



*Reglas fiscales y la volatilidad del producto*¹

Carlos Montoro²

carlos.montoro@bcrp.gob.pe

Eduardo Moreno³

eduardo.moreno@bcrp.gob.pe

Resumen

En este trabajo extendemos el modelo neoclásico de Baxter y King (1993) para evaluar los efectos sobre el ciclo económico de dos reglas fiscales alternativas. Las reglas que analizamos son similares a aquellas implementadas en la práctica por algunos países, tales como límites al déficit fiscal estructural (que elimina los efectos del ciclo económico sobre la recaudación) y límites al déficit fiscal convencional. Enfocamos nuestro análisis en un modelo calibrado para reproducir las características de la economía Peruana. En este modelo evaluamos los efectos sobre la dinámica de corto plazo y las condiciones para la estabilidad del equilibrio. Encontramos que la regla de déficit económico estructural produce una postura contracíclica de la política fiscal, lo cual reduce significativamente la volatilidad del producto. Asimismo, encontramos que una condición para que la regla estructural pueda ser implementada es que el gasto público no financiero reaccione en proporción mayor a uno sobre cambios en los gastos financieros.

Clasificación **JEL**: E62, H30, H60

Palabras clave: Reglas Fiscales, Política fiscal, Volatilidad del Producto.

¹ Los autores agradecen los comentarios de Jorge Estrella, Vicente Tuesta y Gabriel Rodríguez y de los participantes del Seminario de Política Fiscal Contracíclica: Reglas e Instituciones (Ministerio de Economía - Corporación Andina de Fomento), el XXIV Encuentro de Economistas del BCRP y la XI Conferencia Anual del CEMLA. Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden a los de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

² Banco Central de Reserva del Perú y LSE.

³ Banco Central de Reserva del Perú.

1. Introducción

El estudio del diseño de reglas de la política fiscal es relevante puesto que un grupo importante de países tanto desarrollados como emergentes han optado por esquemas de este tipo. Los ejemplos más notables son las reglas del Pacto de Estabilidad y Crecimiento en la Eurozona (límite al déficit de 3 por ciento del PBI y de 60 por ciento del PBI para la deuda) y el "Freno de Deuda" utilizado en Suiza (límite nulo para el déficit estructural), entre otros. Entre los países de la región, Brasil, Perú y Chile cuentan con reglas fiscales de diverso tipo. La creciente popularidad de las reglas fiscales se explica en parte porque son vistas como una posible solución a los sesgos al déficit y acumulación excesiva de deuda pública presentes en un manejo discrecional de los instrumentos fiscales⁴.

Desde un punto de vista teórico, es además relevante analizar las implicancias para el equilibrio de la economía del uso de estas reglas. Este análisis es informativo respecto a la forma en que pueden diseñarse los ajustes en los instrumentos fiscales, de modo que se asegure la sostenibilidad de la deuda y la estabilidad del sistema. Además, si bien el modelo utilizado en este trabajo se basa en los estudios de Baxter y Kina (1993), Gali (1994), Ludvigson (1996), y Guo y Harrison (2004), el interés de este artículo no es derivar la respuesta de la economía a choques no esperados en los instrumentos fiscales, como se hace en los estudios citados. Nuestro interés es derivar el efecto de cambios en la parte sistemática (regla) de la formulación de la política fiscal, en particular sobre la volatilidad de la economía⁵.

En este documento se analizan algunos aspectos del diseño de reglas de política fiscal en el contexto de un modelo macroeconómico neoclásico simple. En particular se evalúa el impacto sobre la volatilidad macroeconómica, medida por la varianza del producto, de pasar de una regla basada en metas al déficit convencional a una regla basada en el déficit estructural o ajustado por el ciclo económico.

Encontramos que en un modelo de economía cerrada calibrado para replicar algunas características de la economía peruana (estructura del gasto agregado y varianzas relativas de sus componentes) en el que se incorporan tanto choques de oferta como de demanda, una regla de resultado económico estructural domina en términos de la varianza del PBI a una regla de déficit económico convencional.

⁴ Drazen (2004) presenta un resumen de los argumentos de inconsistencia temporal y economía política que originan estos sesgos.

