiva hacen que la política monetaria sea más agresiva lejos de la región restringida. Sin embargo, esta diferencia se revierte a medida que la economía se aproxima a la región restringida. Desde un punto de vista cuantitativo, los resultados sugieren que cambios de curtosis que mantienen la varianza constante, en la forma de choques laplacianos, no producen efectos significativos en la reacción óptima del banco central.

Palabras Clave : Colas anchas, banco central.

Clasificación JEL : E52, E58, C63.

“[...] se podría esperar que las autoridades de política tomen medidas cuando la media y la varianza de las distribuciones de pronósticos parecieran no cambiar, mientras la probabilidad de algunos malos eventos extremos aumenta. [...] Aún si la varianza no cambia, un incremento de la posibilidad de una grave recesión económica podría llevar a tomar acción” (Cecchetti, 2000).

Según Mishkin (2011), una de las principales lecciones de la crisis financiera es que los elementos clave de la “ciencia de la política monetaria” necesitan ser revisados. En particular, los relacionados con las no linealidades emergentes en presencia del límite inferior cero para la tasa de interés de política, los riesgos de cola y funciones de utilidad no estándares (como la aversión de los agentes a resultados muy negativos). Antes de la crisis financiera de 2008, los economistas estaban al tanto de la presencia de posibles choques negativos con “exceso de curtosis” que pueden afectar a la economía con una mayor probabilidad de riesgo de cola.¹ A pesar de reconocer la presencia de estos choques, poco se hizo para estudiar la importancia del exceso de curtosis en el diseño de la política monetaria.²

La presencia de no linealidades es evidente cuando la política monetaria se ve afectada por la restricción de no negatividad en las tasas de interés nominales. Si la tasa de política cae por debajo de cero, los agentes prefieren mantener sus recursos en efectivo, que rinde una tasa de interés cero. Por esta

* Ortiz: Departamento de Modelos Macroeconómicos, Banco Central de Reserva del Perú, Jr. Antonio Miró Quesada 441, Lima 1, Perú. Teléfono: +511 613-2000 (e-mail: marco.ortiz@bcrp.gob.pe).

El autor agradece a Paul Castillo, Wouter Den Haan, Martin Ellison, Silvana Tenreyro y un referí a anónimo por sus valiosos comentarios. Los errores y omisiones son exclusiva responsabilidad del autor.

¹ Un hecho que refleja esta preocupación fue la aparición de los Informes de Estabilidad Financiera como publicaciones periódicas de los bancos centrales, donde se discuten los riesgos en el sistema financiero.

² Una distribución con colas anchas es una distribución con exceso de curtosis o también llamada leptocúrtica. El “exceso de curtosis” se refiere al caso en que ésta sea mayor que 3, que es la curtosis de una distribución gaussiana o normal.

razón, el espacio para la tasa de interés de política está restringido por abajo, con consecuencias para las decisiones de política. Kato y Nishiyama (2005) y Adam y Billi (2007) muestran cómo la presencia del límite inferior cero hace que la reacción de la política monetaria óptima (discrecional) sea no lineal fuera de la región restringida. En particular, los bancos centrales deberían ser más expansivos y más agresivos cuando se acercan al límite inferior cero, en comparación a lo que predice una regla tipo Taylor lineal. Este resultado está en línea con las sugerencias de Blinder (2000) de “... hacer la función de respuesta no lineal. En particular, el coeficiente a - y quizás b - podría ser mayor cuando la inflación es baja [...] tal modificación haría más flexible la política monetaria cuando la inflación es muy baja, en contra de quedar atrapado en la trampa de la liquidez cuando la tasa de interés es cero”.³

Lo fundamental para las no linealidades generadas fuera de la región límite inferior cero es el peligro de caer en ella. Por esta razón, cuando la economía se enfrenta a un choque que tiene distribución de colas anchas, la reacción debe ser más agresiva. Sin embargo, no está claro cómo el exceso de curtosis impacta a las reglas óptimas de política. El presente documento aborda esta cuestión mediante la introducción de choques de colas anchas en el modelo de Kato y Nishiyama (2005). Éste es un modelo nekeynesiano simple donde el banco central reacciona de manera “preventiva” con el aumento de la probabilidad de caer en el límite inferior cero, generando respuestas no lineales fuera de la región límite inferior cero.⁴

Se lleva a cabo este ejercicio para medir el grado en que el exceso de curtosis afecta al comportamiento óptimo de los bancos centrales fuera del límite inferior cero. Si este efecto es significativo, se analiza en qué medida el exceso de curtosis puede estar detrás de los cambios reportados en el comportamiento de los bancos centrales antes y durante la crisis.⁵

El estudio se centra exclusivamente en el papel del exceso de curtosis, suponiendo una distribución de choques invariante en el tiempo. Los principales resultados son: (1) bajo choques de colas anchas, la política monetaria se vuelve más agresiva cuando se ubica más lejos de la región límite inferior cero, en comparación con el modelo bajo choques gaussianos. (2) A medida que la economía se acerca al límite inferior cero, este patrón se revierte y la política monetaria es relativamente menos agresiva bajo choques con exceso de curtosis. (3) Cuantitativamente, estas diferencias no son muy significativas ya que el mayor diferencial entre las tasas óptimas, bajo la calibración del escenario base, es inferior a 10 puntos básicos.

Existe una pequeña, aunque creciente, literatura relacionada con la presencia de choques de colas anchas en macroeconomía. Fagiolo y otros (2008) prueban la hipótesis de choques no normales y ajustan, vía máxima verosimilitud, la distribución de las tasas de crecimiento para las series de los países de la OECD a una familia de densidades de potencia exponencial (EP por sus siglas en inglés), rechazando la hipótesis nula de normalidad en las series. En un trabajo relacionado, Ascari y otros (2015) muestran que, para EEUU, la no normalidad y colas anchas caracterizan no sólo las propiedades de series de tiempo para el PBI, sino también para el consumo, la inversión, el empleo, la inflación y los salarios reales.

Por el contrario, la literatura sobre trampas de liquidez y la política óptima en el límite inferior cero es extensa. Discusiones teóricas sobre la eficacia de la política monetaria en un entorno de tasas bajas se puede encontrar incluso en Keynes (1936). Más recientemente, este tema ha recibido la atención de las

³ El coeficiente a en la regla de Taylor controla la respuesta de la tasa de política monetaria a la inflación, y b controla la respuesta de la tasa de política a la brecha del producto.

⁴ El resto de la economía se caracteriza por un conjunto de ecuaciones lineales. Al introducir agentes que cambian su comportamiento en presencia del límite inferior cero aumentan dramáticamente los costos computacionales. Ver Fernández-Villaverde y otros (2012).

