Estabilización Óptima del Tipo de Cambio en una Economía Dolarizada con Meta Inflacionaria[1]

Nicoletta Batini[2] **Paul Levine**[3] **Joseph Pearlman**[4]

Resumen

En este documento construimos un modelo de una economía pequeña y abierta con hogares parcialmente dolarizados en sus tenencias de riqueza en moneda nacional y moneda extranjera como en Felices y Tuesta (2006). En este modelo el grado de dolarización es endógeno al grado de estabilización del tipo de cambio por parte del Banco Central. En este contexto, hemos identificado la respuesta de política monetaria óptima bajo una regla y bajo discreción, y calculamos el grado óptimo de estabilización del tipo de cambio. Estos resultados tienen implicancias de política para economías con dolarización parcial y metas inflacionarias.

Los resultados del modelo sugieren tres lecciones de política. Primero, si bien la dolarización parcial complica la conducción de la política monetaria, la introducción de una meta inflacionaria puede reducir los costos de la estabilidad de precios. Segundo, en una economía parcialmente dolarizada existen ganancias en términos de bienestar de incluir el tipo de cambio en la regla de política monetaria. Tercero, el suavizamiernto del tipo de cambio reduce la posibilidad de múltiples equilibrios bajo dolarización.

Clasificación **JEL**: E52, E37, E58

Palabras clave: economías dolarizadas, política monetaria óptima, control de tipo de cambio, reglas basadas en la proyección de inflación.

---

[1]Este documento es una traducción al español del artículo "Optimal Exchange Rate Stabilization in a Dollarized Economy with Inflation Targets" publicado como Documento de Trabajo BCRP N° 004-2008. Agradecimientos a Mario Soria Sevilla por la traducción al español. Una versión anterior de este documento de trabajo fue presentada en la "12th Conference on Computing in Economics and Finance" en Limassol, Chipre, entre el 22 y 24 de Junio de 2006. Agradecemos el apoyo financiero del ESRC para este proyecto, proyecto N° RES-000-23-1126. Los puntos de vista expresados en este documento no son necesariamente los del FMI. Nos hemos visto beneficiados de la correspondencia sostenida con Guillermo Felices y Vicente Tuesta, y de la retroalimentación de los participantes en la Conferencia CEF y los seminarios sostenidos en la Universidad de Surrey y la Universidad de Durham. También agradecemos al Programa de Investigadores Visitantes del Banco Central de Reserva del Perú por Paul Levine. Asimismo, agradecemos al Banco Central de Reserva del Perú por su hospitalidad y a Paul Castillo, Carlos Montoro y Vicente Tuesta, principalmente, por la estimulante discusión.

[2] Fondo Monetario Internacional, Correo electrónico: nbatini@imf.org

[3] Paul Levine, University of Surrey .

[4] Joseph Pearlman, London Metropolitan University.

1. Introducción

La dolarización es común en varios países emergentes[5]. Bajo la dolarización, hogares, empresas y gobiernos hacen uso extensivo de una segunda moneda -el dólar- para pagar transacciones, prestar, pedir prestado, y ahorrar su riqueza. Adicionalmente, el dólar puede servir como referencia para la fijación de precios en contratos, salarios y activos financieros. Una pregunta que ha recibido considerable atención en los últimos años es ¿cuál es el impacto de la dolarización en la política monetaria? En particular, ¿es posible alcanzar una meta explícita de inflación cuándo la economía esta dolarizada? Entre las economías altamente dolarizadas, hasta el momento sólo Perú persigue una meta explícita numérica para la inflación a través de una política monetaria independiente. Sin embargo, muchas economías dolarizadas están pensando en adoptar metas inflacionarias, por lo que las respuestas a estas preguntas son de gran importancia práctica.

Este documento busca contribuir en estos temas al evaluar la regla óptima de política monetaria para bancos centrales con metas de inflación en una economía que usa tanto moneda nacional como dólares como medio de pago, un fenómeno conocido como "sustitución monetaria" o "dolarización de transacciones". Con este fin analizamos las consecuencias en el bienestar bajo distintas reglas usando un modelo de equilibrio general estocástico y dinámico de dos países como en Felices y Tuesta (2006), donde los hogares utilizan dos monedas para realizar transacciones y, la cantidad de dólares mantenida por los hogares depende de la medida en que el banco central suaviza el tipo de cambio entre las dos monedas.

El documento presenta seis partes. La sección 2 provee un breve resumen de la literatura relacionada. La sección 3 plantea el modelo utilizado. La sección 4 presenta los resultados analíticos respecto a la estabilidad y la determinación de varias reglas simples de tasas de interés. La sección 5 presenta los resultados cuantitativos para políticas óptimas bajo compromiso y reglas de discrecionalidad y para las reglas simples optimizadas que son analizadas en la sección 4. La sección 6 concluye y resume los principales resultados.

[5] Ver Reinhart et al. (2003), y Batini y Laxton (2005).

2. Literatura Relacionada

En la literatura el término “dolarización” a menudo ha sido utilizado alternativamente para indicar que el dólar (o generalmente una moneda extranjera) sirve como unidad de cuenta (“dolarización real” o “dolarización de precios”), como depósito de valor (“dolarización financiera”), o como medio de cambio (“dolarización de transacciones”). En este documento nos enfocamos en el último tipo de dolarización, también conocida como “sustitución monetaria”. En este caso, los dólares son aceptados como medio de pago al igual que la moneda nacional. Este tipo de dolarización es típico en economías con altos niveles de inflación, donde existe un alto costo de oportunidad de poseer la moneda local. En estas economías el dólar se mantiene como el medio de pago preferido para bienes raíces, automóviles y otros bienes durables, inclusive cuando la inflación se encuentra estabilizada, por histéresis, y el hecho de que una vez que el dólar se convierte en una moneda ampliamente utilizada, se convierte en una moneda necesaria para realizar transacciones, promoviendo su uso para todos los pagos.

El conocimiento convencional establece que el banco central puede llevar una política monetaria independiente (mediante el manejo de agregados monetarios o mediante metas de inflación) cuando existe dolarización “real” o “financiera” o ambas. Sin embargo, en ambos casos la transmisión de la política monetaria es diferente que en el caso de una economía no dolarizada. En este sentido las variaciones en el tipo de cambio tienen un fuerte impacto en las expectativas de inflación o en la actividad real o en ambas. Esto debe ser tomado en cuenta cuando se establecen las condiciones monetarias en respuestas a los choques, a pesar de que no se requieren cambios intrínsecos en la estrategia operacional para alcanzar la estabilidad de precios utilizada en economías no dolarizadas (ver Ize, 2005; Reinhart et al, 2003; y Armas y Grippa, 2006). Por lo tanto, la pregunta si el banco central debe prestar más atención al tipo de cambio en las economías dolarizadas, es simplemente una variación de la pregunta si los bancos centrales que buscan la estabilidad de precios (general) deben responder o no a los precios de activos donde el tipo de cambio es uno de ellos.

Es considerablemente más difícil que un esquema de meta de inflación sea exitoso con dolarización de transacciones que con otras formas de dolarización. Si los dólares son el único medio de pago aceptado, los agentes ganan en dólares y gastan en dólares. En este caso, la tasa de interés relevante para la decisión de consumo intertemporal (y por lo tanto la demanda agregada) es la tasa de interés de ahorros en dólares. A pesar de que la política monetaria puede aún determinar la tasa de interés en moneda nacional, porque tiene el monopolio de la oferta monetaria en moneda nacional, no puede afectar la tasa de interés en dólares. Esto depende en gran medida de la cantidad de dólares en la economía –que, sin control de capitales, es una función de activos externos netos del país. Adicionalmente, en este escenario, las expectativas de inflación no están asociadas a los cambios en las condiciones monetarias domésticas, sino dependen de las expectativas de cambios en la liquidez en dólares generados exógenamente. Además, a pesar de que la política monetaria puede afectar el tipo de cambio al incrementar el diferencial de tasas de interés entre activos denominados en moneda doméstica y aquellos denominados en dólares, no tiene efecto en la inflación doméstica ya que todas las variables nominales ya están expresados en dólares. Por lo tanto, el único régimen de política monetaria compatible en el corto plazo con dolarización de transacciones alta o completa es un esquema de tipo de cambio fijo.

Existe actualmente una corriente de literatura empírica sobre dolarización de transacciones, que analiza sus causas y consecuencias en el manejo de política. Los principales hallazgos muestran que la dolarización de transacciones contribuye a la volatilidad del tipo de cambio y reduce el poder de manejar anclas nominales en moneda doméstica, porque presiona a los formuladores de política monetaria a intervenir más en el mercado cambiario (ver por ejemplo Artis y Gazioglu, 1986; Calvo y Vegh, 1992; Savastano, 1999; y Luboš y Melecký, 2001, entre otros). Desde un punto de vista teórico, la literatura sobre dolarización tiende a mirar a la dolarización como una decisión de política, tratando de responder a la pregunta de si una dolarización total brinda algún beneficio. Un resultado en común es que la dolarización es una mala idea, a menos que el banco central carezca de credibilidad. Por ejemplo, Schmidt-Grohe y Uribe (2001) comparan los costos de bienestar en los ciclos económicos en las economías dolarizadas frente a las economías emergentes con distintos esquemas monetarios, y descubren que la dolarización es la menos exitosa de los esquemas de política monetaria considerados. De manera similar, Chang y Velasco (2003) desarrollan un modelo simple para demostrar que, bajo una total credibilidad, la dolarización representa una pérdida de independencia de política monetaria y del señoreaje -que como Chang (2000) muestra ha sido bastante elevado en países de Latinoamérica- aunque los resultados son ambiguos respecto si el tema de credibilidad está ausente. Simulaciones en modelos de equilibrio general para economías dolarizadas en Duncan (2003), indican que la dolarización total incrementa la volatilidad real -especialmente en el producto y la inversión- y la volatilidad del déficit fiscal, elevando el riesgo país. En esto, Sims (2002) encuentra que la dolarización probablemente eleva el costo del financiamiento fiscal, creando incentivos para mayor gasto fiscal y tiene consecuencias ambiguas en la estabilidad del sistema financiero, en parte, porque reduce el rango de los activos disponibles por el sector privado para mitigar riesgos. De manera importante, la dolarización elimina la capacidad del banco central del país para proveer liquidez de emergencia en el caso de una crisis bancaria doméstica (Chang, 2000).

En la práctica, sin embargo, en muchos países las transacciones en dólares (y también con otras formas de dolarización) son una incómoda realidad en lugar de una decisión de política. ¿Cuál es la política monetaria óptima en estos casos? Este documento plantea esta pregunta examinando si -una vez que el banco central adopta un esquema de meta inflacionaria- para una economía con múltiples monedas como medio de cambio, su bienestar es superior en el uso de reglas, respondiendo a la inflación esperada, y suavizar el tipo de cambio como se ejecuta en países con sustitución de monedas y metas de inflación como Perú.

3. El modelo

El modelo es bastante estándar más allá de las preferencias por saldos monetarios reales, en concordancia con Felices y Tuesta (2006). Existen dos bloques asimétricos y de diferente tamaño con diferentes preferencias en los hogares y tecnologías. La economía pequeña y abierta se define en el límite en el cual el tamaño relativo del bloque de mayor tamaño tiende al infinito. Existen dos vías por donde el modelo de una economía abierta estándar conlleva resultados interesantes. Por un lado, el dinero entra a la utilidad de manera no separable. Por otro lado, existe un bloque de desarrollo con un componente de tenencias en dólares dentro de la función de utilidad. Existen mercados de activos completos. El índice de consumo en cada bloque es de la forma CES anidado de Dixit-Stiglitz con componentes domésticos e importados, que consisten en una canasta de productos diferenciados para cada bloque. Los productores de bienes y la oferta de trabajo de los hogares tienen poder monopólico y fijan precios en su propia moneda. Finalmente, existen rígideces de precios.

3.1 Hogares

Normalizando la población total a la unidad, existen ν hogares en el bloque "doméstico" y $(1-\nu)$ hogares en el bloque extranjero. Un hogar representativo h en el bloque doméstico maximiza:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U\left(C_t(h), H_t, \frac{M_{H,t}(h)}{P_t}, \frac{M_{F,t}(h) S_t}{P_t}, N_t(h), \varepsilon_{C,t}, \varepsilon_{M_H,t}, \varepsilon_{M_F,t}, \varepsilon_{N,t} \right) \tag{1}$$

Donde E_t es el operador esperanza que indica las expectativas que se forman en el tiempo t, β es el factor de descuento de los hogares, $C_t(h)$ es el índice Dixit-Stiglitz del consumo definido posteriormente en (4), $H_t = hC_{t-1}$ es el hábito externo, $M_{H,t}(h)$ y $M_{F,t}(h)$ son los saldos nominales de final de periodo en moneda nacional y extranjera, respectivamente, P_t es el índice de precios de Dixit-Stiglitz definido posteriormente en (13), S_t es el tipo de cambio nominal y $N_t(h)$ son el número de horas trabajadas. $\varepsilon_{C,t}$ es el choque de preferencias en la utilidad marginal de consumo y $\varepsilon_{M_H,t}$, $\varepsilon_{M_F,t}$ y $\varepsilon_{N,t}$ son choques de demanda para moneda nacional, moneda extranjera y oferta de trabajo, respectivamente.

La utilidad intertemporal para el hogar "extranjero" representativo es definida analáloga y simétricamente y las variables correspondientes (como el consumo) están definidas por $C_t^*(h)$, etc.

Un hogar representativo h debe obedecer la siguiente restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} &P_t C_t(h) + E_t(Q_{t,t+1} D_{t+1}(h)) + M_{H,t}(h) + M_{F,t}(h) S_t \\ &= W_t(h) N_t(h) + D_t(h) + M_{H,t-1}(h) + M_{F,t-1}(h) S_t + \Gamma_t(h) - T_t \end{aligned} \tag{2}$$

$D_{t+1}(h)$ es una variable aleatoria que denota el pago de un portafolio comprado en el momento t y $Q_{t,t+1}$ es el precio del periodo-t de un activo que paga una unidad de moneda doméstica en un momento específico del periodo $t+1$ dividido por la probabilidad de ocurrencia de ese estado dada la información disponible en el periodo t.[6] $W_t(h)$ es el salario, T_t es la tasa fija de impuestos y $\Gamma_t(h)$ son los dividendos de la posesión de las firmas.