⁵ Cabe mencionar que este documento se concentra en reglas fiscales implementables, a diferencia de otros autores como Chari, Christiano y Kehoe (1994) y Schmitt-Grohe y Uribe (2005,2006) que concentran el análisis de la política fiscal derivando secuencias óptimas de instrumentos fiscales que resuelven un problema dinámico de Ramsey.



Ello se explica porque una regla estructural origina una respuesta anticíclica de la política fiscal a choques económicos y reduce a su vez la varianza del gasto público, ya que éste no tiene que ajustarse ante perturbaciones en los ingresos fiscales para obtener una meta de déficit dada. En términos de los componentes de la demanda agregada, el supuesto de economía cerrada implica que la varianza del consumo privado aumenta con las reglas estructurales. Ello se eliminaría en un modelo de pequeña economía abierta en el que se obtendría una mayor varianza en la cuenta corriente.

De otro lado, mediante el análisis de la determinación del equilibrio del modelo se encontró que, cuando en estado estacionario la tasa de crecimiento es menor que la tasa de interés de la deuda, es necesario racionalizar una regla tipo "Taylor" para el gasto público. Bajo esta regla, el gasto no financiero debe reducirse en una proporción mayor que uno por aumentos en los gastos financieros, para que el ratio deuda/producto se comporte de forma estacionaria.

El resto del trabajo se divide en 4 secciones. La siguiente sección presenta como ejemplo motivador el uso de las reglas fiscales en el Perú. La sección tres presenta el modelo utilizado y la sección cuatro contiene el análisis de estabilidad y los principales resultados de este estudio. En la última sección se presentan las limitaciones del análisis, la agenda de trabajo pendiente y algunas implicancias de política a manera de conclusión.

2. Reglas fiscales en el Perú

En el caso del Perú, luego de las reformas de principios de los noventa, el déficit fiscal se redujo sustancialmente obteniéndose un pequeño superávit en 1997. Asimismo, la deuda pública, que a principios de la década fluctuaba alrededor del 70 por ciento del PBI, se redujo a la mitad hacia 1997 en parte debido al mayor crecimiento y también por la renegociación con los acreedores internacionales del Perú. No obstante, el impacto de choques adversos en el financiamiento externo a fines de los años noventa redujeron el crecimiento y deterioraron las cuentas fiscales, lo que originó un incremento de 11 puntos porcentuales en el ratio de deuda a PBI entre 1997 y 1999 (alcanzando el 47 por ciento del PBI). Este contexto de deterioro en las cuentas fiscales motivó la implantación de reglas fiscales con el fin institucionalizar un manejo responsable de las finanzas públicas y moderar el incremento de la deuda para evitar situaciones de insolvencia como las que enfrentó el país a fines de los años ochenta.

La regla fiscal introducida en diciembre de 1999 (mediante la Ley de Responsabilidad y Transparencia Fiscal) corresponde a la combinación de un límite al déficit fiscal y un límite al crecimiento real del

gasto público no financiero, así como reglas para limitar el endeudamiento de los gobiernos subnacionales. Esta forma de la regla fiscal incorpora un mecanismo parcialmente anticíclico, en la medida que en los periodos de auge el fisco no podría gastar toda la recaudación adicional generada por el mayor crecimiento. En el evento de una recesión, la regla contempla cláusulas de escape que permiten aumentar el déficit por encima del límite, lo que evitaría contracciones fiscales en periodos de bajo crecimiento.

El registro de la aplicación de esta norma muestra que su cumplimiento ha sido parcial. En periodos de menor crecimiento (2000-2002) el límite al déficit ha sido incumplido, mientras que en periodos de mayor crecimiento (2003 y 2005) el fisco ha incrementado el gasto por encima del límite de la regla. De otro lado, los límites numéricos tanto para el déficit como para el gasto público han cambiado en el tiempo, tal como se aprecia en la Tabla 1.