⁵ Taylor (2007) y Calani y otros (2010) estiman la regla de Taylor de política para el período anterior a la crisis y simulan las trayectorias de las tasas de interés en el escenario de que estas reglas hubieran continuado durante los años de crisis, encontrando diferencias muy grandes entre la trayectoria real de las tasas de interés y las trayectorias proyectadas. Llegan a la conclusión de que los recortes en las tasas representan “desviaciones” de la regla de Taylor antes de la crisis.

autoridades de política y académicos porque la menor inflación experimentada durante la década de 1990 en las economías avanzadas (que, según [Kroszner \(2007\)](#), se redujo de 7 por ciento en 1980 al 2 por ciento en los 1990), trajo consigo episodios de tasas de interés cercanas a cero. En octubre de 1995, el Banco de Japón fijó sus tasas de interés oficiales en 50 puntos básicos en el medio de una crisis deflacionaria. Unos años más tarde, la tasa de fondos federales en los EEUU experimentó una fuerte caída, al pasar de 6.50 por ciento en noviembre de 2000 a uno por ciento en julio de 2003. Hasta la fecha, tanto la Reserva Federal como el Banco de Japón mantienen sus tasas de interés de política efectiva en cero.

[Fuhrer y Madigan \(1997\)](#) constituye uno de los primeros esfuerzos para analizar la dinámica de la economía en un modelo con agentes prospectivos (*forward looking*) y una restricción explícita de límite inferior cero. Los autores encuentran que después de un choque negativo para la economía, la recuperación de la tasa de inflación y el producto lleva más tiempo cuando la política monetaria se vuelve ineficaz debido al límite inferior cero.

En cuanto a la política óptima bajo el límite inferior cero, [Reifschneider y William \(1999\)](#) encuentran que la regla de Taylor estándar es subóptima en este escenario. [Orphanides y Wieland \(2000\)](#) se suman a este resultado al demostrar que la política óptima bajo la restricción del límite inferior cero se convierte en una función no lineal de la tasa de inflación. La literatura considera también la idea de la política monetaria siendo afectada por el límite inferior cero antes de que las restricciones se vuelvan activas ([Hunt y Laxton, 2004](#); [Goodfriend, 2001](#)).

Recientemente, [Kato y Nishiyama \(2005\)](#) estudian la importancia de esta motivación preventiva, que muestra cómo la política monetaria óptima debería ser más agresiva y expansiva cuando la economía se acerca al límite inferior cero. [Nakov \(2008\)](#) relaja el supuesto de previsión perfecta en [Kato y Nishiyama \(2005\)](#) y estudia una regla de Taylor óptima “censurada”, que es la mejor respuesta lineal condicionada a la presencia del límite inferior cero. [Eggertsson y Woodford \(2003\)](#) estudian las implicancias del límite inferior cero para la política monetaria en un modelo que supone una cadena de Markov de dos estados para una perturbación exógena. Encuentran evidencia para una política que busque como meta el nivel de precio. Sin embargo, carece de la motivación preventiva que surge en virtud de una distribución más general de la perturbación exógena. Por último, [Fernández-Villaverde y otros \(2012\)](#) adoptan un enfoque totalmente no lineal en un modelo neokeynésiano con una restricción de límite inferior cero explícita y exploran el rol de la política fiscal cuando la economía impacta la restricción. Los autores relajan el supuesto de una distribución invariante en el tiempo y estudian el rol de la asimetría y la volatilidad cambiante en el tiempo para las variables endógenas cuando la economía alcanza el límite inferior cero.

El presente documento está estructurado de la siguiente manera: la sección 1 revisa el modelo de [Kato y Nishiyama \(2005\)](#) y explica el mecanismo detrás de los resultados. En la sección 2 se discute la estrategia computacional. La sección 3 muestra la calibración de los parámetros y presenta los resultados. La sección 4 presenta las conclusiones.

1 EL MODELO

En esta sección se revisa el modelo de [Kato y Nishiyama \(2005\)](#), donde se asume que el banco central minimiza una función de pérdida como en [Svensson \(1997, 2003\)](#) y [Ball \(1999\)](#), es decir:

$$L_t = \frac{1}{2} \left[y_t^2 + \lambda (\pi_t - \pi_t^*)^2 \right], \quad (1)$$

donde π_t representa la inflación, y_t la brecha del producto y π^* la meta de inflación, que se asume constante. El parámetro λ controla la importancia relativa que el banco central asigna a las desviaciones de la tasa de inflación respecto a la meta, en relación a la brecha del producto. Siguiendo a [Woodford](#)

(2003), la economía es descrita por el siguiente marco IS-AS:

$$y_{t+1} = \rho y_t - \delta(i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}) + v_{t+1}, \quad (2)$$

$$\pi_{t+1} = \pi_t + \alpha y_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (3)$$

donde v_t y ε_t son perturbaciones aleatorias, ρ representa el grado de inercia durante el ciclo económico, δ es un parámetro que refleja el impacto de la tasa de interés real sobre la brecha de producto del próximo período (así, la política monetaria afecta a la economía con un rezago) y α representa el impacto de la brecha del producto sobre la inflación futura.

Las ecuaciones (2) y (3) representan la curva de inversión-ahorro (IS) y la oferta agregada (AS), respectivamente. A partir (3), la expectativa de inflación es una combinación de la tasa de inflación actual y la brecha del producto, es decir:

$$\mathbb{E}_t \pi_{t+1} = \pi_t + \alpha y_t. \quad (4)$$

El problema intertemporal de la autoridad monetaria viene dado por:

$$\min_{\{i_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j L_{t+j}, \quad (5)$$

sujeto a las leyes del movimiento de la inflación y la brecha del producto dadas por las ecuaciones (3) y (2), y una restricción del límite inferior cero explícita de la tasa de interés, introducido a través del enfoque Karush-Kuhn-Tucker. El parámetro β refleja la preferencia temporal de la banca central, o de forma equivalente, la importancia que asigna a futuras pérdidas relativas a las pérdidas en el período actual. Este marco permite establecer una ecuación de Bellman con tres multiplicadores de Lagrange:

$$V(y_t, \pi_t) = \min_{i_t} \left\{ \frac{1}{2} \left[y_t^2 + \lambda (\pi_t - \pi^*)^2 \right] - \mathbb{E}_t \phi_{t+1} [(\rho + \alpha \delta) y_t - \delta i_t + \delta \pi_t - y_{t+1}] + \dots \right. \\ \left. \dots - \mathbb{E}_t \mu_{t+1} (\pi_t + \alpha y_t - \pi_{t+1}) - \psi_t i_t + \beta \mathbb{E}_t V(y_{t+1}, \pi_{t+1}) \right\}, \quad (6)$$

donde ψ_t es el multiplicador de Lagrange en la restricción de no negatividad para la tasa de interés de política. La condición de primer orden con respecto a los rendimientos de las tasas de interés es:

$$\mathbb{E}_t \phi_{t+1} \delta = \psi_t, \quad (7)$$

que mide el "costo sombra" producido por la ineficacia de la política monetaria en el límite inferior cero. Las condiciones de primer orden con respecto a la inflación y la brecha del producto vienen dadas por las siguientes dos ecuaciones:

$$\mathbb{E}_t \mu_{t+1} = -\beta \left[\lambda \mathbb{E}_t (\pi_{t+1} - \pi^*) - \delta \mathbb{E}_t \phi_{t+2} - \mathbb{E}_t \mu_{t+2} \right], \quad (8)$$

$$\mathbb{E}_t \phi_{t+1} = -\beta \left[\mathbb{E}_t y_{t+1} - (\rho + \alpha \delta) \mathbb{E}_t \phi_{t+2} - \alpha \mathbb{E}_t \mu_{t+2} \right]. \quad (9)$$