Asumimos la existencia de un bono nominal libre de riesgo de un periodo denominado en moneda nacional con una tasa de interés nominal R_t en el intervalo $[t, t+1]$, por lo que el arbitraje considera que $E_t Q_{t,t+1} = \frac{1}{1+I_t}$. Adicionalmente, si asumimos que la oferta de trabajo de los hogares

[6] Para la definición de activos estado-contingentes ver Galí (2007), pp. 153-154.

está diferenciada con una elasticidad de oferta η, entonces (como veremos debajo) la demanda por cada oferta de trabajo ofrecida por los consumidores por ν_H hogares idénticos está dada por

$$N_t(h) = \left(\frac{W_t(h)}{W_t}\right)^{-\eta} N_t \tag{3}$$

Donde $W_t = \left[\frac{1}{\nu}\sum_{r=1}^{\nu} W_t(h)^{1-\eta}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}$ y $N_t = \left[\left(\frac{1}{(1-\nu)}\right)\sum_{r=1}^{\nu} N_t(h)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$ son el índice de salario promedio y el empleo promedio, respectivamente.

Sea el número de bienes diferenciados producidos en los bloques domésticos y externos n y $(1-n)$ respectivamente, previa normalización del número total de bienes en el mundo a la unidad. Asumimos también que el ratio hogares a firmas es el mismo en cada bloque. Entonces, n y $(1-n)$ (o ν y $(1-\nu)$) son medidas de tamaño. El índice de consumo per cápita del bloque de hogares esta dado por

$$C_t(h) = \left[\mathrm{w}_H^{\frac{1}{\mu}} C_{H,t}(h)^{\frac{\mu-1}{\mu}} + (1-\mathrm{w}_H)^{\frac{1}{\mu}} C_{F,t}(h)^{\frac{\mu-1}{\mu}}\right]^{\frac{\mu}{\mu-1}} \tag{4}$$

Donde μ es la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos y extranjeros,

$$C_{H,t}(h) = \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\zeta}} \sum_{f=1}^{n} C_{H,t}(f,h)^{(\zeta-1)/\zeta}\right]^{\zeta/(\zeta-1)} \tag{5}$$

$$C_{F,t}(h) = \left[\left(\frac{1}{1-n}\right)^{\zeta} \sum_{f=1}^{n} C_{F,t}(f,h)^{(\zeta-1)/\zeta}\right]^{(\zeta-1)/\zeta} \tag{6}$$

Donde $C_{H,t}(f,h)$ y $C_{F,t}(f,h)$ denotan el consumo del hogar h de la variedad f de productos producidos en los bloques H y F respectivamente, ζ es la elasticidad de sustitución entre las variedad de cada bloque (hay que notar que la elasticidad es igual para ambos bloques).

Análogamente las expresiones se mantienen para el bloque externo. Los pesos en la canasta de consumo en los dos bloques están definidos por

$$w_H = 1-(1-n)(1-w_H) \tag{7}$$

$$w_F = 1-n(1-w_F) \tag{8}$$

En (7) y (8), $w_H, w_F \in [0,1]$ son parámetros que capturan el grado de "sesgo" en ambos bloques. Si $w_H = w_F = 1$ tenemos autarquía, mientras si $w_H = w_F = 0$ nos da un caso de integración perfecta. Cuando $\mu \to 1$ nos aproximamos a una función de utilidad tipo Cobb-Douglas $C_t(h) = w_H{}^{w_H}(1-w_H)^{-(1-w_H)} C_{H,t}(h)^{w_H} C_{F,t}(h)^{1-w_H}$ como en Clarida et al. (2002).

En el límite, el país de origen se convierte en pequeño cuando $n \to 0$ y $\nu \to 0$. Entonces $w_H \to \omega_H$ y $w_F \to 1$. Por lo tanto, el bloque externo se vuelve una economía cerrada siempre y cuando exista un grado de sesgo doméstico y $\omega_H > 0$, el bloque doméstico sigue consumiendo los bienes producidos domésticamente.

Si $P_{H,t}(f)$, $P_{F,t}(f)$ son los precios en moneda nacional de los bienes producidos por la firma f en el bloque relevante, por lo tanto la decisión intertemporal óptima está dada por los siguientes resultados estándares:

$$C_{H,t}(f,h) = \left(\frac{P_{H,t}(f)}{P_{H,t}}\right)^{-\zeta} C_{H,t}(h); \;\; C_{F,t}(f,h) = \left(\frac{P_{F,t}(f)}{P_{F,t}}\right)^{-\zeta} C_{F,t}(h) \tag{9}$$

$$C_{H,t}(h) = \mathrm{w}_H\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\mu} C_t(h); \;\; C_{F,t}(h) = (1-\mathrm{w}_H)\left(\frac{P_{F,t}}{P_t}\right)^{-\mu} C_t(h) \tag{10}$$

Donde los índices de precios agregados para paquetes de consumo doméstico y extranjero están dados por

$$P_{H,t} = \left[\tfrac{1}{n}\textstyle\sum_{f=1}^{n} P_{H,t}(f)^{1-\zeta}\right]^{\frac{1}{1-\zeta}} \tag{11}$$

$$P_{F,t} = \left[\tfrac{1}{1-n}\sum_{f=1}^{1-n} P_{F,t}(f)^{1-\zeta}\right]^{\frac{1}{1-\zeta}} \tag{12}$$

Y el índice de precios al consumidor doméstico P_t está dado por

$$P_t = \left[\mathrm{w}_H (P_{H,t})^{1-\mu} + (1-\mathrm{w}_H)(P_{F,t})^{1-\mu}\right]^{\frac{1}{1-\mu}} \tag{13}$$

De forma similar, el bloque extranjero tiene

$$P_t^* = \left[\mathrm{w}_F (P_{F,t}^*)^{1-\mu^*} + (1-\mathrm{w}_F)(P_{H,t}^*)^{1-\mu^*}\right]^{\frac{1}{1-\mu^*}} \tag{14}$$

Permitamos a S_t ser el tipo de cambio nominal. La ley de un solo precio se aplica a los productos diferenciados tal que $\frac{S_t P_{F,t}^*}{P_{F,t}} = \frac{S_t P_{H,t}^*}{P_{H,t}}$. Entonces, el tipo de cambio real $RER_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t}$ y los términos de intercambio, definidos como la relación doméstica de precios relativos entre importaciones y exportaciones $\mathsf{T}_t = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}}$, están relacionadas por la siguiente expresión:[7]

$$RER_t \equiv \frac{S_t P_t^*}{P_t} = \frac{\left[\mathrm{w}_F + (1-\mathrm{w}_F)\mathsf{T}_t^{\mu^*-1}\right]^{\frac{1}{1-\mu^*}}}{\left[1-\mathrm{w}_H + \mathrm{w}_H \mathsf{T}_t^{\mu-1}\right]^{\frac{1}{1-\mu}}} \tag{15}$$

Por lo tanto, si $\mu = \mu^*$, entonces $RER_t = 1$ y se aplica la ley de un solo precio para los índices agregados si $\mathrm{w}_F = 1-\mathrm{w}_H$. Esta condición se cumple si no hay sesgo doméstico. Si existe un sesgo doméstico, el tipo de cambio real se aprecia (RER_t disminuye) cuando los términos de intercambio se deterioran.

Asumimos que los salarios son flexibles. Por lo que maximizando (1) sujeto a (2) y (3), tratando al hábito como exógeno, e imponiendo simetría para los hogares (tal que $C_t(h) = C_t$, etc), brinda los siguientes resultados[8]

[7] La definición de los términos de intercambio utilizada aquí es la inversa de la utilizada en el BCRP.
[8] Para derivar la ecuación (16) (ecuación de Euler) asumimos que existan activos de Arrow ("Arrow securities"). Para una definición ver Allen y Gale, 2007, capítulo 2.

$$Q_{t,t+1} = \beta \frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{16}$$

$$U_{M_H,t} = U_{C,t}\left[\frac{I_t}{1+I_t}\right] \tag{17}$$

$$U_{M_F,t} = U_{C,t}\left[\frac{I_t^*}{1+I_t^*}\right] \tag{18}$$

$$\frac{W_t}{P_t} = -\frac{\eta}{(\eta-1)}\frac{U_{N,t}}{U_{C,t}} \tag{19}$$

Donde $U_{C,t}$, $U_{M_H,t}$, $U_{M_F,t}$, y $-U_{N,t}$ son la utilidad marginal del consumo, las tenencias de dinero en ambas monedas y la desutilidad marginal del trabajo respectivamente. Tomando las expectativas de (16) obtenemos una regla de la familia Keynes-Ramsey:

$$1 = \beta(1+I_t)E_t\left(\frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right) \tag{20}$$

En (17) la demanda por saldos monetarios depende positivamente del hábito de consumo y negativamente frente a la tasa de interés nominal. Si, como es común en la literatura, se adopta una función de utilidad que es separable en las tenencias de dinero, entonces dado cierto escenario posterior para el banco central e ignorando el señoreaje en la restricción presupuestaria del gobierno, la demanda de dinero es completamente recursiva al resto del sistema descrito en nuestro modelo macroeconómico. Sin embargo, una función de utilidad separable es inverosímil (ver Woodford (2003), capítulo 3, sección 3.4) y siguiendo a Felices y Tuesta (2006) no seguiremos esta ruta. En (19) el salario real disponible es proporcional a la tasa marginal de sustitución entre el consumo y el ocio, $-\frac{U_{N,t}}{U_{C,t}}$, esta proporción constante refleja el poder de mercado de los hogares que proviene de la oferta monopolística de un factor de insumo diferenciado con elasticidad η.

3.2 Productores nacionales

En el sector de bienes domésticos cada bien diferenciado f es producido por una sola firma f usando sólo mano de obra diferenciada con una función de producción de retornos constantes en tecnología CES:

$$Y_t(f) = A_t\left[\left(\frac{1}{\nu}\right)^{\frac{1}{\eta}}\sum_{r=1}^{\nu} N_t(f,h)^{(\eta-1)/\eta}\right]^{\eta/(\eta-1)} \equiv A_t N_t(f) \tag{21}$$

Donde $N_t(f,h)$ es el insumo de trabajo del tipo r de la firma f y A_t es el choque exógeno que captura los cambios en la tendencia del factor de productividad en el sector. Minimizando costos $\sum_{f=1}^{\nu_H} W_t(h)N_t(f,h)$ se obtiene que la demanda de trabajo para cada firma f es

$$N_t(f,h) = \left(\frac{W_t(h)}{W_t}\right)^{-\eta} N_t(f) \tag{22}$$

Y agregando respecto a las firmas se obtiene la demanda de trabajo, como se muestra en (3).[9] El producto per cápita por bloque de hogar esta dado por

$$Y_t = A_t N_t \tag{23}$$

En un equilibrio de hogares iguales, todos los salarios se ajustan al mismo nivel W_t. Para un análisis posterior es útil definir el costo marginal real (MC) como el salario relativo al precio del productor nacional. Usando (19) y (23) podemos escribirlo como

$$\mathrm{MC}_t \equiv \frac{W_t}{A_t P_{H,t}} = -\frac{\eta}{(\eta-1)}\frac{U_{N,t}}{U_{C,t}}\left(\frac{P_t}{P_{H,t}}\right) \tag{24}$$

---

[9] Notar que $N_t = \frac{1}{\nu}\sum_{f=1}^{n} N_f(f) = \left[\left(\frac{1}{\nu}\right)\sum_{r=1}^{\nu} N_t(h)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$, entonces en un equilibrio simétrico de firmas y hogares idénticos $nN_t(f) = \nu N_t(h)$. Tal equilibrio simétrico se aplica para un caso de precios flexibles de nuestro modelo, pero no para un caso de precios rígidos donde en cada punto del tiempo algunas firmas están sujetas a contratos de precios y salarios, pero otras reoptimizan estos contratos.

Respecto a la fijación de precios, asumimos que existe la probabilidad de $1-\xi_H$ en cada periodo que el precio de cada bien f se fije de manera óptima a $\hat{P}_{H,t}(f)$. Si el precio no se reoptimiza, entonces se mantiene constante.[10] Para cada producto f el objetivo es que en el tiempo t se elija $\hat{P}_{H,t}(f)$ que maximiza el valor presente de sus beneficios.[11]

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \xi_H^k Q_{t,t+k} Y_{t+k}(f) \left[\hat{P}_{H,t}(f) - P_{H,t+k} \mathrm{MC}_{t+k} \right] \tag{25}$$

Donde $Q_{t,t+k}$ es el factor de descuento en el intervalo $[t, t+k]$, sujeto a una demanda común[12] de pendiente decreciente por parte de los consumidores domésticos e importadores extranjeros de elasticidad ζ como en (9). La solución de este problema es

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \xi_H^k Q_{t,t+k} Y_{t+k}(f) \left[\hat{P}_{Ht}(f) - \frac{\zeta}{(\zeta-1)} P_{H,t+k} \mathrm{MC}_{t+k} \right] = 0 \tag{26}$$

y por la ley de los grandes números la evolución del índice de precios está dada por

$$P_{H,t+1}^{1-\zeta} = \xi_H \left(P_{H,t} \right)^{1-\zeta} + (1-\xi_H)(\hat{P}_{H,t+1}(f))^{1-\zeta} \tag{27}$$

3.3 El Equilibrio

En equilibrio, los mercados de bienes, mercados de dinero y mercados de bonos se aclaran. Equilibrando la oferta y la demanda para los consumidores de bienes y asumiendo que el gasto de gobierno va exclusivamente a bienes domésticos obtenemos

$$Y_t = C_{H,t} + \frac{1-\nu}{\nu_H} C_{H,t}^* + G_t \tag{28}$$

---

[10] Por lo que podemos interpretar $\frac{1}{1-\xi_H}$ como la duración promedio de los precios que se mantienen sin cambios.