Tabla 1
Perú: Reglas Macro Fiscales de la Ley de Responsabilidad y Transparencia Fiscal

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
I. REGLAS								
Reglas Generales								
- Déficit Sector Público (% del PBI)	2,0%	1,5%	1,0%	2,0%	1,5%	1,0%	1,0%	1,0%
- % real GNF Gobierno General	2%	2%	2%	3%	3%	3%	3%	
- % real Consumo Gobierno Central								3%
II. EJECUCIÓN								
Reglas Generales								
- Déficit Sector Público (% del PBI)	3,3%	2,5%	2,2%	1,7%	1,0%	0,3%	-2,1%	-3,1%
- % real GNF Gobierno General	1,2%	-4,3%	2,3%	3,0%	2,2%	8,6%	2,4%	6,0%
- % real Consumo Gobierno Central								2,4%

A partir del ejercicio 2007 se ha cambiado también la cobertura de gasto asociada a la regla: se pasó del gasto no financiero del gobierno general al gasto de consumo del gobierno central (remuneraciones más bienes y servicios), y la variación real dejó de medirse con el deflator del PBI empleándose ahora la meta de inflación del BCRP. Como se aprecia en la tabla anterior, ese año cumplió la nueva meta de gasto (el consumo del gobierno creció menos que 3 por ciento real), aunque el crecimiento del gasto no financiero del gobierno general superó ampliamente la meta de 3 por ciento que se venía utilizando hasta entonces.

Al reducir la cobertura institucional y al excluir la inversión del agregado de gasto afecto al límite de crecimiento real, la regla fiscal peruana es ahora conceptualmente similar a una regla de déficit convencional, puesto la mismo no prohíbe incrementar el gasto de capital del sector público hasta que el déficit global alcance la meta de 1 por ciento del PBI⁶. Esto indica la relevancia del análisis de reglas fiscales simples contenido en este artículo.

3. El Modelo

En esta sección se presenta un modelo simple de equilibrio general neoclásico que incorpora gastos y deuda del gobierno. El experimento de política a considerar es el efecto dinámico sobre la varianza del producto de reglas fiscales alternativas basados en una regla de déficit convencional y una regla de déficit estructural.

Seguimos muy de cerca a Baxter y King (1993), quienes incorporan las principales características necesarias para analizar política fiscal en equilibrio general. En dicho modelo la oferta laboral es variable y hay acumulación de capital. Nosotros incorporamos además la acumulación de deuda por parte del gobierno y crecimiento económico por desarrollo tecnológico. Estas variables son importantes para analizar las implicancias de la política fiscal y la dinámica de la deuda pública sobre la volatilidad del producto.

3.1 Preferencias

El agente representativo tiene un horizonte de planeamiento infinito y tiene preferencias sobre las secuencias de consumo, trabajo y gasto público a largo de su vida. Este agente maximiza a lo largo del tiempo su utilidad esperada, que tiene la forma:

$$U = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u_{t+s} \quad (1)$$

donde el flujo de utilidad de cada periodo es descontado por el factor $\beta < 1$. Además:

$$u_t = \exp(v_t) \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \zeta \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \Gamma(G_t). \quad (2)$$

⁶ Es decir, con la nueva regla, durante un auge el gobierno ya no cuenta con una restricción a gastar cualquier aumento temporal de ingresos fiscales.

Según (2), la utilidad depende positivamente en bienes de consumo producidos por el sector privado (C_t) y por el sector público (G_t), y negativamente en el trabajo (N_t) y v_t es un choque a las preferencias hacia el consumo privado. Un incremento en v_t indica mayor demanda de bienes de consumo⁷, σ es la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal y η es la inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo⁸. Al igual que Baxter y King (1993), incluimos una función no-decreciente ϑ para capturar los efectos del gasto público en la utilidad de los individuos, por ejemplo el efecto de gastos en defensa. Estos gastos no afectan directamente la producción privada ni las decisiones de consumo de los individuos, debido a que se incluyen en forma aditiva en la función de utilidad.

3.2 Tecnología

La tecnología disponible se resume en una función de producción del tipo Cobb-Douglas con retornos a escala constantes:

$$Y_t = K_{t-1}^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} \quad (3)$$

donde $0 < \alpha < 1$, Y_t es el producto, N_t es el trabajo, K_{t-1} el capital privado al final del periodo $t-1$, A_t representa el nivel de la tecnología, el cual es exógeno y afecta la productividad del trabajo ("*labor augmenting*")⁹. Se asume que la tecnología esta compuesta por un componente determinístico y por uno exógeno, de la siguiente forma:

$$A_t = \Lambda_t \exp(a_t)$$

donde Λ_t es el componente determinístico que crece a una tasa bruta de $\bar{\gamma} > 1$:

⁷ Se asume que v_t sigue un proceso autorregresivo de primer orden:

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t}$$

donde $\varepsilon_{v,t}$ es una secuencia de variables aleatorias independientes con distribución $N(0, \sigma_v^2)$.