Al combinar las ecuaciones (7), (8), y (9) es posible dilucidar la intuición acerca de las limitaciones que la restricción de límite inferior cero impone sobre la política monetaria. En el caso que la restricción del límite inferior cero no está activa, se sabe que $\psi_t = 0$. Esto significa, a partir de la ecuación (7), que ϕ_{t+1} , el multiplicador de Lagrange asociado con la ecuación (2), es cero también. Por lo tanto, la única restricción que importa para el banco central es la asociada a la ecuación (3), que representa el equilibrio entre la estabilización de las desviaciones de tasas de inflación y la brecha del producto. En otras palabras, el

banco central puede neutralizar completamente los choques provenientes de la ecuación IS. Sin embargo, cuando la restricción del límite inferior cero esté activa, entonces $\mathbb{E}_t \phi_{t+1} > 0$, lo que significa que el banco central ya no puede compensar los choques provenientes de la ecuación IS. En este escenario, el banco central tiene que equilibrar tanto los choques que provienen de la ecuación AS como de la ecuación IS.

Kato y Nishiyama (2005) obtienen una derivación analítica de la tasa de interés óptima,

$$i^*(\pi_t, y_t) = \pi_t + \left(\alpha + \frac{\rho\theta_1 + \theta_1 - 1}{\delta\theta_1} \right) y_t + \frac{\theta_1 - 1}{\alpha\delta\theta_1} (\pi_t - \pi^*) + \frac{1}{\delta\theta_1} \sum_{i=0}^{\infty} \theta_2^i \mathbb{E}_t \psi_{t+i}. \quad (10)$$

La ecuación (10) representa la función de reacción óptima fuera de la región límite inferior cero. Los valores de θ_1 y θ_2 son combinaciones de los “parámetros profundos” α , β , y λ . Los tres primeros términos de esta expresión son lineales en la brecha del producto y la tasa de inflación. El último término es el que genera las no linealidades, que surgen de los costos sombra representados por la secuencia de multiplicadores de Lagrange asociados con la restricción de no negatividad, $\{\mathbb{E}_t \psi_{t+i}\}_{i=0}^{\infty}$. Como se ha mencionado, la ecuación (7) nos dice que cuando el valor de este multiplicador es diferente de cero, el banco central no es capaz de compensar los choques provenientes de la ecuación IS.⁶ En otras palabras, las no linealidades están asociadas con la probabilidad de que la restricción del límite inferior cero esté activa en el futuro. Dada la dificultad de obtener una solución de forma cerrada para la política óptima como una función de las desviaciones de la tasa de inflación y la brecha del producto, la solución se obtiene a través de un procedimiento numérico.

2 ESTRATEGIA COMPUTACIONAL

La estrategia numérica sigue a Kato y Nishiyama (2005). Se basa en métodos de colocación (Judd, 1998). La ecuación de Bellman en (6) impone una serie de restricciones que se deben mantener en cada punto del espacio de estados. Esto define un problema de punto fijo de dimensión infinita que se puede discretizar mediante la aproximación de la función de valor como la suma de un conjunto finito de funciones base. Dado que es importante capturar el comportamiento no lineal de las tasas óptimas, la función de valor es aproximada a través de métodos *splines* cúbicos. La obtención de la función de valor implica el cálculo de las expectativas, para los que se usa las técnicas de integración numérica. En particular, se utiliza una técnica de cuadratura gaussiana para aproximar las integrales (Press y otros, 1992). Para el caso de los choques gaussianos, se utiliza el método de cuadratura de Gauss-Hermite, que se encuentran fácilmente en tablas con los valores de nudos y abscisas.

Para el caso de choques de colas anchas se necesita el uso de una distribución que presente exceso de curtosis. Además, esta distribución debe tener momentos finitos (por lo menos hasta el cuarto orden) que sean funciones estables de los parámetros de la distribución, de manera que sea posible calibrar los momentos de orden menor. Para este propósito, se utiliza la familia de distribuciones de potencia exponencial, atribuida a Subbotin (1923).⁷ La forma funcional de esta distribución es:

$$f(x; b, a, m) = \frac{1}{2ab^{\frac{1}{b}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)} \exp\left\{-\frac{1}{b} \left|\frac{x-m}{a}\right|^b\right\}, \quad (11)$$

⁶ Es importante mencionar que es posible expresar $\sum_{i=0}^{\infty} \theta_2^i \mathbb{E}_t \psi_{t+i}$ como función de los estados (π_t, y_t) . Esto significa que aún se puede caracterizar la respuesta óptima como una función (potencialmente no lineal) de estas dos variables.

⁷ Otra opción es la distribución t de Student. No obstante, un problema al que se habría enfrentado a partir de una distribución t es que no presenta momentos acotados con los bajos grados de libertad necesarios para exhibir colas anchas.

CUADRO 1. Calibración del escenario base

Parámetros	Valor	Descripción
λ	20	Peso relativo sobre la variabilidad de la inflación.
β	0.6	Parámetro de preferencia temporal del banquero central.
ρ	1	Persistencia de la dinámica de producción.
δ	0.5	Elasticidad de la tasa real de la producción.
α	-0.02	Pendiente de la curva de Phillips.
σ_v	1.5	Desviación estándar de los choques de AS.
σ_ε	0.15	Desviación estándar de los choques de IS.
π^*	0	Inflación meta.

donde la curtosis depende del parámetro b . Una característica interesante de esta familia de distribuciones es que abarca tanto la distribución gaussiana ($b = 2$) y la distribución de Laplace ($b = 1$). Si $b < 2$, la distribución tiene extremos mayores que los de la distribución gaussiana (es decir, colas anchas).⁸ El parámetro m mide la localización y a mide la escala. $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma.

Debido a la solución numérica seguida en el presente trabajo, el uso de la cuadratura de Gauss para aproximar la distribución de los choques requiere calcular las ponderaciones de cuadratura y abscisas para cada valor del parámetro que controla la forma de la distribución. En este caso, se centra en los choques de Laplace que exhiben un exceso de curtosis de 3, por dos razones. Primero, Fagiolo y otros (2008) encuentran un fuerte apoyo de esta distribución en el análisis de la distribución de un conjunto de series macroeconómicas de las economías de la OCDE; segundo, las reglas de cuadratura pueden ser calculadas para pesos de distribución de Laplace a través de una modificación de las reglas de cuadratura de Laguerre.