[11] El símbolo E_t indica el operador de expectativas al tiempo t.

[12] Recordemos que hemos impuesto una condición de simetría $\zeta = \zeta^*$ en este punto; i.e., la elasticidad de sustitución entre bienes diferenciados producidos entre cualquier bloque es la misma para los consumidores en ambos bloques.

Donde el gasto per cápita del gobierno (G_t) es exógeno. En este primer modelo la política fiscal es rudimentaria: un presupuesto del gobierno balanceado

$$P_{H,t}G_t = M_{H,t} - M_{H,t-1} + T_t \tag{29}$$

completa el modelo.

Dadas las tasas de interés nominales I_t, I_t^* la oferta monetaria es determinada por el banco central para que se acomode a la demanda de dinero. Por la Ley de Walras podemos dispensar de la condición de equilibrio del mercado de bonos, por lo que el equilibrio está definido en $t=0$ como secuencias estocásticas C_t, C_{Ht}, C_{Ft}, P_{Ht}, P_{Ft}, P_t, $M_{H,t}$, $M_{F,t}$, W_t, Y_t, N_t, P_{Ht}^0, con sus 12 contrapartes extranjeras C_t^*, etc, RER_t y S_t están dados por los índices de precios previos y los procesos exógenos ε_t, $\varepsilon_{M,t}$, $\varepsilon_{M^*,t}$, $\varepsilon_{N,t}$, A_t, G_t, y sus contrapartes extranjeras.

De (16) y su contraparte extranjera obtenemos

$$Q_{t,t+1} = \beta \frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} = \beta \frac{(U_{C,t+1})^*}{(U_{C,t})^*} \frac{P_t^* S_t}{P_{t+1}^* S_{t+1}} \tag{30}$$

Definimos $z_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t} \frac{U_{C,t}}{(U_{C,t})^*}$. Entonces asumiendo tenencias iniciales idénticas de riqueza en ambos bloques, (30) implica que $z_{t+1} = z_t = z_0$ donde el consumo inicial relativo denominados en precios en moneda nacional reflejan las diferencias iniciales de riqueza de los dos bloques. Por lo tanto[13]

$$\frac{U_{C,t}}{(U_{C,t})^*} = \frac{z_0 P_t}{S_t P_t^*} = \frac{z_0}{RER_t} \tag{31}$$

[13] (31) es la razón de riesgo del consumo, dado que calcula la tasa marginal de sustitución de precios relativos, como se obtendría si la utilidad fuera maximizada conjuntamente por un planificador social (ver Sutherland (2002)). La condición (31) (“risk-sharing condition”), sigue imediatamente la (30), que, a su vez, es una consecuencia del supuesto de mercados completos. Denota que (20) y (31) juntas implican una condición de tasas de interés descubierta (ver Benigno y Benigno, 2001).

3.4 La Especialización de la Función de Utilidad de los Hogares

La utilidad de un periodo en (1),

$U\left(C_t(h) - hC_{t-1}, \frac{M_{H,t}(h)}{P_t}, \frac{M_{F,t}(h)S_t}{P_t}, N_t(h), \varepsilon_t, \varepsilon_{M_H,t}, \varepsilon_{M_F,t}, \varepsilon_{N,t}\right)$ en (1) es ahora especializada a:

$$U \equiv (\varepsilon_t + 1)\left[\frac{\Phi(h)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + (\varepsilon_{N,t} + \kappa)\frac{N_t(h)^{1+\phi}}{1+\phi}\right] \quad (32)$$

Donde

$$\Phi(h) \equiv \left[b(C_t(h) - hC_{t-1})^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-b)Z_t(h)^{\frac{\theta-1}{\theta}}\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (33)$$

$$Z_t(h) \equiv \left[a\left(\frac{(\varepsilon_{M_H,t}+1)M_{H,t}(h)}{P_t}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-a)\left(\frac{(\varepsilon_{M_F,t}+1)S_t M_{F,t}(h)}{P_t}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}\right]^{\frac{\chi}{\chi-1}} \quad (34)$$

Entonces de (17) y (18) la demanda relativa por moneda extranjera y nacional es

$$\mathrm{RF}_t \equiv \frac{M_{F,t}S_t}{M_{H,t}} = \left(\frac{I_t^*(1+I_t)a}{(1+I_t^*)I_t(1-a)}\right)^{-\chi} \quad (35)$$

La característica importante de la función de utilidad (1) es que $U_{C,M_H} > 0$ y $U_{C,M_F} > 0$ si $\sigma\theta > 1$ en cada caso donde las tenencias de moneda y el consumo son complementarios. De (35) la tenencia relativa de dólares cambia endógenamente con política monetaria en los dos bloques que se elevan mientras el tipo de cambio se deprecia (S_t disminuye) y la tasa de interés relativa entre nacional y extranjera $\frac{I_t}{I_t^*}$ se eleva.

3.5 El estado estacionario

Un estado estacionario determinístico y sin inflación, denotado por las variables sin el subíndice temporal, está dado por

$$C_H = \mathrm{w}_H\left(\frac{P_H}{P}\right)^{-\mu} C \quad (36)$$

$$C_F = (1-\mathrm{w}_H)\left(\frac{P_F}{P}\right)^{-\mu} C \quad (37)$$

$$P = \left[\mathrm{w}_H P_H^{1-\mu} + (1-\mathrm{w}_H)P_F^{1-\mu}\right]^{\frac{1}{1-\mu}} \quad (38)$$

$$\frac{W}{P} = \frac{\kappa N^{\phi}}{U_C\left(1-\frac{1}{\eta}\right)} \tag{39}$$

$$1 = \beta(1+I) \tag{40}$$

$$Y = AN \tag{41}$$

$$P_H = \hat{P}_H = \frac{W}{A\left(1-\frac{1}{\zeta}\right)} \tag{42}$$

$$Y = C_H + \frac{1-\nu}{\nu} C_H^* + G = C + G \tag{43}$$

$$T = G \tag{44}$$

$$U_{M_H} = U_C \frac{I}{1+I} \tag{45}$$

$$U_{M_F} = U_C \frac{I^*}{1+I^*} \tag{46}$$

$$U_C = b\Phi^{\frac{1}{\theta}-\sigma}(C(1-h))^{-\frac{1}{\theta}} \tag{47}$$

Donde

$$\Phi \equiv \left[b(C(1-h))^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-b)Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{48}$$

$$Z \equiv \left[a\left(\frac{M_H}{P}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} + (1-a)\left(\frac{M_F}{P}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}\right] \tag{49}$$

Más sus contrapartes extranjeras que son idénticas exceptuando que en el bloque extranjero todas las tenencias de dinero son en moneda extranjera entonces $a^* = 1$. El estado estacionario se complementa con las siguientes ecuaciones:

$$\mathsf{T} = \frac{P_F}{P_H} \tag{50}$$

$$RER = \frac{SP^*}{P} \tag{51}$$

$$U_C = U_C^* \frac{z_0}{RER} \tag{52}$$

Las unidades de producto son elegidas tal que $P_H = P_F = 1$. Por lo tanto $\mathbf{T} = P = 1$. También normalizamos $S = 1$ en el estado estacionario por lo que $P_F^* = P_H^* = P^* = 1$. Entonces en el estado estacionario la condición de diversificación de riesgo (52) se convierte en $C = kC^*$ donde k es constante.

3.6 La representación estado espacio

Podemos escribir el modelo de dos bloques en una representación de estado espacio como sigue

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{t+1} \\ E_t \mathbf{x}_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \mathbf{z}_t \\ \mathbf{x}_t \end{bmatrix} + B\mathbf{o}_t + C \begin{bmatrix} i_t \\ i_t^* \end{bmatrix} + D\mathbf{v}_{t+1} \tag{53}$$

$$F\mathbf{o}_t = H \begin{bmatrix} \mathbf{z}_t \\ \mathbf{x}_t \end{bmatrix} + J \begin{bmatrix} i_t \\ i_t^* \end{bmatrix} \tag{54}$$

Donde $\mathbf{z}_t = [a_t, a_t^*, g_t, g_t^*, \varepsilon_{C,t}, \varepsilon_{C,t}^*, \varepsilon_{N,t}, \varepsilon_{N,t}^*]$ es el vector de las variables exógenas predeterminadas, $\mathbf{x}_t = [u_{c,t}, u_{c,t}^*, \pi_{H,t}, \pi_{F,t}^*, \hat{u}_{c,t}, \hat{c}_t^*]$ son las variables no predeterminadas, y $\mathbf{o}_t = [mc_t, mc_t^*, c_t, y_t, y_t^*, rer_t, \tau_t, \hat{c}_t, \hat{y}_t, \hat{y}_t^*, \hat{r}er_t, \hat{\tau}_t]$ es el vector de resultados. Las matrices A, B, etc. son funciones de los parámetros modelados. Las expectativas racionales son formadas asumiendo un conjunto de información $\{z_{1,s}, z_{2,s}, x_s\}$, $s \le t$, el modelo y la regla monetaria.

3.7 Una economía pequeña y abierta

En línea con Felices y Tuesta (2006) tomamos i_t^* como un proceso exógeno dado que $i_{t+1}^* = \rho_i^* i_t^* + v_{i,t}^*$ y asumimos $\pi_{F,t}^* = 0$. Permitamos $n \to 0$ y $w_H \to \omega_H$, $w_F \to 1$, $\alpha_H \to \omega_H \frac{C}{Y}$ y $\alpha_F \to (1 - \omega_F) \frac{C^*}{Y^*}$.

Entonces $u_{c,t+1}^* = u_{c_t}^* - i_t^*$ donde $u_{c,t}^* = -\sigma c_t^* + \varepsilon_{C,t}^*$ y la representación estado espacio sigue como antes con $\mathbf{z}_t = [a_t, g_t, \varepsilon_{C,t}, \varepsilon_{C,t}^*, \varepsilon_{N,t}, i_t^*]$ como un vector de variables exógenas predeterminadas, $\mathbf{x}_t = [u_{c,t}, u_{c,t}^*, \pi_{H,t} \hat{u}_{c,t}]$, como un vector de variables no predeterminadas, y $\mathbf{o}_t = [mc_t, c_t, y_t, rer_t, \tau_t, \hat{c}_t, \hat{y}_t, \hat{i}_t, \hat{r}er_t, \hat{\tau}_t]$.

Con el fin de proceder con el análisis en la siguiente sección reescribimos el sistema en su forma reducida correspondiente a (67). Ignorando los procesos exógenos excepto la tasa de interés internacional, i_t^*, (por lo que $a_t = g_t = \varepsilon_{C,t} = \varepsilon_{C,t}^* = \varepsilon_{N,t} = 0)$) y las ecuaciones que definen una economía de precios flexibles, el menor número posible de variables estado espacio resulta ser $u_{c,t}$ y π_{Ht}, más i_{t-1} necesarias para implementar una regla, en la próxima sección. Luego de cierto esfuerzo podemos expresar el sistema determinístico dadas las tasas de interés como

$$E_t u_{c,t+1} = u_{c,t} - \omega_H (i_t - E_t \pi_{H,t+1}) - (1-\omega_H) i_t^* \tag{55}$$

$$\beta E_t \pi_{H,t+1} = \pi_{H,t} + \gamma u_{c,t} - \kappa i_t \tag{56}$$

Donde, sin hábitos ($h = 0$)

$$u_{c,t} = -\sigma c_t + \delta[\bar{a} i_t + (1-\bar{a}) i_t^*] + \varepsilon_{C,t} \tag{57}$$

$$\delta = \beta(\sigma\theta - 1)(1 - b_1) \tag{58}$$

$$b_1 = \frac{b}{\left(b + (1-b)\alpha^{\frac{\theta-1}{\theta}}\right)} \tag{59}$$

$$\bar{a} = a^{\chi} / (a^{\chi} + (1-a)^{\chi}) \tag{60}$$

$$\alpha = \left(a + a^{1-\chi}(1-a)^{\chi}\right)^{\frac{\theta}{\chi-1}} \left(\frac{(1-b)a}{b(1-\beta)}\right)^{\theta} \tag{61}$$

$$\gamma = \lambda_H \left(\frac{1}{\omega_H} + \frac{\phi\alpha_H}{\sigma} + \frac{\phi\mu}{\omega_H}(\alpha_H(1-\omega_H) + \alpha_F)\right) \tag{62}$$

$$\kappa = \frac{\lambda_H \phi \alpha_H \delta \bar{a}}{\sigma} \tag{63}$$

Las ecuaciones (55) y (56) forman la base del análisis de la siguiente sección. La importante característica de la curva de Phillips modificada, (56) con una función de utilidad no separable en el dinero y consumo, es la forma en que las tasas de interés impactan en la inflación doméstica. De (56) y (57) la elasticidad de la inflación doméstica con respecto a i_t esta dada por

$\left(\gamma - \frac{\lambda_H \phi \alpha_H}{\sigma}\right)\overline{a} > 0$, entonces mientras la dolarización sea solamente parcial ($a > 0$), existe un efecto negativo directo en la inflación de incrementar la tasa de interés a través de un efecto indirecto por la reducción en el consumo. Este efecto directo disminuye cuando el grado de dolarización se incrementa y desaparece si la dolarización es total ($a = 0$). De manera similar, a mayor grado de dolarización, menor es el impacto de la tasa de interés doméstica en la demanda agregada y por lo tanto en el producto. Por lo tanto, la capacidad del banco central para estabilizar tanto la inflación como el producto usando la tasa de interés se reduce con la dolarización. Es importante notar que sin dolarización ($a = 1$), $\alpha > 0$ y por lo tanto $b_a < 1$. La tasa de interés doméstica impacta en la utilidad marginal del consumo solo a través de los efectos de la no-separabilidad de las tenencias de dinero y consumo. Sin embargo con dolarización total, ($a = 0$), $\alpha = 0$ y $b_1 = 1$. Entonces $\delta = 0$, $u_{C,t} = -\sigma c_t$ y el modelo es "isomórfico a una economía abierta estándar con una función de utilidad separable" como fue estudiado, por ejemplo, en Clarida et al. (2002).

4. Estabilidad y análisis de determinación de las reglas de tasas de interés

Las reglas de tasa de interés para una economía abierta encontradas en la literatura (ver por ejemplo Benigno y Benigno (2004)) son:

Régimen de Tipo de Cambio Fijo: Como mostraremos debajo esto se implementa a través de $i_t = i_t^* + \theta_s s_t$ donde $\theta_s > 0$ lo que es suficiente tanto para mantener el régimen como para estabilizar la economía. Para este régimen con el manejo del tipo de cambio tenemos que agregar al sistema una ecuación para el tipo de cambio.

Régimen de Tipo de Cambio Flexible: En general será una regla basada en la proyección de la inflación (IFB)- una regla tipo Taylor:

$$i_t = \rho i_{t-1} + (1-\rho)[\theta_\pi E_t \pi_{H,t+j} + \theta_y (y_t - \hat{y}_t)] \qquad (64)$$

o de manera alternativa con la inflación del índice de precios al consumidor (IPC) (en este caso tenemos que incorporar π_t en la regla).

Régimen de Tipo de Cambio con flotación sucia: Nuevamente será una regla tipo IFB-Taylor más una meta de tipo de cambio:

$$i_t = \rho i_{t-1} + (1-\rho)[\theta_\pi E_t \pi_{H,t+j} + \theta_y (y_t - \hat{y}_t) + \theta_s (s_t - s_t^T)] \tag{65}$$

o de manera alternativa con una inflación IPC. s_t^T es el tipo de cambio meta y puede seguir un proceso exógeno.

En el resto de la sección nos enfocamos en las reglas de tasa de interés con metas inflacionarias que responden sólo a la inflación y no a la brecha de producto, o al tipo de cambio nominal o ambos. Esto hace que el análisis sea tratable pero existen otras razones para examinar dichas reglas. Primero porque la brecha de producto no es observable directamente lo que dificulta implementar una regla tipo Taylor en la práctica. Segundo, meta inflacionaria pura o una meta inflacionaria con flotación sucia es uno de los objetivos de muchos bancos centrales modernos. Finalmente, existe un interés intrínseco por ver en que magnitud una economía puede ser estabilizada con la regla más simple posible que considere como máximo dos variables nominales.

4.1 Condiciones de unicidad y estabilidad

Las reglas de tasas de interés fijadas anteriormente en este documento toman la siguiente forma general

$$i_t = G\begin{bmatrix} \mathrm{z}_t \\ \mathrm{x}_t \end{bmatrix} \tag{66}$$

De (53), (54) y (66) obtenemos un sistema determinístico bajo control como

$$\begin{bmatrix} \mathrm{z}_{t+1} \\ E_t \mathrm{x}_{t+1} \end{bmatrix} = K(G)\begin{bmatrix} \mathrm{z}_t \\ \mathrm{x}_t \end{bmatrix} \tag{67}$$

Donde $K(G)$ es la matriz que funciona como retroalimentación para los parámetros definiendo la matriz G. La condición para un equilibrio único y estable depende en la magnitud de los valores propios de la matriz $K(G)$. Si el número de los valores propios fuera del círculo unitario es igual al número de variables no predeterminadas, el sistema tiene un equilibrio único con un punto de silla $x_t = -Nz_t$, donde $N = N(G)$. (Ver Blachard y Kahn (1980); Currie y Levine (1993)). La inestabilidad ocurre cuando el número de valores propios de $K(G)$ que se encuentran fuera del circulo unitario es mayor al número de variables no-predeterminadas. Esto implica que la economía ha sido empujada por un choque fuera de su estado estacionario, y no puede converger de vuelta, y termina con una dinámica de inflación explosiva (hiperinflación o hiperdeflación). En contraste, la indeterminación ocurre cuando el número de valores propios de $K(G)$ fuera del círculo unitario es menor al número de variables no predeterminadas. Esto implica que cuando un choque desplaza a la economía de su estado estacionario, existen varios caminos que lo regresan al equilibrio, i.e. existen múltiples soluciones bien comportadas de expectativas racionales en el modelo de la economía. Con reglas partiendo del futuro "forward-looking" esto puede ocurrir cuando los formuladotes de política reaccionan a las expectativas de inflación de los agentes privados y éstas a su vez son llevadas por choques aleatorios no-fundamentales (i.e. no basados en preferencias o tecnología), usualmente nombrados como "manchas solares". Si los hacedores de política fijan los coeficientes de la regla para acomodarse a esas expectativas el resto se convierte en auto-cumplida. Por lo que la regla no puede derribar el comportamiento de uno o más variables reales y/o nominales, haciendo muchas sendas compatibles con el equilibrio (ver Kerr y King, 1996; Chari et al., 1998; CGG, 2000; Carlstrom y Fuerst, 1999 y Carlstrom y Fuerst, 2000; Svensson y Woodford, 1999 y Woodford, 2000).

4.2 Resultados previos para un modelo de economía pequeña y abierta

Hasta ahora, el tema de la dolarización ha sido introducido asumiendo una función de utilidad de las familias no separable en consumo y saldos reales, donde estos últimos incorporan tenencias de dinero doméstico y extranjero. Esto nos lleva a un comportamiento de fijación de precios de las firmas que responde a los niveles actuales y futuros de tasas de interés, así como también a los valores actuales y futuros de la producción y del consumo. Para poner nuestros resultados en contexto, primero revisamos los resultados de meta inflacionaria pura obtenidos en Batini et al. (2004) previamente calculados en un modelo estándar de economía abierta con una función de utilidad separable, en cuyo caso la dolarización no tiene impactos en el modelo. Ese modelo es un caso especial considerando $\delta = 0$. El mismo resultado se mantiene para una economía totalmente dolarizada, el cual es nuevamente un caso especial del modelo de este documento con $a = 0$ y i_t^* como proceso exógeno que no juega un papel en las propiedades de estabilización.

Considere tanto una economía con una función de utilidad separable en consumo o dinero o una economía totalmente dolarizada. De Batini et al. (2004)[14] estos resultados son un régimen de tipo de cambio flotante[15] sin respuesta a la brecha producto ($\theta_y = 0$): (a) el sistema es determinado y estable para una regla de tasas de interés que se retroalimenta de la inflación doméstica (precios del productor) o del IPC; (b) Existe un horizonte J donde el sistema es indeterminado para toda la retroalimentación de los parámetros por la inflación doméstica o del IPC en el tiempo $j > J$. Un resultado similar se obtiene cuando la retroalimentación es en la inflación promedio esperada en un horizonte de tiempo, donde el valor crítico es aproximadamente $2J$. El valor crítico J es primariamente dependendiente del parámetro de suavizamiento ρ de la regla de tasas de interés, definida anteriormente; (c) El potencial de indeterminación de las reglas IFB se empeora cuando está basado en la inflación IPC en lugar de la obtenida del precio de los productores y se convierte en sustantivamente peor cuando el sesgo local disminuye.

4.3 Régimen de tipo de cambio fijo

Es necesario aumentar al sistema una ecuación que define la relación a la variación de la tasa de interés nominal con la variación de los términos de intercambio e inflación:

$$s_t = s_{t-1} + \tau_t - \tau_{t-1} + \pi_{Ht} \tag{68}$$

Es importante señalar las implicancias que tiene esta ecuación en la retroalimentación del tipo de cambio nominal a través de (65) es una forma de "control integral" (i.e. una suma de todos los valores pasados) en la inflación. Es conocido que las reglas de control integral son robustas en términos de sus propiedades de estabilización.

Considerando $i_t = i_t^* + \theta_s s_t$ definida anteriormente y tomando tranformaciones z de (55), (56) y (68), es fácil demostrar que la ecuación se convierte en

$$[(z-1)(z-\rho)-(1-\rho)\theta_s z][(z-1)(\beta z-1)-\gamma\omega_H z]=0 \tag{69}$$

Donde z es el operador de adelantos. Podemos demostrar:

[14]Este trabajo previo examina un modelo de dos bloques simétrico, pero las propiedades de estabilidad de la forma diferenciada del modelo son idénticas a las de la economía pequeña y abierta analizada aquí.

[15] Los resultados de la flotación sucia son presentados luego.

Proposición 1

(a) El sistema es estable y determinado para los valores de $\theta_s > 0$

(b) El tipo de cambio nominal es fijo.

Todas las pruebas se encuentran demostradas en el Apéndice B

Como Benigno y Benigno (2004) enfatizan, la retroalimentación de tasa de interés a las tasas de interés no es operativa en el equilibrio cuando $s_t = 0$ en todo momento. Tampoco es la *creencia* que la autoridad monetaria responda de esta forma para pequeños θ_s que mantienen fijo el tipo de cambio. En este régimen la tasa de interés doméstica en la curva de Phillips en (56) se mantiene fija también, entonces ni la función de utilidad no separable ni la existencia de dolarización tienen un impacto en la ecuación característica (68) y en las propiedades de estabilidad.

4.4 Régimen de tipo de cambio flotante

Ahora consideramos la regla (64). Concentrándonos en las reglas que involucran solo a la inflación, que nuevamente ignora todas las variables exógenas y estocásticas, nos lleva a la ecuación característica: (64), (55) está dada

$$(z-\rho)[(z-1)(\beta z-1)-\gamma\omega_H z]+(1-\rho)\theta_\pi z^{j+1}[\kappa(z-1)+\omega_H\gamma]=0 \tag{70}$$

Los efectos de la dolarización pueden ser evaluados a través de la variación de κ, que es proporcional a a, donde $1-a$ es el grado de dolarización.

Como fue señalado en la sección anterior, el caso sin dolarización es visto fácilmente como equivalente al de una función de utilidad separable. Es más, para el caso $\omega_H = 1$, es equivalente al de una economía cerrada. Esto resalta los resultados de la sección previa.

Para el caso de una economía parcialmente dolarizada, $\kappa > 0$ y resulta que los resultados correspondientes son altamente dependientes del ratio $\omega_H \gamma / \kappa$. Algebraicamente, la razón para esto es que la retroalimentación del coeficiente θ_π en la inflación se incrementa, una de las raíces de (70) tiende a $z = 1-\omega_H\gamma/\kappa$; esto en principio puede tomar cualquier valor menor a 1.

Proposición 2

Si $2 < \omega_H \gamma / \kappa$ (i.e. $1 - \omega_H \gamma / \kappa < -1$), entonces cualquier retroalimentación en la inflación actual ($j = 0$) lleva a la estabilidad y la determinación.

Prueba: Ver apéndice

Así, mientras el grado de dolarización decrece (i.e. al incrementar a), el valor de κ incrementa, y $\omega_H \gamma / \kappa$ decrece. Por lo tanto, podemos deducir que existe menor probabilidad de estabilidad y determinación a medida que la dolarización disminuye. La distinción entre valores altos y bajos de a es más aparente cuando ω_H es pequeño.[16]

Sin embargo, para $j > 0$ no existe garantía de que la condición anterior asegure una única senda para el sistema. Existe la posibilidad de que para varios valores de j existan dos rangos separados de θ_π que garanticen esto. Nosotros a pesar de esto podemos proveer las siguientes condiciones de suficiencia, que son similares a las de la sección anterior.

Proposición 3

Cuando $j > J$

Donde $J = 1/(1-\rho) + (1-\beta-\kappa)/\gamma\omega_H$ (71)

La regla de retroalimentación en las expectativas de inflación es indeterminada para los valores de θ_π .[17]

Este último es un resultado bastante fuerte, e impone un rango superior en el horizonte de la regla IFB. Además, mientras la dolarización decrece, κ se incrementa, entonces el horizonte de indeterminación es siempre menor. Una vez más, el sistema es más propenso a la indeterminación si la dolarización decrece.

[16] Recordemos que $\omega_H = 0$ corresponde a la ausencia de sesgo doméstico por los bienes de consumo.

[17] Estrictamente, existen algunas condiciones de suficiencia en los parámetros fácilmente satisfechas que son requeridas adicionalmente.

4.5 Régimen de tipo de cambio con flotación sucia

Ahora considere la regla (65). Ignorando la retroalimentación de las desviaciones del producto, es fácil demostrar que la ecuación característica se convierte en

$$[(z-1)(z-\rho)-(1-\rho)\theta_s z][(z-1)(\beta z-1)-\gamma\omega_H z]+(1-\rho)\theta_\pi z^{j+1}(z-1)[\kappa(z-1)+\omega_H\gamma]=0 \qquad (72)$$

cuando introducimos términos adicionales de retroalimentación para la inflación, los resultados de la sección previa son en cierto grado mejorados, y la combinación de ambos términos de retroalimentación llevan a un menor rango donde existe indeterminación.

Proposición 4

Para cualquier valor de retroalimentación del tipo de cambio, $\theta_s > 0$ y para cualquier j, existe un rango de valores de retroalimentación en la inflación esperada, con el rango comenzando en $\theta_\pi = 0$ tal que no existe indeterminación. Los resultados mantienen los valores de los parámetros fuera del rango $2 < \omega_H \gamma / \kappa$, que es crítico para algunos de los resultados de la sección previa.