3 CALIBRACIÓN Y RESULTADOS

3.1 CALIBRACIÓN

Antes de los ejercicios numéricos, se tiene que establecer los valores de los parámetros del modelo. El Cuadro 1 muestra la calibración del escenario base en que se basa Woodford (2003), de donde se toman los valores de ρ , δ y α . Los parámetros de las desviaciones estándar se obtienen de Adam y Billi (2007), que estiman estos parámetros siguiendo el enfoque de Rotemberg y Woodford (1998). Se mantiene el valor del parámetro de preferencia temporal relativamente bajo, en 0.6, para la calibración del escenario base. Este valor viene de Kato y Nishiyama (2005), quienes encuentran que se necesita un menor valor de β con el fin de garantizar la existencia de una función de reacción de política óptima estacionaria.

Se fija la tasa de inflación objetivo en 0 por ciento. El valor de λ se fija en 20, valor que se toma de Rotemberg y Woodford (1998), donde se realizan ejercicios de robustez de este valor ya que se ha documentado que la política monetaria se vuelve más pesimista durante los períodos de baja inflación, que es la región del espacio de estados asociado a la restricción de límite inferior cero.⁹ Finalmente se realizan ejercicios de robustez para la pendiente de la curva de Phillips (α), la elasticidad de la tasa real de producción (δ), el parámetro de la preferencia temporal de la banca central (β), y las desviaciones

⁸ Para una discusión detallada de las propiedades de esta familia de distribuciones, ver Fagiolo y otros (2008).

⁹ Orphanides y Wilcox (2002) se refieren a este comportamiento como “el enfoque oportunista de la política monetaria”. Martin y Milas (2010) proporcionan evidencia empírica que apoya esta hipótesis para el caso de la política monetaria en los EEUU durante el período de 1983 a 2004.

estándares de los choques en la IS y AS (σ_v y σ_ε). Estos resultados se presentan en la sección 3.4.

3.2 RESULTADOS BAJO CHOQUES GAUSSIANOS

Primero se exploran los resultados bajo choques gaussianos, mostrados en el Gráfico 1 (p. 24). Como se puede observar en el Gráfico 1(a), la función de valor en presencia de la restricción de límite inferior cero no es cuadrática: cuando la brecha de la tasa de inflación y la brecha del producto son negativas, la pérdida del banco central aumenta. En otras palabras, el costo de estabilización que el banco central enfrenta aumenta bruscamente cuando la economía está en este estado, el cual la literatura asocia a una espiral deflacionaria, la razón se remonta a la ecuación (6).

Cuando la restricción de límite inferior cero está activa, el peligro de permanecer en la misma región es alto. La condición de holgura (*slackness condition*) sobre la restricción de no negatividad de las tasas de interés, permite considerar un valor positivo para ψ_t , el multiplicador de Lagrange asociado a esta restricción. Por lo tanto, dentro del límite inferior cero, el banco central podría no ser capaz de compensar los choques provenientes de la ecuación IS. Su ineficacia para estabilizar la economía se refleja en una mayor variabilidad de la producción y variaciones globales de la tasa de inflación y, en consecuencia, una mayor pérdida de bienestar.¹⁰

Asimismo, la función de reacción óptima deja de ser lineal. Como se observa en el Gráfico 1(b), la reacción óptima considera un motivo preventivo. Ahora la tasa de interés fuera de la región del límite inferior cero es no lineal. En el Gráfico 2 (p. 25) se compara la reacción a las desviaciones de la tasa de inflación de la meta y la brecha del producto bajo una regla de Taylor estándar y cuando se toma la restricción del límite inferior cero en consideración. Los paneles (a) a (c) muestran cómo la política óptima se desvía de una regla de política lineal cuando la economía se acerca a la región del límite inferior cero, convirtiéndose en cóncava. Cuando la probabilidad de ser restringido por el límite inferior cero en períodos futuros aumenta, el banco central se vuelve más agresivo en su respuesta a desviaciones de la inflación. Los paneles (d) a (f) muestran cómo la política monetaria se vuelve también más expansiva. Como explican Kato y Nishiyama (2005), este efecto está relacionado con la amenaza de una espiral deflacionaria. Bajo esta amenaza, la tasa de interés del banco central debe ser más expansiva en comparación con la regla de Taylor estándar.

3.3 EL ROL DE LOS CHOQUES DE COLAS ANCHAS

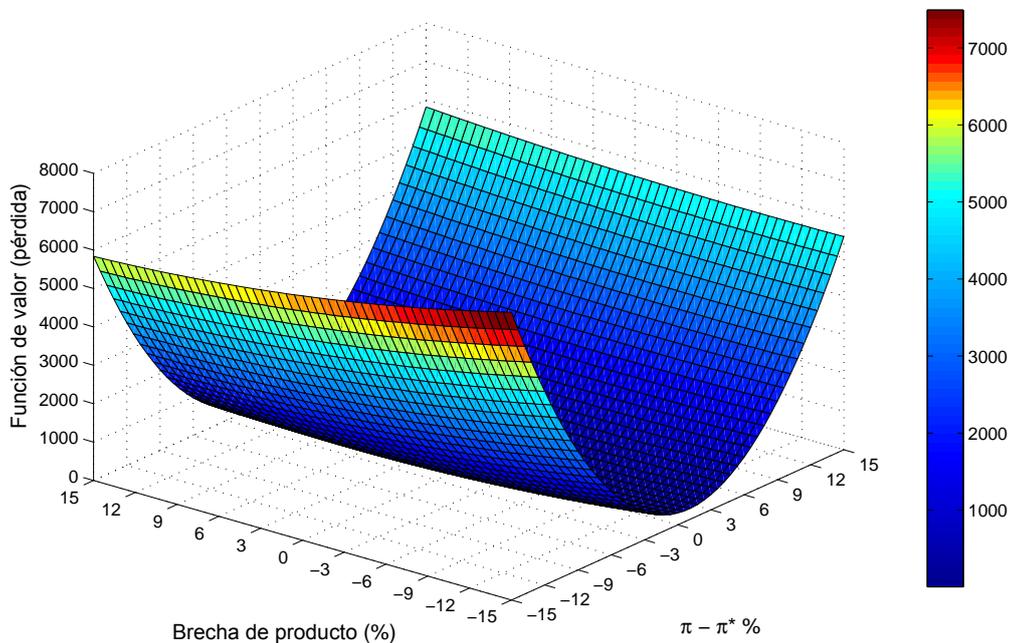
Ahora se estudia cómo la política monetaria óptima predicha por el modelo cambia bajo la presencia de choques de colas anchas. Como se mencionó anteriormente, se evalúa cómo el exceso de curtosis, que modifica la probabilidad de caer en la región del límite inferior cero, afecta el comportamiento óptimo de los bancos centrales.