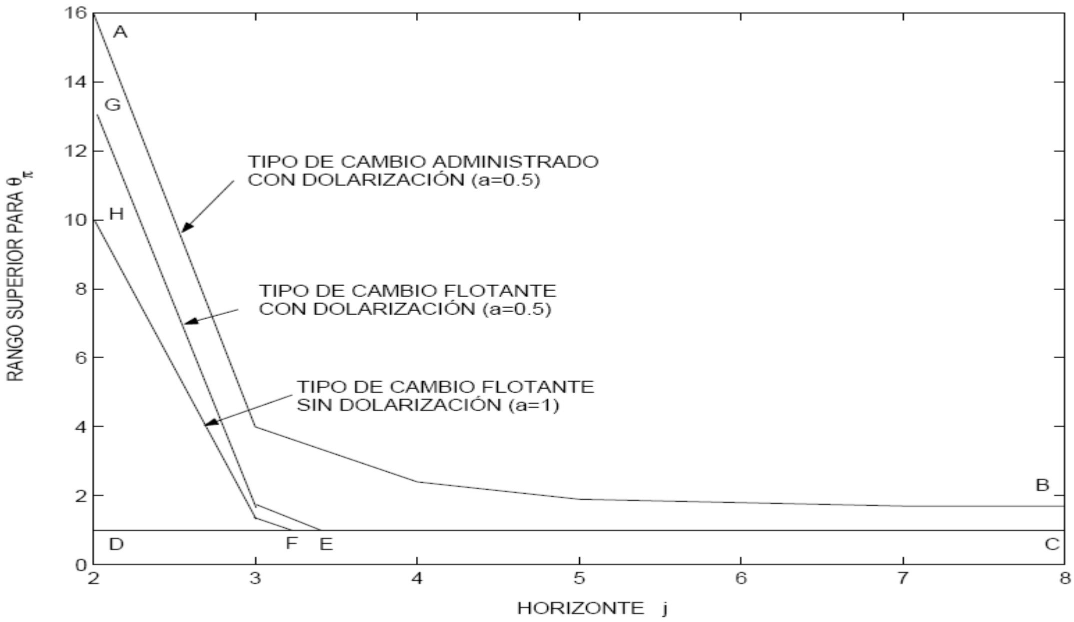
4.6 El límite de la determinación

Ahora analizamos algunos resultados numéricos basados en la siguiente calibración y estimación de Felices y Tuesta (2006): $\beta = 0.99$, $\sigma = 4$, $\phi = 0.47$, $\xi_H = 0.75$, $\omega_H = \omega_F = 0.6$, $\chi = 4.1$, $\zeta = 7.66$, $\eta = 3$, $\mu = 1$, $\rho_i = 0.96$, $\mathrm{sd}(v_i^*) = 1\%$, $\theta = 2$, $b = 0.83$. Elegimos tres grados de dolarización: $a = 1$ (dolarización nula), $a = 0$ (dolarización total) y un valor intermedio $a = 0.5$. Adicionalmente elegimos $c_y = 0.7$ y $\rho_a = \rho_g = \rho_C = \rho_N = \rho_C^* = 0.85$, y que las desviaciones estándar para estos otros choques sea 1%.

Cuadro 1: El límite de la determinación al incrementarse el Horizonte Futuro j

a	θ_s	$\bar{\theta}_\pi(0)$	$\bar{\theta}_\pi(1)$	$\bar{\theta}_\pi(2)$	$\bar{\theta}_\pi(3)$	$\bar{\theta}_\pi(4)$	$\bar{\theta}_\pi(5)$	$\bar{\theta}_\pi(6)$	$\bar{\theta}_\pi(7)$	$\bar{\theta}_\pi(8)$	J
1	0.0	∞	393	10	1.4	Indet	Indet	Indet	Indet	Indet	3.24
0.5	0.0	∞	268	13	1.8	Indet	Indet	Indet	Indet	Indet	3.35
0	0.0	∞	218	16	2.1	Indet	Indet	Indet	Indet	Indet	3.43
0.5	0.1	∞	271	16	4.0	2.4	1.9	1.8	1.7	1.7	∞

Gráfico 1: El límite crítico superior para θ_π con $\theta_s = 0$ y $\theta_s = 0.1$



Si $\theta_\pi \leq 1$ entonces por el "principio de Taylor" la regla de tasa de interés no lleva a un senda estable. Adicionalmente, los resultados analíticos anteriores indican un rango superior para $\theta_\pi > 1$ más allá del cual la regla de tasas de interés lleva a la indeterminación. Para cada valor del horizonte futuro j de la meta de inflación esperada existe un límite $\bar{\theta}_\pi(j)$, y por la proposición 3 existe un límite superior para j, J dado por (71), más allá del cual no existe valor de θ_π que lleve a la determinación. El Cuadro 1 plantea valores de $\bar{\theta}_\pi(j)$ para no-dolarización, dolarización media y total ($a = 1, 0.5, 0$). Para el grado de dolarización medio, $a = 0.5$, la última columna provee el límite cuando, además de la retroalimentación de la inflación esperada, existe una respuesta en el tipo de cambio nominal con $\theta_s = 0.1$. El Gráfico 1 corresponde al Cuadro 1 considerando únicamente los valores de $a = 1, 0.5$. En la ausencia de manejo de tipo de cambio ($\theta_s = 0$), sin dolarización la región de determinación es HFD. Con dolarización media y de acuerdo con la proposición 3 esta región de determinación se *incrementa* a GED. Con cierto grado de manejo del tipo de cambio y de acuerdo a la proposición 4, la región se incrementa a ABD y para esta regla existe siempre un valor de $\theta_p i$, aunque cercano a la unidad, que da un resultado de indeterminación.

5. Política óptima y reglas simples optimizadas

Como en la literatura de política monetaria óptima adoptamos una función de pérdida ad hoc de la forma

$$\Omega_0 = \frac{1}{2} E_0 \left[(1-\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[w_y (y_t - \hat{y}_t)^2 + w_\pi \pi_t^2 + w_i i_t^2 \right] \right] \tag{73}$$

Es más, Clarida *et al.* (1999) provee una sólida defensa de una estrategia de investigación híbrida que combina una función de pérdida con objetivos establecidas por el banco central en un modelo macro-microfundado. La inclusión de un término que penalice la volatilidad de la tasa de interés amerita cierta discusión. En la ausencia de este término adicional, si el choque y sus varianzas son suficientemente grandes esto llevará a una gran variabilidad de la tasa de interés nominal y la posibilidad de que la tasa de interés se vuelva negativa. Para eliminar esta posibilidad y mantenernos dentro del esquema LQ de este documento, seguimos a Woodford (2003), capítulo 6, y aproximamos el efecto del límite inferior de la tasa de interés introduciendo restricciones que colocan al límite superior en la suma descontada de la varianza $\mathrm{var}(i_t)$. Woodford luego muestra que es equivalente a introducir el término $w_i i_t^2$ en la función de utilidad de un solo periodo como en (73).

Los pesos w_y y w_π son las expresiones válidas para la versión del modelo en economía cerrada, dados por:

$$w_y = \sigma + \phi; \quad w_\pi = \frac{\zeta \xi_H}{(1-\xi_H)(1-\beta \xi_H)} \tag{74}$$

Para el valor de nuestros parámetros esto da $\frac{w_\pi}{w_y} = 13.1$ en nuestro modelo trimestral y $\frac{13.1}{16} = 0.83$ si la inflación es anual, los valores se encuentran dentro de la literatura de política monetaria óptima.

5.1 Dolarización y política óptima

Primero calibramos el peso w_i *para cada una de nuestras reglas de política* tal que $2sd(i_t) < I$ donde $I = \frac{1}{\beta} - 1 + \pi$ es el estado estacionario de la tasa de interés nominal. Para reglas bajo compromiso la tasa de inflación de estado estacionario es $\pi = 0$ alrededor del cual hemos linealizado el modelo, lo que para una distribución normal implica una probabilidad de caer en el límite inferior de la tasa de interés de 2.5%. Con $\beta = 0.99$ esta condición es equivalente a $\mathrm{var}(i_t) < 0.25(\%)^2$. Para una regla discrecional tenemos que tomar en cuenta un sesgo inflacionario que presionara π por encima de cero. Elegimos un sesgo inflacionario trimestral de 0.01 o 4% anual. Entonces, el rango superior de $\mathrm{var}(i_t)$ se convierte en $1.0(\%)^2$.

El Cuadro 2 muestra el efecto en $\mathrm{var}(i_t)$ de incrementar el peso w_i bajo compromiso.[18] Dado w_i, la pérdida intertemporal esperada en el tiempo $t = 0$ es $\Omega(w_i)$. El cual incluye un término que penaliza la variabilidad de las tasas de interés y que no contribuye a la pérdida de utilidad, como tal, pero representa la restricción del límite inferior de la tasa de interés. La utilidad actual, encontrada de sustraer el término tasa de interés, esta dada por $\Omega(0)$. Reportamos el *costo mínimo de las fluctuaciones* de la brecha producto e inflación, términos equivalentes obtenidos bajo una regla óptima con compromiso dado que

$$y_e = \sqrt{\frac{2\Omega(0)}{w_y}}; \quad \pi_e = \sqrt{\frac{2\Omega(0)}{w_\pi}} \tag{75}$$

Del Cuadro 2, un peso de $w_i \geq 1.5$ requiere hacer que $\mathrm{var}(i_t) \leq 0.25(\%)^2$. Para este valor de w_i, el costo de las fluctuaciones mínimo es equivalente a una reducción permanente en la brecha de producto de $y_e = 0.42\%$ y a un aumento permanente de la inflación trimestral de $\pi_e = 0.11\%$ o 0.44% en términos anualizados. Estos valores son de mayor magnitud en comparación al costo de bienestar reportado por Lucas (1987) que generaban un incremento permanente del consumo de 0.05%. La razón por la que son más grandes se debe a que en el cálculo de Lucas no estaban incluídos los costos de la inflación en el bienestar, la restricción de límite inferior de la tasa de interés, la no separabilidad del consumo y los balances reales, y la dolarización. Los últimos tres factores implican que la inflación y la brecha de producto no pueden ser estabilizados perfectamente.

[18] El procedimiento de solución en el Apéndice A requiere un peso pequeño en el instrumento. Uno puede obviar esto sin cambiar significativamente el resultado si considera a la inflación como el instrumento y fija la tasa de interés en una segunda etapa del problema de optimización tal que logre la senda optima de inflación.

Cuadro 2. Compromiso óptimo con $a = 0.5$ Imponiendo el límite inferior de la tasa de interés

Peso w_i	$\text{var}(i_t)$	$\Omega_0(w_i)$	$\Omega_0(0)$	y_e	π_e
0	0.47	0.36	0.36	0.40	0.11
1	0.27	0.51	0.38	0.41	0.11
1.5	0.25	0.58	0.39	0.42	0.11
2	0.23	0.63	0.40	0.42	0.12

Cuadro 3. Compromiso Óptimo: Los Costos de la Dolarización.

a	$\text{var}(i_t)$	$\Omega_0(w_i)$	$\Omega_0(0)$	y_e	π_e
0	0.37	1.69	1.41	0.79	0.22
0.25	0.34	1.44	1.19	0.73	0.20
0.5	0.25	0.58	0.39	0.42	0.11
0.75	0.20	0.27	0.12	0.23	0.06
1	0.20	0.28	0.13	0.24	0.07

Cuadro 4. Dolarización Óptima bajo Discreción.

a	$\text{var}(i_t)$	$\Omega_0(w_i)$	$\Omega_0(0)$	y_e	π_e
0	0.33	3.15	2.91	1.11	0.31
0.25	0.34	2.64	2.39	1.01	0.28
0.5	0.39	1.113	0.821	0.59	0.17
0.51	0.40	1.108	0.808	0.59	0.16
0.52	0.40	1.116	0.816	0.59	0.17
0.6	0.45	1.50	1.16	0.70	0.20
0.75	0.51	2.35	1.97	0.92	0.26
1	0.55	3.21	2.80	1.09	0.31

Estamos ahora en la posición de calcular los costos de la dolarización parcial. Esto debe depender de si el banco central puede comprometerse o no. En el último caso formulamos la política óptima bajo discreción que es anticipada por el sector privado. Intuitivamente bajo compromiso no debería haber beneficios de perder control sobre la política monetaria como resultado de la dolarización. El Cuadro 3 fundamenta esta intuición. Así como nos movemos de dolarización total ($a = 0$) a dolarización nula ($a = 1$)) la pérdida de la volatilidad de la brecha de producto cae de $y_e = 0.79\%$

a $y_e = 0.24\%$. Por lo que la dolarización total impone un costo equivalente a un incremento permanente de la brecha de producto de 0.55%. En términos de inflación anual el costo es equivalente a un incremento permanentemente de 0.6%.[19]

Pasando a una regla óptima con discreción, el Cuadro 4 demuestra un resultado importante: *existe un grado óptimo de dolarización en el rango* $a \in (0,1)$. Para los valores elegidos de nuestro parámetro el óptimo es $a = 0.51$. La intuición detrás de este resultado es que la dolarización "ata de manos" al banco central de manera similar a un "banco central conservador" como en Rogoff (1985). Hemos observado en la sección 4.7 que la habilidad del banco central para estabilizar tanto el producto como la inflación usando la tasa de interés doméstica se disminuye con la dolarización. Bajo discreción (pero no bajo un compromiso) la restricción impuesta por la dolarización puede, hasta un grado óptimo de la restricción, reducir el impacto inflacionario de la discrecionalidad y reducir los costos de las fluctuaciones.

5.2 Las ganancias de estabilización con reglas simples

Ahora mostramos los resultados de reglas simples bajo compromiso y discreción. La fórmula general estudiada es

$$i_t = \rho i_{t-1} + \Theta_\pi E_t \pi_{t+j} + \Theta_s s_t ; \quad \rho \in [0,1],\ \Theta_\pi, \Theta_y, \Theta_s, j \geq 0 \quad (76)$$

Considerando $\Theta_s = j = 0$ nos da una regla tipo Taylor donde la tasa de interés responde solo a los niveles de inflación actual, $\Theta_s = 0$, $j > 0$ nos da una regla con un enfoque de visión futura (forward-looking) de la inflación (IFB), $\Theta_s > 0$ nos da un tipo de cambio administrado.

El Cuadro 5 es un espejo del Cuadro 2 buscando el peso de w_i que permitirá alcanzar la condición $\mathrm{var}(i_t) \leq 0.25$ para la regla de inflación actual con dolarización parcial, $a = 0.5$. Un peso de $w_i = 3$ fue suficiente para este propósito. Mantenemos este peso para otras reglas examinadas siempre que $\mathrm{var}(i_t) \leq 0.25$, que resulta ser el caso.

[19] Efectivamente existe una ligera caída de las pérdidas mientras a cae de $a = 1$ (dolarización nula) a $a = 0.75$. Para entender esto se necesita mayor investigación.

Cuadro 5. Regla Optimizada de inflación Corriente: Imponiendo un Nivel Mínimo de Tasa de Interés.