Debido a que se utiliza un método de solución global se puede obtener la solución del problema para el banquero central en diferentes puntos del espacio de estados. En el Gráfico 3 (p. 26) se muestran las diferencias entre las pérdidas del banco central en virtud de ambas distribuciones asumidas para los diferentes valores de las desviaciones de la inflación, manteniendo constante la brecha del producto. Se encuentra que, lejos de la región límite inferior cero, las pérdidas bajo choques de colas anchas son

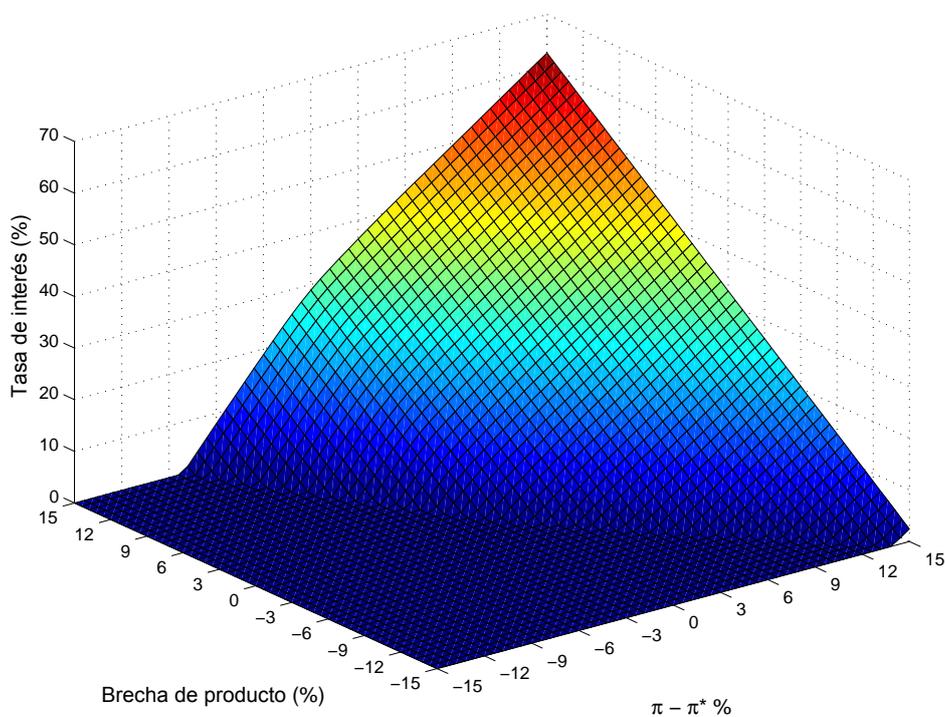
¹⁰ Woodford (2003, cap. 6) explora el problema de la política monetaria bajo la restricción de límite inferior cero en un modelo en el que la restricción de no negatividad se sustituye por una restricción en la variabilidad de la tasa de interés. Los resultados del autor siguen la misma intuición. La restricción (o el objetivo adicional) hace que la estabilización de la tasa de inflación y la brecha del producto sea más difícil de lograr, lo que aumenta su variabilidad y, en consecuencia, la pérdida de bienestar.