Peso w_i	ρ	θ_π	var(i_t)	$\Omega_0(w_i)$	$\Omega_0(0)$	y_e
0	1	50	0.30	0.45	0.45	0.45
1.5	1	33	0.29	0.67	0.45	0.45
3	1	12	0.25	0.87	0.49	0.47
4	1	7	0.23	0.98	0.52	0.48

Definamos una regla basada en la proyección de inflación con horizonte j con o sin administración del tipo de cambio por $IFBj$. Los resultados para las reglas optimizadas simples $IFBj$ son resumidas en los Cuadros 6 y 7 para dolarización nula ($a = 1$) y dolarización parcial ($a = 0.5$), respectivamente. Existe un conjunto de resultados notables que emergen de la tabla y las figuras.

Primero, evaluamos el efecto de usar una regla arbitraria en lugar de un compromiso optimizado simple al examinar el resultado con una "regla mínima" $i_i = 1.0001\pi_t$ que produce estabilidad en la senda. Este es el peor de los casos y podemos ver que los costos son sustanciales: $y_e = 2.1\%$ sin dolarización, incrementándose a $y_e = 2.231\%$ con dolarización parcial. Segundo, una regla optimizada simple de la inflación actual se desempeña bien si se obtiene el 90% de la ganancia obtenida por la regla óptima. Tercero, como hemos visto en trabajos previos, la efectividad de la estabilización de $IFBj$ se deteriora cuando el horizonte j se extiende y lo hace fuertemente para valores por encima de $j = 2$ trimestres. Cuarto, administrando el tipo de cambio con una respuesta de la tasa de interés al tipo de cambio mejora la efectividad de $IFBj$ al incrementarse j y más si existe dolarización. Es más, *si* (por alguna razón) el banco central posee una meta inflacionaria de visión a futuro (forward-looking) con $j = 4$, es óptimo responder sólo al tipo de cambio que comparado con una regla óptima flotante $IFBj$, reduce el costo de fluctuación en $y_e = 0.21$ con dolarización nula y $y_e = 0.31$ con dolarización parcial.

Cuadro 6. Reglas Optimas y Reglas Simples Optimizadas: $a = 1.0$

Regla	ρ	θ_π	θ_s	$\Omega(w_i)$	$\Omega(0)$	$\text{var}(i_t)$	y_e
Regla Mínima	0	10^{-4}	0	9.6	9.80	1.6 x 10^{-4}	2.1
IFB0 (Dejar flotar)	1	4.76	0	0.63	0.32	0.21	0.38
IFB0 (Administrar)	1	25.0	0.02	0.54	0.18	0.24	0.28
IFB1 (Dejar flotar)	1	16.9	0	0.66	0.32	0.23	0.39
IFB1 (Administrar)	1	25.0	0.04	0.55	0.18	0.23	0.28
IFB2 (Dejar flotar)	1	8.10	0	0.86	0.59	0.18	0.51
IFB2 (Administrar)	1	8.41	0.03	0.76	0.49	0.18	0.47
IFB3 (Dejar flotar)	1	2.39	0	2.69	2.53	0.11	1.06
IFB3 (Administrar)	1	2.41	0.02	2.52	2.37	0.10	1.03
IFB4 (Dejar flotar)	1	1.13	0	8.87	8.77	0.07	1.98
IFB4 (Administrar)	0.41	0	0.02	7.22	7.13	0.06	1.77
Compromiso óptimo	n.a.	n.a.	n.a.	0.28	0.13	0.20	0.24

Cuadro 7. Reglas Óptimas y Reglas Simples Optimizadas: $a = 0.5$

Regla	ρ	θ_π	θ_s	$\Omega(w_i)$	$\Omega(0)$	$\text{var}(i_t)$	y_e
Regla Mínima	0	10^{-4}	0	11.1	11.1	1.5 x 10^{-4}	2.23
IFB0 (Dejar flotar)	1	12.1	0	0.86	0.49	0.25	0.47
IFB0 (Administrar)	1	12.1	0.02	0.83	0.46	0.25	0.45
IFB1 (Dejar flotar)	1	14.4	0	0.91	0.58	0.22	0.51
IFB1 (Administrar)	1	14.4	0.06	0.87	0.54	0.22	0.49
IFB2 (Dejar flotar)	1	9.5	0	1.16	0.89	0.18	0.69
IFB2 (Administrar)	1	10.0	0.05	1.07	0.8	0.18	0.60
IFB3 (Dejar flotar)	1	2.69	0	3.12	2.96	0.11	1.05
IFB3 (Administrar)	0.96	2.67	0.02	2.64	2.48	0.11	1.05
IFB4 (Dejar flotar)	1	1.27	0	10.3	10.2	0.07	2.14
IFB4 (Administrar)	0.14	0	0.03	7.60	7.48	0.08	1.83
Compromiso óptimo	n.a.	n.a.	n.a.	0.58	0.39	0.25	0.42

6. Conclusiones

Los principales resultados de este trabajo son los siguientes:

1. Bajo dolarización, la habilidad del banco central para estabilizar a la vez el producto y la inflación utilizando la tasa de interés doméstica se reduce.
2. Estabilizar parcialmente el tipo de cambio para obtener una meta inflacionaria bajo dolarización es óptimo. En nuestro marco analítico, por ejemplo, incluyendo el tipo de cambio en una regla de visión a futuro optimizada simple incrementa significativamente la eficiencia de la regla (produce convergencia de la inflación hacia la meta en forma más rápida y menos costosa en términos de variabilidad de la brecha producto), y más con dolarización. Esto sugiere que al menos en economías dolarizadas el comportamiento de suavizamiento del tipo de cambio de Calvo y Reinhart (2001) no corresponde a un irracional miedo a flotar, sino a una acción de política eficiente.
3. El costo de la dolarización depende crucialmente de si el banco central puede mantener un compromiso o no. Bajo un compromiso óptimo nuestro modelo calibrado da fluctuaciones de costos con una brecha producto equivalente a $y_e = 0.24\%$ sin dolarización elevándose a $y_e = 0.79\%$ con dolarización total.
4. Bajo discreción los costos de pequeñas variaciones en el tipo de cambio son mucho más grandes y existe un grado óptimo de dolarización en el rango $a \in (0,1)$. Para los valores de nuestros parámetros el óptimo se encuentra en $a = 0.51$ (para el cual $y_e = 0.59$ comparado con $y_e = 0.42$ con el compromiso óptimo). La intuición detrás de este resultado está en que la dolarización "ata de manos" al banco central de manera similar que "el banquero central conservador" de Rogoff (1985), debido que la habilidad del banco central de estabilizar tanto el producto como la inflación usando la tasa de interés doméstica se reduce con la dolarización. Bajo discreción (pero no bajo compromiso) la restricción impuesta por la dolarización puede, hasta un óptimo grado de restricción, reducir el impacto inflacionario de la discreción y reducir los costos en la volatilidad. En la práctica, sin embargo, la dolarización implica otros costos no contemplados en este esquema. Entonces, este resultado no implica que los bancos centrales deberían detener su campaña contra la dolarización.
5. Con o sin dolarización, las reglas simples optimizadas se comportan bien si pueden alcanzar el 90% de las ganancias de las reglas óptimas.

6. La efectividad de la estabilización con reglas de inflación con visión a futuro (forward-looking) se deterioran si el horizonte futuro, j, se incrementa y lo hace bruscamente para horizontes mayores a $j = 2$ trimestres.

Estos resultados sugieren tres lecciones de política. Primero, la dolarización complica la conducción de la política monetaria; sin embargo, la política monetaria aún puede ser llevada con bajos costos en términos de la actividad real bajo dolarización si el banco central se compromete con una meta inflacionaria. Por lo tanto, introducir una meta inflacionaria en una economía parcialmente dolarizada puede reducir los costos de la estabilidad de precios. Segundo, el grado de dolarización depende endógenamente de la respuesta de política monetaria frente al tipo de cambio, es aún deseable un suavizamiento del tipo de cambio, en adición a la corrección de las desviaciones de las expectativas inflacionarias respecto a la meta. En este sentido, una regla óptima simple para una economía parcialmente dolarizada es diferente a la de una economía no dolarizada. En una economía dolarizada existen ganancias sustanciales de incluir el tipo de cambio en la regla, contrario a resultados con reglas similares para economías no dolarizadas (ver Batini et al., 2003). Abstrayendo de otras consecuencias negativas de la dolarización, nuestros resultados muestran que los países sin credibilidad pueden beneficiarse de la dolarización parcial en el sentido de que las restricciones de la política monetaria lo llevan a ser más conservador. En tercer lugar, el suavizamiento del tipo de cambio reduce la posibilidad de múltiples equilibrios bajo dolarización.

En futuras investigaciones, planeamos repetir el análisis utilizando inflación del IPC y el bienestar basado en una función de perdida. El modelo puede fructíferamente extenderse al incorporar mercados financieros imperfectos y contemplar dolarización financiera como en Céspedes et al. (2004).

Referencias

Allen, F. y Gale, D. (2007). Understanding Financial Crises. Oxford University Press.

Armas, A. y F. Grippa (2006), "Targeting inflation in a dollarised economy: the Peruvian Experience", Financial Dollarisation: The Policy Agenda, Fondo Monetario Internacional. Experience. In Armas, Ize, Levy Yeyati, (eds.) (2007), Financial Dollarization: The Policy Agenda, International Monetary Fund.

Artis, M. y S. Gazioglu (1986), "Currency Substitution in a Two-Asset Two-Country Model: A Simulation Approach", Discussion Paper N° 107, Centre for Economic Policy Research.

Artis, M. y Gazioglu, S. (1991) "Imperfect Asset Substitution in a Two-Country Model", Economic Modelling.

Batini, N. y Laxton, D. (2005). Under What Conditions Can Inflation Targeting Be Adopted? The Experience of Emerging Markets. In F. Mishkin y K. Schmidt-Hebbel, editors, Monetary Policy Under Inflation Targeting. Central Bank of Chile.

Batini, N. y Pearlman, J. (2002). Too Much Too Soon: Instability y Indeterminacy With Forward-Looking Rules. Bank of England External MPC Discussion Paper No. 8.

Batini, N., Harrison, R., y Millard, S. (2003). Monetary Policy Rules for Open Economies. Journal of Economic Dynamics and Control, forthcoming.

Batini, N., Levine, P., y Pearlman, J. (2004). Indeterminancy with Inflation-Forecast- Based Rules in a Two-Bloc Model. ECB Discussion Paper no 340 y FRB Discussion Paper no 797, presented at the International Research Forum on Monetary Policy in Washington, DC, November 14-15, 2003.

Benigno, G. y Benigno, P. (2001). Implementing Monetary Cooperation through Inflation Targeting. New York University, Mimeo.

Benigno, G. y Benigno, P. (2004). Exchange Rate Determination under Interest Rate Rules. Mimeo, revised version of CEPR Discussion Paper no. 2807, 2001.

Blanchard, O. J. y Kahn, C. M. (1980). The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations. Econometrica, 48(5), 1305–11.

Calvo, G. y C. Végh. (1992), "Currency Substitution in Developing Countries: An Introduction", Análisis Económico 7(1), 3 –27.

Calvo, G. y Reinhart, C. (2001). Reflections on Dollarization. MPRA Paper 8206, University Library of Munich, Germany.Calvo, G. y Vegh, C. (1992). Currency Substitution in Developing Countries: An Introduction. IMF Working Papers, No. 92/40.

Calvo, G. y Reinhart, C. (2002), "Fear of Floating", Quarterly Journal of Economics 117(2), 379-408.

Carlstrom, C. T. y Fuerst, T. S. (1999). Real indeterminacy in monetary models with nominal interest rate distortions. Federal Reserve Bank of Cleveland working paper.

Carlstrom, C. T. y Fuerst, T. S. (2000). Forward-looking versus backward-looking Taylor rules. Federal Reserve Bank of Cleveland working paper.

Cespedes, L. F., Chang, R., y Velasco, A. (2004). Balance Sheets and Exchange Rate Policy. American Economic Review, 94(4), 1183–1193.

Chang, R. (2000), "Dollarization: A Scorecard", Economic Review (3), 1-12, Federal Reserve Bank of Atlanta

Chang, R. y Velasco, A. (2003), "Dollarization: Analytical Issues". Working Papers N° 8838, National Bureau of Economic Research (NBER), Inc.

Chari, V. V., Christiano, L. J., y Eichenbaum, M. (1998). Expectation traps and discretion. Journal of Economic Theory, 81(2), 462–92.

Clarida, R., Gali, J., y Gertler, M. (1999). The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. Journal of Economic Literature, 37(4), 1661–1707.

Clarida, R., Gali, J., y Gertler, M. (2002). A Simple Framework for International Monetary Policy Analysis. Journal of Monetary Economics , 49, 679–904.

Currie, D. y Levine, P. (1993). Rules, Reputation and Macroeconomic Policy Coordination. CUP.

Duncan, R. (2003), "Exploring the Implications of Official Dollarization on Macroeconomic Volatility", Working Papers N° 200, Banco Central de Chile.

Evans, W. R. (1954). Control Systems Dynamics. McGraw Hill.

Felices, G. y Tuesta, V. (2006). Monetary Policy in a Partially Dollarized Economy. Mimeo.

Gali, J. (2008). Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle. Princeton University Press.

Ize, A. (2005), "Capitalizing Central Banks: A Net Worth Approach", Staff Papers, Fondo Monetario Internacional 52(2), 289-310.

Kerr, W. y King, R. G. (1996). Limits on interest rates rules in the IS model. Economic Quarterly, 82(2), 47–76.

Luboš, K. y M. Melecký (2001), "Currency Substitution in the Transition Economy : A Case of the Czech Republic 1993-2001", Economics Research Paper Series (TWERPS) N° 613, Universidad de Warwick.

Lucas, R. E. (1987). Models of Business Cycles. Oxford:Basil Blackwell.

Reinhart, C. M., Rogoff, K., y Savastano, M. A. (2003). Addicted to Dollars. NBER Working Paper No. 10015.

Rogoff, K. (1985). The optimal degree of commitment to an intermediate monetary target. Quarterly Journal of Economics, 100, 1169–1189.

Savastano, M. (1992), "The pattern of currency substitution in Latin America: an overview", Analisis Economico 7 (1), 29-72.

Savastano, M. (1999). Presentation prepared for the conference "Dolarizar la Economía Peruana: Riesgos y Oportunidades". Lima, 1999.

Schmidt-Grohe, S. y M. Uribe (2000), "Price Level Determinacy and Monetary Policy under a Balanced-Budget Requirement", Journal of Monetary Economics 45, 211-246.

Schmidt-Grohe, S. y Uribe, M. (2001). Stabilization Policy and the Costs of Dollarization,. Journal of Money, Credit and Banking, 33(2), 482-509.

Sims, C. (2002). Fiscal Consequences for Mexico of Adopting the Dollar. Princeton University. Unpublished paper, May.Sutherland (2002). International monetary policy coordination and financial market integration. Mimeo, Board of Governors of the Federal Reserve System.

Svensson, L. E. O. y Woodford, M. (1999). Implementing Optimal Policy through Inflation-Forecast Targeting. Mimeo, Princeton University. 30

Woodford, M. (2000). Pitfalls of forward-looking monetary policy. American Economic Review, 90(2), 100–104.

Woodford, M. (2003). Foundations of a Theory of Monetary Policy. Princeton University Press.

A. Linealización

Linealizamos el modelo de dos bloques alrededor del estado estacionario de la sección 4.6 en el cual el consumo, el producto, el empleo y los precios en los dos bloques son constantes.[20] La inflación es cero. El producto se encuentra en su estado natural ineficiente estudiado en las secciones previas y la tasa de interés nominal está dada por (40). Ahora definimos con minúsculas variables como C_t, Y_t, como las desviaciones proporcionales del estado estacionario base. El tipo de cambio, inflación y tasa de interés están expresados en desviaciones absolutas.[21] La inflación doméstica del productor y del consumidor están definidas como $\pi_{Ht} \equiv \frac{P_{Ht}-P_{H,t-1}}{P_{H,t-1}} \approx p_{Ht} - p_{H,t-1}$ y $\pi_t \equiv \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \approx p_t - p_{t-1}$ respectivamente. De forma similar, la inflación extranjera del productor y del consumidor. El sistema linealizado es:

$$E_t u_{c,t+1} = u_{c,t} - (i_t - E_t \pi_{t+1}) \tag{A.1}$$

$$E_t u^*_{c,t+1} = u^*_{c,t} - (i^*_t - E_t \pi^*_{t+1}) \tag{A.2}$$

$$\beta E_t \pi_{H,t+1} = \pi_{H,t} - \lambda_H mc_t \tag{A.3}$$

$$\beta E_t \pi^*_{F,t+1} = \pi^*_{F,t} - \lambda^*_F mc^*_t \tag{A.4}$$

Donde

$$mc_t = -(1+\phi)a_t - u_{c,t} + \phi y_t + p_t - p_{H,t} + \varepsilon_{N,t} \tag{A.5}$$

$$mc^*_t = -(1+\phi)a^*_t + \sigma c^*_t + \phi y^*_t + p^*_t - p^*_{F,t} + \varepsilon^*_{N,t} \tag{A.6}$$

Y $\lambda_H = \frac{(1-\beta\xi_H)(1-\xi_H)}{\xi_H}$, λ^*_F similarmente.

$$s_t - s_{t-1} + \pi^*_{H,t} = \pi_{H,t} \tag{A.7}$$

---

[20] Notar que si $\mu = \mu^* = 1$, $b = 1$ y si introducimos un canal de transmisión imperfecto del tipo de cambio, entonces el modelo es un caso especial del modelo de la sección 4.

[21] Esto es, para una típica variable de nivel X_t, $x_t = \frac{X_t - \bar{X}}{\bar{X}} \approx \log\left(\frac{X_t}{\bar{X}}\right)$ donde $\bar{X}$ es el nivel base de estado estacionario. Las variables de tasa, la tasa de interés y la inflación están expresadas como desviaciones absolutas; i.e. $i_t = I_t - I$.

$$s_t - s_{t-1} + \pi^*_{F,t} = \pi_{F,t} \tag{A.8}$$

Que puede ser escrito

$$E_t s_{t+1} - s_t + E_t \pi^*_{H,t+1} = E_t \pi_{H,t+1} \tag{A.9}$$

$$E_t s_{t+1} - s_t + E_t \pi^*_{F,t+1} = E_t \pi_{F,t+1} \tag{A.10}$$

Cuando linealizamos la condición UIP es

$$E_t s_{t+1} - s_t = i_t - i^*_t \tag{A.11}$$

Usando

$$\begin{aligned} \pi_t &= \mathrm{w}_H \left(\frac{P_H}{P}\right)^{1-\mu} \pi_{H,t} + (1-\mathrm{w}_H)\left(\frac{P_F}{P}\right)^{1-\mu} \pi_{F,t} \\ &= \mathrm{w}_H \pi_{H,t} + (1-\mathrm{w}_H)\pi_{F,t} \end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned} \pi^*_t &= \mathrm{w}_F \left(\frac{P^*_F}{P^*}\right)^{1-\mu^*} \pi^*_{F,t} + (1-\mathrm{w}_F)\left(\frac{P^*_H}{P^*}\right)^{1-\mu^*} \pi^*_{H,t} \\ &= \mathrm{w}_F \pi^*_{F,t} + (1-\mathrm{w}_F)\pi^*_{H,t} \end{aligned} \tag{A.13}$$

De la definición de los términos de intercambio $\Delta\tau_t = \pi_{F,t} - \pi_{H,t} = \pi^*_{F,t} - \pi^*_{H,t}$ dado que el poder de paridad de compra se aplica para bienes diferenciados. Entonces la inflación IPC está dada por

$$\begin{aligned} E_t\pi_{t+1} &= \mathrm{w}_H E_t \pi_{H,t+1} + (1-\mathrm{w}_H) E_t \pi_{F,t+1} = \mathrm{w}_H E_t \pi_{H,t+1} + (1-\mathrm{w}_H) E_t(\pi^*_{F,t+1} + s_{t+1} - s_t) \\ &= \mathrm{w}_H E_t \pi_{H,t+1} + (1-\mathrm{w}_H) E_t(\pi^*_{F,t+1} + i_t - i^*_t) \end{aligned} \tag{A.14}$$

Usando la condición UIP (A.11) podemos escribir la ecuación de Euler como[22]

$$E_t u_{c,t+1} = u_{c,t} - \mathrm{w}_H (i_t - E_t \pi_{H,t+1}) - (1-\mathrm{w}_H)(i^*_t - E_t \pi^*_{F,t+1}) \tag{A.15}$$

[22] La condicion de "Risk sharing" más las equaciones de Euler en dos bloques implican la condición de paridad descubierta (ver Gali, 2008, Capitulo 7).

$$E_t u^*_{c,t+1} = u^*_{c_t} - \mathrm{w}_F (i^*_t - E_t \pi^*_{F,t+1}) - (1-\mathrm{w}_F)(i_t - E_t \pi_{H,t+1}) \tag{A.16}$$

Donde con el hábito

$$u_{c,t} = -\frac{\sigma}{1-h} c_t + \frac{\sigma h}{1-h} c_{t-1} + \delta[a i_t + (1-a) i^*_t] + \varepsilon_{C,t} \tag{A.17}$$

$$\delta = \beta(\sigma\theta - 1)(1-b_1) \tag{A.18}$$

$$b_1 = \frac{b}{\left(b + (1-b)\alpha^{\frac{\theta-1}{\theta}}\right)} \tag{A.19}$$

$$\alpha = \left(a + a^{1-\chi}(1-a)^{\chi}\right)^{\frac{\theta}{\chi-1}} \left(\frac{(1-b)a}{b(1-\beta)}\right)^{\theta} \tag{A.20}$$

$$u^*_{c,t} = -\sigma c^*_t + \delta i^*_t + \varepsilon^*_{C,t} \tag{A.21}$$

La condición de distribución del riesgo ("*risk sharing*") es

$$rer_t = u^*_{c,t} - u_{c,t} \tag{A.22}$$

Y el equilibrio de producto

$$y_t = \alpha_H [c_t - \mu(p_{H,t} - p_t)] + \alpha_F [c^*_t - \mu(p^*_{H,t} - p^*_t)] + \alpha_G g_t \tag{A.23}$$

$$y^*_t = \alpha^*_F [c^*_t - \mu^*(p^*_{F,t} - p^*_t)] + \alpha^*_H [c_t - \mu(p_{F,t} - p_t)] + \alpha^*_G g^*_t \tag{A.24}$$

Donde

$$\alpha_H = \mathrm{w}_H \frac{C}{Y} \left(\frac{P_H}{P}\right)^{-\mu} = (1-(1-n)(1-\omega_H)) \frac{C}{Y} \tag{A.25}$$

$$\alpha_F = \frac{1-n}{n} (1-\mathrm{w}_F) \frac{C^*}{Y^*} \left(\frac{P^*_H}{P^*}\right)^{-\mu^*} = (1-n)(1-\omega_F) \frac{C^*}{Y^*} \tag{A.26}$$

$$\alpha_G = 1 - \alpha_H - \alpha_F \tag{A.27}$$

Y α_F^* etc definido de forma similar

Poniendo

$$p_t - p_{H,t} = (1-\mathrm{w}_H)\left(\frac{P_F}{P}\right)^{1-\mu}\tau_t = (1-\mathrm{w}_H)\tau \tag{A.28}$$

$$p_t - p_{F,t} = -\mathrm{w}_H\left(\frac{P_H}{P}\right)^{1-\mu}\tau_t = -\mathrm{w}_H\tau \tag{A.29}$$

$$p_t^* - p_{F,t}^* = (1-\mathrm{w}_F)\left(\frac{P_H^*}{P^*}\right)^{1-\mu^*}\tau_t^* = (1-\mathrm{w}_F)\tau^* \tag{A.30}$$

$$p_t^* - p_{H,t}^* = -\mathrm{w}_F\left(\frac{P_F^*}{P^*}\right)^{1-\mu^*}\tau_t^* = -\mathrm{w}_F\tau^* \tag{A.31}$$

$$\tau_t^* = -\tau_t \tag{A.32}$$

Podemos escribir (A.23) y (A.24) como

$$y_t = \alpha_H c_t + \alpha_F c_t^* + \alpha_G g_t + \mu(\alpha_H(1-\mathrm{w}_H) + \alpha_F \mathrm{w}_F)\tau_t \tag{A.33}$$

$$y_t^* = \alpha_F^* c_t^* + \alpha_H^* c_t + \alpha_G^* g_t^* - \mu(\alpha_F(1-\mathrm{w}_F) + \alpha_H \mathrm{w}_H)\tau_t \tag{A.34}$$

Y (A.5) y (A.6) como

$$mc_t = -(1+\phi)a_t - u_{c,t} + \varepsilon_{C,t} + \phi y_t + (1-\mathrm{w}_H)\tau + \varepsilon_{N,t} \tag{A.35}$$

$$mc_t^* = -(1+\phi)a_t^* + \sigma c_t^* + \phi y_t^* - (1-\mathrm{w}_F)\tau + \varepsilon_{N,t}^* \tag{A.36}$$

Linealizando (15) tenemos

$$rer_t = -(1-\mathrm{w}_F - \mathrm{w}_H)\tau_t \tag{A.37}$$

y los procesos exógenos son para el bloque doméstico

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + v_{a,t+1} \tag{A.38}$$

$$g_{t+1} = \rho_g g_t + v_{g,t+1} \tag{A.39}$$

$$\varepsilon_{C,t+1} = \rho_C \varepsilon_{C,t} + v_{C,t+1} \tag{A.40}$$

$$\varepsilon_{N,t+1} = \rho_C \varepsilon_{N,t} + v_{N,t+1} \tag{A.41}$$

Con el proceso análogo para el bloque extranjero

Para la regla tipo Taylor necesitamos la brecha producto, la diferencia entre el producto en el modelo con precios y salarios rígidos obtenido antes y el producto con los precios flexibles y la inflación esperada igual a cero. Es conveniente y posible definir la economía de precios flexibles como no dolarizada. La siguiente es al colocar $a=0$, $mc_t = mc_t^* = 0$ y todas las tasas de inflación esperada igual a cero.

$$E_t \hat{u}_{c,t+1} = \hat{u}_{c,t} - \mathrm{w}_H \hat{i}_t - (1-\mathrm{w}_H) i_t^* \tag{A.42}$$

$$E_t \hat{u}^*_{c,t+1} = \hat{u}^*_{c,t} - \hat{i}_t^* \tag{A.43}$$

$$\hat{m}c_t = 0 = -(1+\phi)a_t - \hat{u}_{c,t} + \varepsilon_{C,t} + \phi\hat{y}_t + (1-\mathrm{w}_H)\hat{\tau} + \varepsilon_{N,t} \tag{A.44}$$

$$mc_t^* = 0 = -(1+\phi)a_t^* + \sigma\hat{c}_t^* + \phi\hat{y}_t^* - (1-\mathrm{w}_F)\hat{\tau} + \varepsilon^*_{N,t} \tag{A.45}$$

$$\hat{y}_t = \alpha_H \hat{c}_t + \alpha_F \hat{c}_t^* + \alpha_G g_t + \mu(\alpha_H(1-\mathrm{w}_H) + \alpha_F \mathrm{w}_F)\hat{\tau}_t \tag{A.46}$$

$$\hat{y}_t^* = \alpha_F^* \hat{c}_t^* + \alpha_H^* \hat{c}_t + \alpha_G^* g_t^* - \mu(\alpha_F(1-\mathrm{w}_F) + \alpha_H \mathrm{w}_H)\hat{\tau}_t \tag{A.47}$$

$$\hat{u}_{c,t} = -\sigma\hat{c}_t + \delta[a\hat{i}_t + (1-a)\hat{i}_t^*] + \varepsilon_{C,t} \tag{A.48}$$

$$\hat{u}^*_{c,t} = -\sigma\hat{c}_t^* + \delta\hat{i}_t^* + \varepsilon^*_{C,t} \tag{A.49}$$

$$\hat{r}er_t = \hat{u}^*_{c,t} - \hat{u}_{c,t} = -(1-\mathrm{w}_F - \mathrm{w}_H)\hat{\tau}_t \tag{A.50}$$

B. Prueba de las proposiciones

Prueba de la Proposición 1

(a) Es fácil establecer que cada $(z-1)(z-\rho) - (1-\rho)\theta_s z$ y $(z-1)(\beta z - 1) - \gamma\omega_H z$ de (72) tienen una raíz dentro y una fuera del círculo unitario. Por lo que, el sistema bajo una regla de tasas de interés tiene exactamente dos raíces inestables, que concuerda con las dos variables no predeterminadas π_{Ht}, $u_{c,t}$.