GRÁFICO 1. *Funciones de valor y de reacción bajo choques gaussianos*

(a) Función de valor del límite inferior cero

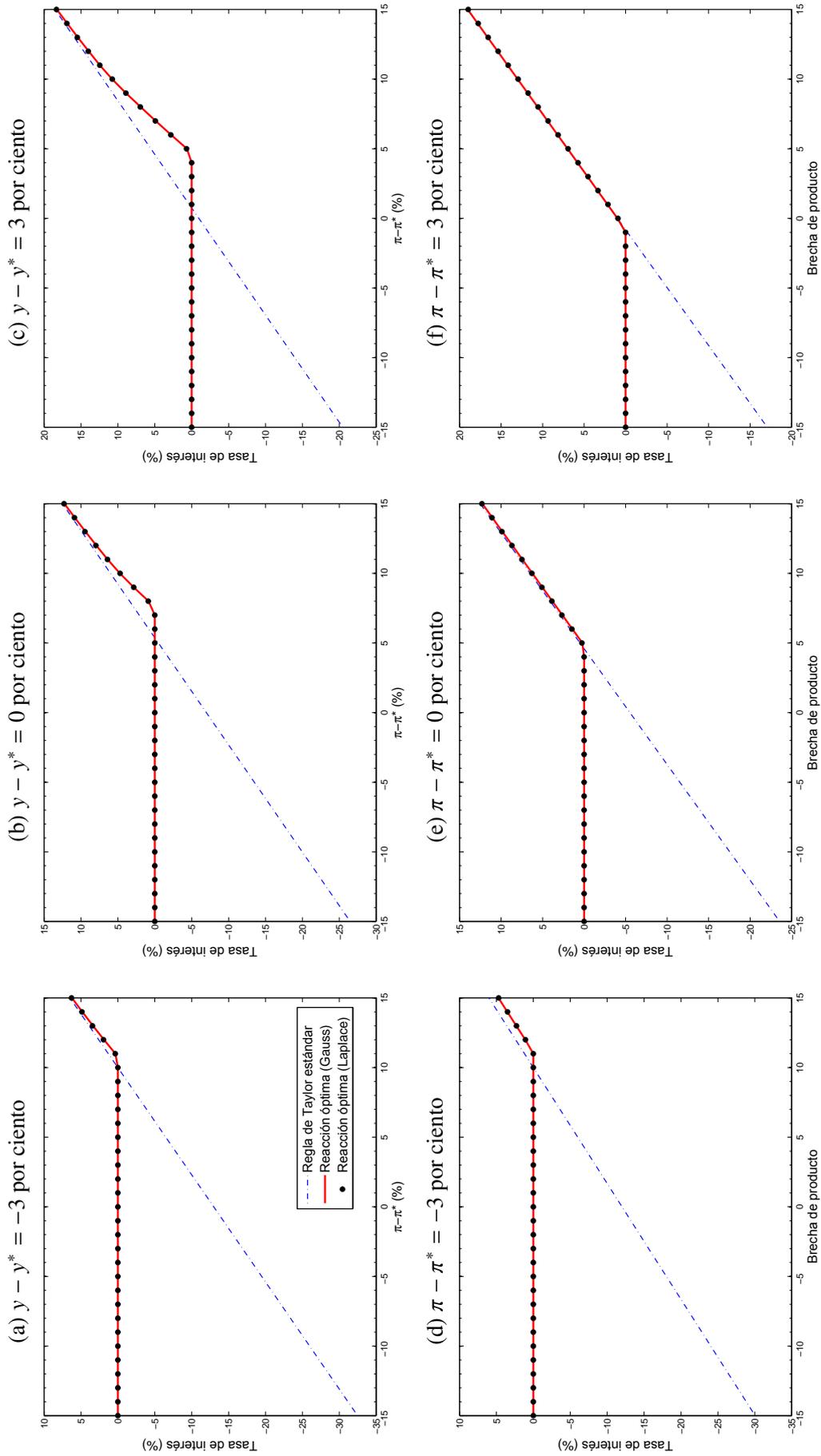


(b) Función de reacción de la política óptima



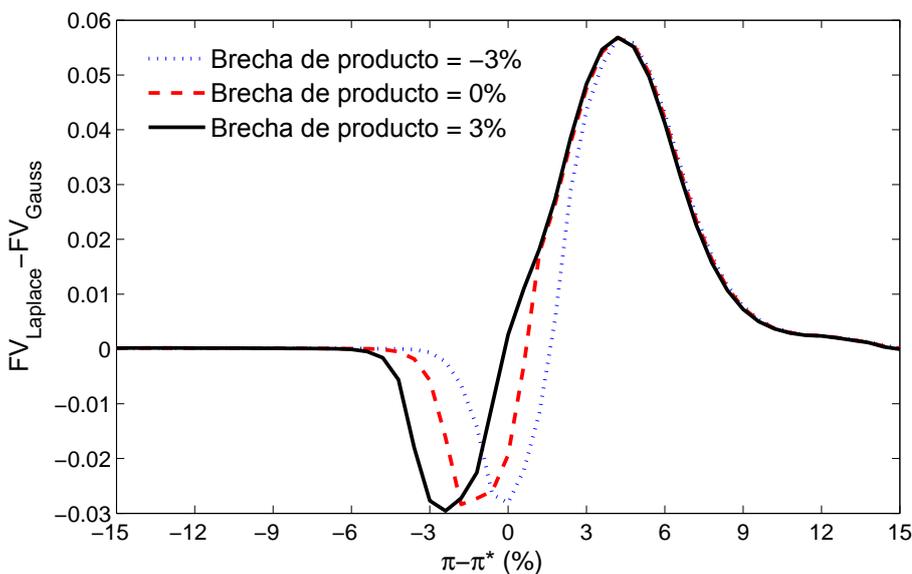
NOTAS: La calibración sigue los valores en el Cuadro 1. La aproximación realiza con 51 puntos para la brecha de producto y 51 puntos para las desviaciones de tasa de inflación.

GRÁFICO 2. Reacción óptima y regla de Taylor bajo choques de Gauss y Laplace



NOTAS: La fila superior muestra la tasa de interés para diferentes tasas de inflación, manteniendo la brecha del producto constante. La fila inferior muestra la tasa de interés para diferentes valores de la brecha del producto, manteniendo la tasa de inflación constante.

GRÁFICO 3. *Función de pérdida del banco central (Laplace – Gauss)*

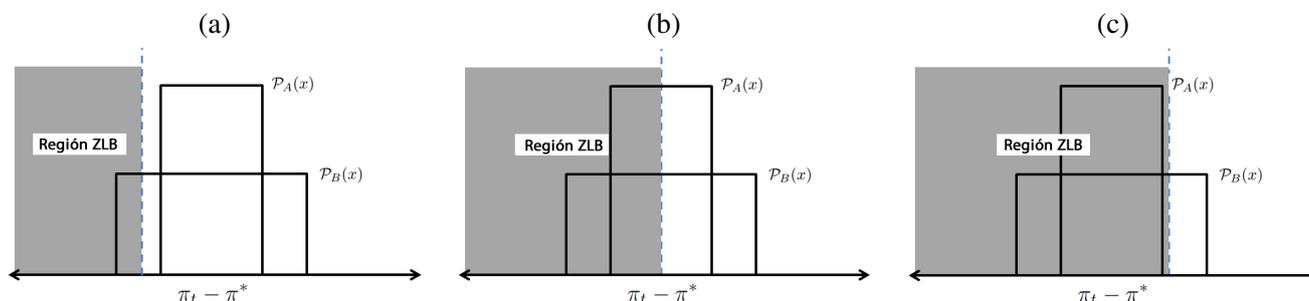


NOTAS: El gráfico muestra la diferencia entre la función de pérdida del banco central (5) bajo choques laplacianos y gaussianos para diferentes valores de las desviaciones de la inflación, manteniendo constante la brecha del producto.

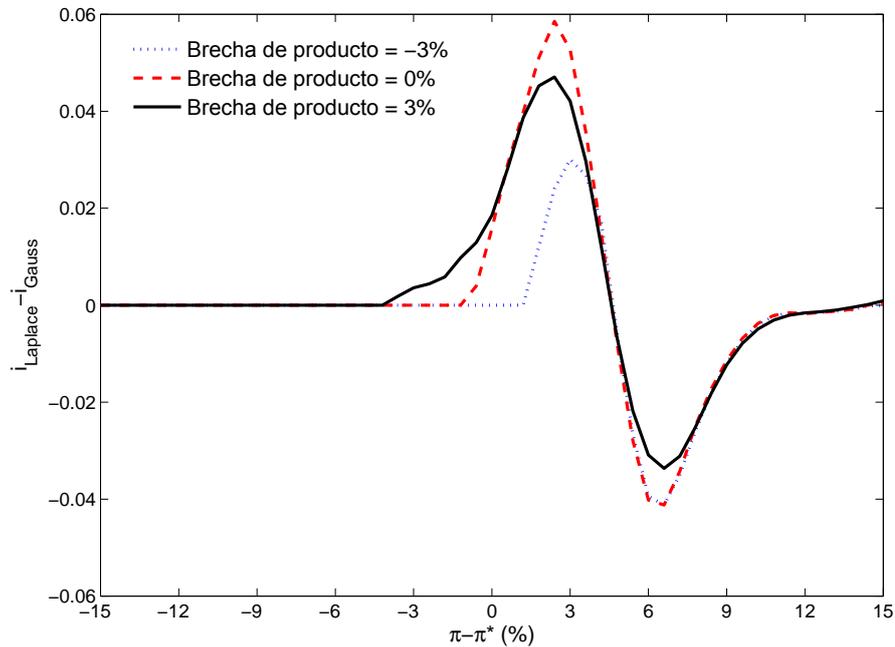
mayores. A medida que la economía se acerca al límite inferior cero, este patrón primero aumenta y luego se revierte. Dentro de la región restringida la diferencia se hace negativa, lo que significa que el banco central tiene una mayor pérdida bajo choques gaussianos. Obsérvese que cuando los valores de la brecha del producto son más bajos, la diferencia entre las funciones de valor se revierten más rápidamente. Este resultado se observa en el Gráfico 4, que presenta un caso simple de cómo las colas anchas interactúan con el peligro de caer o permanecer en la región del límite inferior cero en el período siguiente.

Desde el punto de vista del banco central hay una razón para ser más agresivo bajo choques de Laplace alejados de la región límite inferior cero. A medida que la economía se acerca a esta región, este resultado se revierte, ya que el banco central anticipa que salir de la región del límite inferior cero será más costoso

GRÁFICO 4. *Distribución de los choques y la región límite inferior cero*



NOTAS: Se muestra cómo las colas anchas afectan el riesgo de estar en la región límite inferior cero bajo choques de dos distribuciones diferentes. A medida que la economía se acerca a la región límite inferior cero con altos valores de tasas de inflación, caso (a), el peligro de caer en la región límite inferior cero es mayor en la distribución de cola ancha relativa (P_B). En el caso (b), la probabilidad de estar en la región límite inferior cero en el próximo período es la misma en ambas distribuciones. Por último, el caso (c) muestra que cuando la economía se encuentra dentro de la región límite inferior cero, las distribuciones de colas anchas podrían implicar una mayor probabilidad de abandonar la región restringida.

GRÁFICO 5. Política monetaria óptima (Laplace – Gauss)

NOTAS: El gráfico muestra la diferencia entre las tasas de interés óptimas del problema (5) bajo los choques de distribución laplaciano y gaussiano para diferentes valores de las desviaciones de la inflación, manteniendo constante la brecha del producto.

bajo choques gaussianos. También se puede observar que este patrón se mantiene para las tasas de interés óptimas, presentadas en el Gráfico 5 (p. 27).

La introducción de colas anchas genera un resultado interesante ya que la política monetaria es relativamente menos agresiva bajo choques de colas anchas cerca de la región límite inferior cero. Desde un punto de vista cuantitativo, la diferencia entre ambos casos no es significativa. El Gráfico 2, sugiere que la reacción óptima del banco central prácticamente no es afectada por el cambio en la distribución asumida de los choques. El Gráfico 5 muestra que la diferencia entre las tasas de interés, para los casos considerados, oscila entre 0 y 6 puntos básicos, lejos de los 25 puntos básicos que usan los bancos centrales cuando se anuncian los cambios de política monetaria. Es evidente que se requeriría un mayor exceso de curtosis para generar efectos de una magnitud significativa.¹¹

3.4 ROBUSTEZ

Se consideran parametrizaciones alternativas. El Cuadro 2 (p. 28) reporta las diferencias máximas encontradas entre la política monetaria óptima (discrecional) bajo choques de distribuciones de Laplace y Gauss. En el escenario base, esta distancia es de 7.27. Los resultados no son particularmente sensibles a los cambios en la mayoría de los parámetros. Para el caso de δ , que se asocia con el impacto de la política monetaria sobre la demanda agregada, se encuentra una diferencia máxima entre las políticas óptimas de 34 puntos básicos. Cuando δ es baja, es más difícil para la política monetaria dirigir la economía lejos de la región restringida. Por esta razón el nivel de comportamiento preventivo es más fuerte y la tasa de

¹¹ Debido a la complejidad en la construcción de reglas de cuadratura para distribuciones con mayor exceso de curtosis se deja estos ejercicios para la investigación futura.

CUADRO 2. Robustez frente a parametrizaciones alternativas

Parámetro	Escenario base	Valor	$\max i_{Laplace}^* - i_{Gauss}^* $
α	0.02	0.01	6.13
		0.03	10.54
δ	0.50	0.10	34.44
		0.25	13.08
λ	20	5	6.29
		10	6.78
β	0.60	0.50	6.37
		0.55	6.05
σ_v	1.5	0.5	1.60
		1.0	4.17
σ_ε	0.15	0.1	7.47
		0.5	6.02

NOTAS: Distancia máxima, en puntos básicos, entre las políticas óptimas discretionales bajo choques de distribuciones de Laplace y Gauss. En el escenario base, esta distancia es de 7.27. En cada ejercicio, el valor del parámetro indicado cambia, manteniendo el resto de los valores en la calibración del Cuadro 1. Las tasas de interés óptimas son calculadas para valores de la inflación y de la brecha de producto en el rango $[-15, 15]$. La aproximación se realiza con 31 puntos para ambas variables.

interés es más sensible a la distribución de los choques. Las funciones de pérdida siguen el mismo patrón observado en el Gráfico 3. Del mismo modo, los resultados del Gráfico 2 se mantienen bajo los valores de los parámetros considerados en los ejercicios de robustez: es decir, la reacción óptima es apenas afectada por el cambio en la distribución asumida de los choques.

4 CONCLUSIONES

En este documento se introducen choques con “colas anchas” en un modelo neokeynésiano con una autoridad monetaria que considera la región límite inferior cero en su diseño de la política. Cuando el banco central considera esta restricción explícitamente, la política óptima deja de ser lineal fuera de la región límite inferior cero. Estas no linealidades representan una motivación preventiva, donde el banco central se vuelve más agresivo en un intento de evitar caer en una región en la que la política monetaria se vuelve ineficaz. Fundamental para esta decisión es el riesgo de caer en la región límite inferior cero, que se ve afectado por la distribución de las perturbaciones que afectan a la economía.

Con relación a los choques con mayor curtosis, las no linealidades en la función de reacción podrían surgir más lejos de la región de tasa de interés cero, comparado con el caso de choques gaussianos. A medida que la economía se acerca a la región límite inferior cero, este patrón se revierte, ya que el banco central anticipa que bajo choques gaussianos será más difícil abandonar la región límite inferior cero. Esto significa que la política monetaria, en realidad, sería relativamente menos agresiva cerca de la región límite inferior cero bajo choques de colas anchas. Sin embargo, los efectos del exceso de curtosis son cuantitativamente limitados, puesto que la mayor diferencia en las tasas de interés óptimas halladas fue de 34 puntos básicos. Estos resultados son robustos a variaciones en los valores de los parámetros del modelo.

Los resultados sugieren que, en la configuración actual, la presencia de choques de colas anchas no produce efectos significativos en el diseño óptimo de la política monetaria.

ANEXO: ALGORITMO NUMÉRICO

Para la solución numérica se sigue a [Kato y Nishiyama \(2005\)](#), utilizando un método de colocación para resolver el problema de la ecuación de Bellman. La ecuación de Bellman, dada por (6) es la siguiente:

$$V(\pi, y) = \min_i \{f(\pi, y) + \beta \mathbb{E}V(g(\pi, y, i, \nu, \varepsilon))\}, \quad (12)$$

donde $f(\pi, y)$ representa la pérdida instantánea del banco central. La función $g(\pi, y, x, \nu, \varepsilon)$ representa las leyes del movimiento para las variables de estado $\{\pi, y\}$, que son dadas por las ecuaciones (2) y (3):

$$g(\pi, y, i, \nu, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \rho + \alpha\delta & \delta \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \pi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \\ 0 \end{bmatrix} i + \begin{bmatrix} \nu \\ \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Después de establecer la ecuación de Bellman se procede con la discretización del espacio de estados. En este caso en el intervalo $[-15, 15]$ para ambas variables de estado y se establece un número de nodos de interpolación, que se eligen para ser distribuidos equitativamente. Se tiene que encontrar la forma de aproximarse a la función de valor de ambas partes, por lo tanto, se le pide al algoritmo mantener la igualdad en la ecuación (12) en cada punto de la cuadrícula. El lado izquierdo de la ecuación (LHS del inglés) viene dado por:

$$\text{LHS}_{n_y, n_\pi}(c) = \sum_{k=1}^{N_\pi} \sum_{j=1}^{N_y} c_{kj} \gamma_k^\pi(\pi_{n_\pi}) \gamma_j^y(y_{n_y}) \text{ para cada } (\pi_{n_\pi}, y_{n_y}) \in \text{Nodo}. \quad (14)$$

Aquí, las funciones $\gamma_i^\pi(\pi_{n_\pi})$ y $\gamma_j^y(y_{n_y})$ forman las bases de los *splines*. Por lo tanto, se puede formar una función continua que es un polinomio lineal por tramos con puntos de conexión suaves (ver [Judd, 1998](#), cap. 6).