(b) Considere la condición UIP linealizada (A.11) con $i_t = i_t^* + \theta_s s_t$

$$E_t s_{t+1} = (1+\theta_s)s_t \tag{B.51}$$

Luego resolviendo hacia delante para s_t tenemos que $s_t = 0$. Por esta razón, el tipo de cambio nominal en desviaciones alrededor del estado estacionario es cero, así, a nivel está fijo en el estado estacionario.

Prueba de la proposición 2: La desigualdad en la proposición asegura que $\theta_\pi \to \infty$, la raíz en $z = 1 - \omega_H \gamma / \kappa < -1$ está a la izquierda del circulo unitario. Por lo que, el gráfico de ubicación de raíces es como se muestra en el Gráfico 2.[23] Este diagrama da una figura general de todas las combinaciones de parámetros, pero su posición relativa con respecto al disco unitario debe ser establecida algebraicamente. Como se muestra en el Gráfico 2, solo una raíz esta fuera del disco unitario para $\theta_\pi > 1$, por lo que el sistema es estable y determinado. Sin embargo, existen dos cosas que necesitamos revisar. Primero, que el punto de la rama de la línea positiva se encuentra en un valor de $z > 1$; verificamos esto como parte de la Proposición 3. Segundo, que la ubicación de la raíz no pase a través del disco unitario en una parte compleja del plano; en particular, si lo hace, debe pasar por el mismo dos veces. Hemos mostrado que en principio puede pasar por el disco unitario solo una vez, i.e. la ubicación de la raíz no puede entrar o salir del disco unitario.

Cualquier punto del círculo unitario puede estar representado como $z = e^{i\psi} = \cos\psi + i\,\mathrm{sen}\,\psi$, donde ψ es el ángulo hecho por eje real positivo. Reemplazando esto en la ecuación característica con ($j = 0$) brinda dos ecuaciones (las partes de la expresión real y la imaginaria) en las variables θ_π, ψ. Ahora lo multiplicamos a través de $e^{-i\psi}(\kappa(e^{-i\psi} - 1) + \omega_H \gamma)$. El término contenido θ_π es real, sin parte imaginaria, por lo que la solución para ψ es obtenida resolviendo

$$\mathrm{Im}\left[(\kappa(e^{-i\psi} - 1) + \omega_H \gamma)(1 - \rho e^{-i\psi})[(e^{i\psi} - 1)(\beta e^{i\psi} - 1) - \omega_H \gamma e^{i\psi}]\right] = 0 \tag{B.52}$$

[23] El método de ubicación de raíces es un método estándar para el análisis de estabilidad de los sistemas dinámicos lineales encontrado en la literatura de ingeniería (ver Evans, 1954). Fue utilizado por primera vez para estudiar la indeterminación de las reglas de tasas de interés de visión a futuro (forward-looking) por Batini y Pearlman (2002). El método provee una forma elegante de posicionar en un plano complejo todas las raíces características de la ecuación ante un cambio de un parámetro. En nuestra aplicación el parámetro en cuestión es la retroalimentación del parámetro de inflación futura, θ_π.

Al inspeccionar podemos observar que esto puede ser reescrito como $A\,\mathrm{sen}\,\psi + B\,\mathrm{sen}\,2\psi = 0$, donde A, B son funciones de los parámetros. Usando la identidad $\mathrm{sen}\,2\psi = 2\,\mathrm{sen}\,\psi\cos\psi$, se obtiene que una de las soluciones es $\mathrm{sen}\,\psi = 0$, que corresponde a $z = 1$, mientras que la otra solución esta dada por $A + 2B\cos\psi = 0$. Pero existe por lo menos una solución de esto para $0 < \psi < \pi$ i.e. la ubicación de la raíz no puede entrar o salir del disco unitario.

Prueba de la proposición 3: Gráficos 3, 4 y 5 demuestran que mientras θ_π se incrementa, el valor siempre es alcanzado donde existe más de una raíz del sistema dentro del disco unitario. La implicancia es que existe indeterminación cuando la retroalimentación de la inflación futura es "muy alta". Además, los Gráficos 4 y 5 sugieren que si el punto-rama de la ubicación de la raíz cerca de $z = 1$ esta dentro del disco unitario, entonces puede existir indeterminación para todos los valores de θ_π. Una condición necesaria y suficiente para este punto-rama para estar en el valor $z < 1$ es que la ubicación de la raíz pase a través del punto $z = 1$ desde la derecha; equivalentemente $\frac{\partial z}{\partial \theta_\pi}$ es negativa en $z = 1$. Evaluamos utilizando la diferenciación de la función implícita de (70):

$$[-\omega_H\gamma + (1-\rho)(\beta-1) - (1-\rho)\omega_H\gamma + (1-\rho)(\kappa + (j+1)\omega_H\gamma)]\frac{\partial z}{\partial \theta_\pi}\bigg|_{z=1} + (1-\rho)\omega_H\gamma = 0 \qquad \text{(B.53)}$$

Note que para $j = 0$, el caso de la Proposición 2, es fácil ver que el coeficiente de $\left.\frac{\partial z}{\partial \theta_\pi}\right|_{z=1}$ es negativo, entonces $\left.\frac{\partial z}{\partial \theta_\pi}\right|_{z=1} > 0$, y la ubicación de la raíz en el punto-rama esta por lo tanto a la derecha de $z = 1$. También, podemos ver que este coeficiente se incrementa en j. Por lo tanto el valor crítico de la Proposición 2 se obtiene para el valor mínimo de j tal que el coeficiente es positivo.

Hasta ahora hemos demostrado que si j se encuentra por encima de su valor crítico J, entonces existe un conjunto de valores de θ_π mayores a 1 para los cuales hay indeterminación. Sin embargo, esto no garantiza la indeterminación para todo $\theta_\pi > 1$ más allá del valor crítico J. Puede suceder que exista un rango de valores de $\theta_\pi > 1$ para el cual la rama de ubicación de raíces se aleja y vuelve a ingresar dentro del disco unitario. Condiciones relativamente suaves (todavía para ser derivadas) en los parámetros aseguran que esto no puede suceder.

Prueba de la proposición 4: Esto es un corolario de la Proposición 1. Considerando la retroalimentación θ_s en el tipo de cambio, y no sobre la inflación, hemos observado que el sistema es determinado. De ello se deduce, que una pequeña retroalimentación θ_π sobre la inflación apenas cambia las raíces del sistema para cualquier j. Por lo tanto, tampoco cambia el resultado. El diagrama de ubicación de raíces en el Gráfico 6 muestra cómo una pequeña retroalimentación del tipo de cambio puede transformar la indeterminación en el Gráfico 5 para todos los valores de θ_π en una regla donde existe determinación para los valores de θ_π cerca de la unidad (véase el Gráfico 1 también en el texto principal).

Gráfico 3: Posición de las raíces ante cambios de θ_π: inflación esperada 1 periodo en adelante

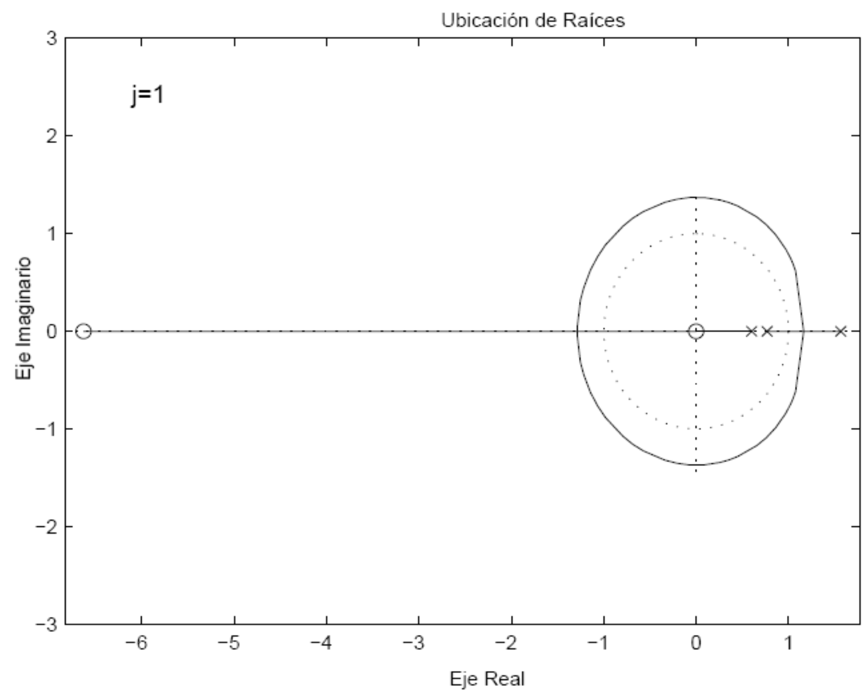


Gráfico 4: Posición de las raíces ante cambios de θ_π : inflación esperada 2 periodos en adelante

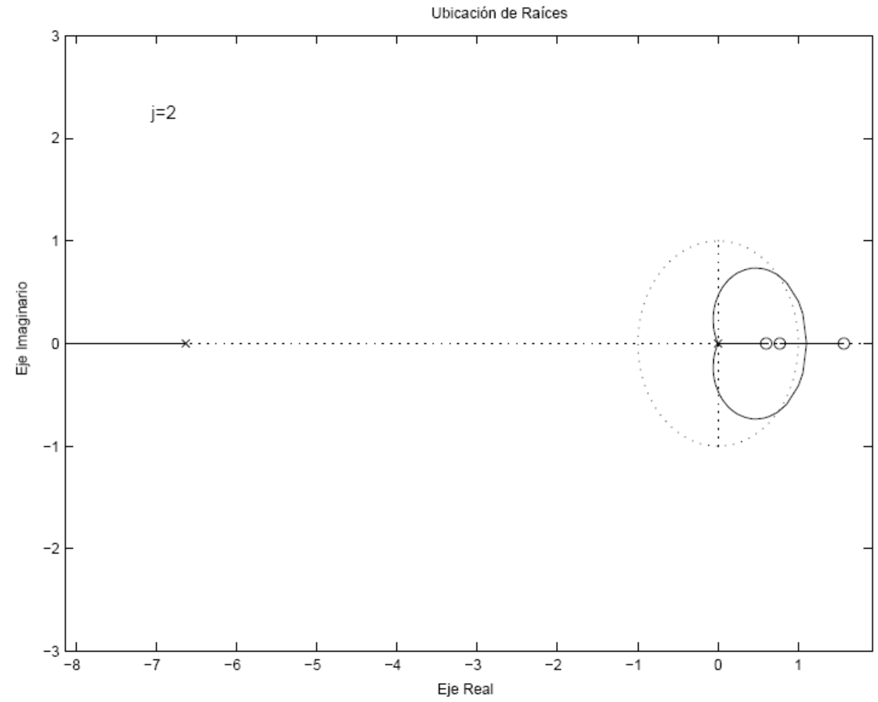


Gráfico 5: Posición de las raíces ante cambios de θ_π : inflación esperada 4 periodos en adelante

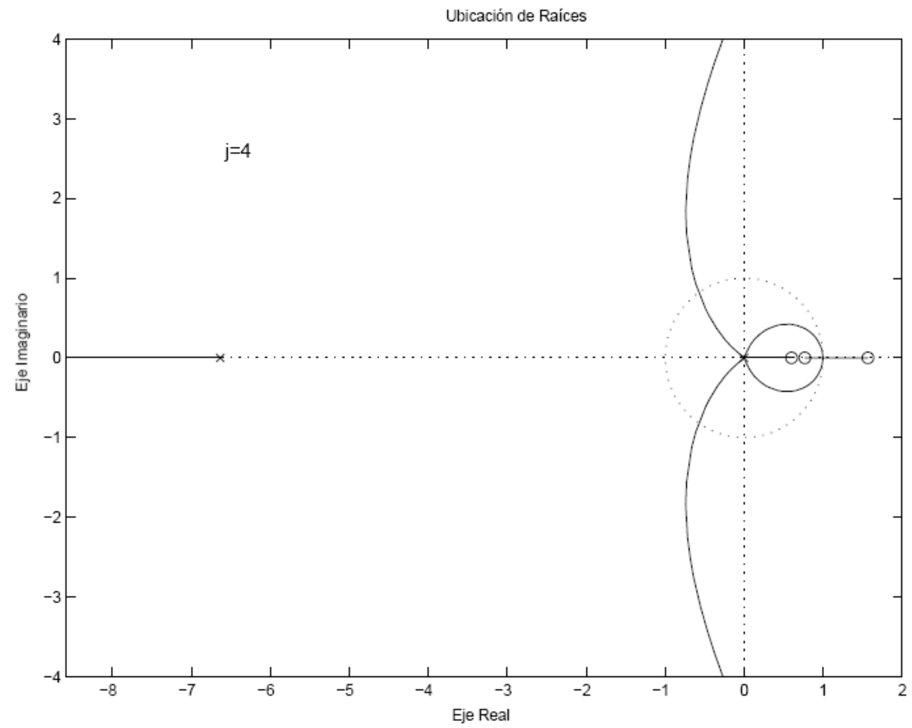


Gráfico 6: Posición de las raíces ante cambios de θ_π : inflación esperada 4 periodos en adelante con tipo de cambio administrado