El lado derecho de la ecuación (RHS del inglés) tiene una estructura similar. Sin embargo, el resultado se ve afectado por las perturbaciones ν y ε , para los cuales se asume una distribución conocida. Como se describió anteriormente, se siguen dos casos. En el primero se supone una distribución normal de los choques, mientras que en el segundo se sigue una distribución de Laplace. Se sigue a una cuadratura de Gauss para el tratamiento de ambos choques. En el primer caso, se utiliza una cuadratura de Gauss-Hermite, que se asocia con los pesos que se distribuyen normalmente. En el segundo, se modifica la cuadratura de Gauss-Laguerre, utilizado para las distribuciones exponenciales. Para reponderar los pesos de cuadratura se puede aproximar una distribución exponencial, para un número par de abscisas. Por lo tanto, el lado derecho de la ecuación (12), viene dado por:

$$\text{LHS}_{n_y, n_\pi}(c) = \min_{i \geq 0} \left[f(\pi_{n_\pi}, y_{n_y}) + \beta \sum_{h_\nu=1}^{M_\nu} \sum_{h_\varepsilon=1}^{M_\varepsilon} \sum_{k=1}^{N_\pi} \sum_{j=1}^{N_y} w_{h_\nu, h_\varepsilon} c_{kj} \gamma_{kj}(g(\pi, y, i, \nu, \varepsilon)) \right], \quad (15)$$

donde la función de valor representada por *b-splines* es la misma que en la ecuación (14), para la consistencia. Sin embargo, ahora se evalúa su valor en el eje de abscisas y los nodos generados por la cuadratura de Gauss. Se lleva a cabo una iteración de la función de valor buscando un punto fijo. La convergencia se logra cuando:

$$\max | V_k(\pi_{n_\pi}, y_{n_y}) - V_{k+1}(\pi_{n_\pi}, y_{n_y}) | < \tau, \quad (16)$$

donde τ es el parámetro de tolerancia igual a 10^{-5} en el ejercicio. Con los valores de i que minimizan

la solución se construye una aproximación cúbica *spline* para el mapeo de las variables de estado con la variable de control. Esto dará lugar a la función de política óptima.

REFERENCIAS

- Adam, K. y R. M. Billi (2007), “Discretionary monetary policy and the zero lower bound on nominal interest rates”, *Journal of Monetary Economics*, 54(3), 728-752.
- Ascari, G., G. Fagiolo, y A. Roventini (2015), “Fat-tail distributions and business-cycle models”, *Macroeconomic Dynamics*, 19(2), 465-476.
- Ball, L. (1999), “Efficient rules for monetary policy”, *International Finance* 2(1), 63-83.
- Blinder, A. S. (2000), “Monetary policy at the zero lower bound: Balancing the risks”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 32(4), 1093-1099.
- Calani, M., K. Cowan, y P. G. Silva (2011), “Inflation targeting in financially stable economies: Has it been flexible enough?”, en Céspedes, L. F., R. Chang y D. Saravia (eds.), *Monetary Policy under Financial Turbulence*, Banco Central de Chile, Serie Banca Central, Vol. 16, 283-368.
- Ceccetti, S. G. (2000), “Making monetary policy: Objectives and rules”, *Oxford Review of Economic Policy*, 16(4), 43-59.
- Eggertsson, G. B. y M. Woodford (2003), “Optimal monetary policy in a liquidity trap”, NBER Working Paper 9968.
- Fagiolo, G., M. Napoletano, y A. Roventini (2008), “Are output growth-rate distributions fat-tailed? Some evidence from OECD countries”, *Journal of Applied Econometrics*, 23(5), 639-669.
- Fernández-Villaverde, J., G. Gordon, P. A. Guerron-Quintana, y J. F. Rubio-Ramírez (2012), “Nonlinear adventures at the zero lower bound”, CEPR Discussion Paper 8972.
- Fuhrer, J. C. y B. F. Madigan (1997), “Monetary policy when interest rates are bounded at zero”, *Review of Economics and Statistics*, 79(4), 573-585.
- Goodfriend, M. (2001), “Financial stability, deflation, and monetary policy”, *Monetary and Economic Studies*, 19(S1), 143-167.
- Hunt, B. y D. Laxton (2004), “The zero interest rate floor (zif) and its implications for monetary policy in Japan”, *National Institute Economic Review*, 187(1), 76-92.
- Judd, K. (1998), *Numerical Methods in Economics*, MIT Press.
- Kato, R. y S.-I. Nishiyama (2005), “Optimal monetary policy when interest rates are bounded at zero”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 29(1-2), 97-133.
- Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Harcourt.
- Kroszner, R. S. (2007), “The conquest of worldwide inflation: Currency competition and its implications for interest rates and the yield curve”, *Cato Journal*, 27(2), 135-147.
- Martin, C. y C. Milas (2010), “Testing the opportunistic approach to monetary policy”, *The Manchester School*, 78(2), 110-125.
- Mishkin, F. S. (2011), “Monetary policy strategy: Lessons from the crisis”, NBER Working Paper 16755.

- Nakov, A. (2008), “Optimal and simple monetary policy rules with zero floor on the nominal interest rate”, *International Journal of Central Banking*, 4(2), 73-127.
- Orphanides, A. y V. Wieland (2000), “Efficient monetary policy design near price stability”, *Journal of the Japanese and International Economies*, 14(4), 327-365.
- Orphanides, A. y D. W. Wilcox (2002), “The opportunistic approach to disinflation”, *International Finance*, 5(1), 47-71.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, y B. P. Flannery (1992), *Numerical recipes in C: The art of scientific computing*, second edition, Cambridge University Press.
- Reifschneider, D. y J. C. Williams (1999), “Implications of the zero bound on interest rates for the design of monetary policy rules”, *Computing in Economics and Finance* 1999 843.
- Rotemberg, J. J. y M. Woodford (1998), “An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy: Expanded version”, NBER Technical Working Paper 0233.
- Subbotin, M. F. (1923), “On the law of frequency of error”, *Mathematicheskii Sbornik*, 31(2), 296-301.
- Svensson, L. E. O. (1997), Inflation forecast targeting: Implementing and monitoring inflation targets”, *European Economic Review*, 41(6), 1111-1146.
- Svensson, L. E. O. (2003), “The inflation forecast and the loss function”, en Mizen, P. (ed.), *Central Banking, Monetary Theory and Practice: Essays in Honour of Charles Goodhart* 1, 135-152, Edward Elgar.
- Taylor, J. (2007), “Housing and monetary policy”, Stanford Institute for Economic Policy Research, Discussion Paper 07-003.
- Woodford, M. (2003), *Interest and prices*, Princeton University Press.