⁸ En la parametrización necesitamos que $\sigma = 1$ para obtener una senda de crecimiento balanceado, al igual que en King, Plosser y Rebelo (1988a).

⁹ Una condición para que el modelo tenga una senda de crecimiento balanceado es que el progreso técnico sea "labor augmenting".



$$\Lambda_t = \bar{\gamma} \Lambda_{t-1}$$

y a_t es el componente estocástico, el cual sigue un proceso autorregresivo de primer orden:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_{a,t}$$

donde $\varepsilon_{a,t}$ es una secuencia de variables aleatorias independientes con distribución $N(0, \sigma_a^2)$.

Nótese que en este modelo la tasa bruta de crecimiento de largo plazo es constante e igual a $\bar{\gamma}$.

El capital privado evoluciona de acuerdo a:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \quad (4)$$

donde I_t es la inversión bruta y δ es la tasa de depreciación.

3.3 Restricciones presupuestarias

En cada periodo el agente representativo enfrenta la siguiente restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t + B_t \leq (1 - \tau) Y_t + T_t + R_t B_{t-1} \quad (5)$$

donde τ denota la tasa impositiva sobre el producto, la cual es fija en el tiempo¹⁰. Esta tasa se puede interpretar también como una tasa uniforme a la renta del capital y del trabajo. Asimismo, T_t son transferencias de suma alzada del gobierno. B_t es el saldo de bonos del agente representativo a fin del periodo t y R_t es la tasa de interés bruta.

De manera similar, la restricción presupuestaria del gobierno es la siguiente:

$$G_t + T_t + R_t D_{t-1} \leq \tau Y_t + D_t \quad (6)$$

donde D_t es el saldo de deuda pública a fin de periodo. El lado izquierdo de la expresión son los usos de fondos, que corresponden al gasto en bienes públicos, el pago de transferencias y pago de

¹⁰ En el modelo asumimos que la tasa impositiva es fija en el tiempo, mientras que el gasto se ajusta cada periodo. Este supuesto se acerca a la observación que las tasas impositivas son cambiadas con menor frecuencia que el nivel de gasto público.



amortización e intereses de la deuda. Las fuentes de fondos son los ingresos por impuestos y la emisión de nueva deuda.

Como la economía es cerrada y los únicos agentes son el consumidor-productor y el gobierno, la posición neta de activos debe ser cero:

$$B_t - D_t = 0. \quad (7)$$

Luego de juntar la restricciones presupuestarias del agente representativo (5) y el gobierno (6) con la de la posición neta de deuda (7), tenemos la restricción total de recursos de la economía:

$$C_t + I_t + G_t \leq Y_t \quad (8)$$

la cual se cumple con igualdad dadas las condiciones de la función de utilidad que garantizan no-saciación en el consumo¹¹.

3.4 Reglas fiscales

En el análisis comparamos los efectos sobre la volatilidad macroeconómica de 2 tipos de reglas fiscales, las cuales toman la forma de reglas de gasto público. Estas reglas se basan en la definición del déficit convencional y en la definición del déficit estructural. La primera considera una medida del déficit considerando la situación actual del producto, mientras que la segunda considera la situación de la economía sobre su senda de crecimiento balanceado. Es decir, el déficit estructural elimina los efectos cíclicos del producto sobre el déficit.

Por simplicidad asumimos (en ambas reglas) que las transferencias se mantienen como proporción constante sobre el producto en la senda de crecimiento balanceado (\bar{Y}_t), y todo el ajuste se da sobre el consumo e inversión públicos G_t , es decir:

$$T_t = \theta_T \bar{Y}_t = \bar{T}_t. \quad (9)$$

La primera regla, la del déficit económico convencional, se define como aquella que condiciona la evolución del gasto público a mantener un ratio de deuda sobre el producto constante. Esta regla tiene la siguiente forma:

¹¹ Ello es así porque la función de utilidad propuesta cumple con $u'(c) > 0$ y $\Gamma'(g) > 0$ para todo c y g .



$$G_t = \tau Y_t - \bar{T}_t - (R_t - \gamma_t) D_{t-1}, \quad (\text{Regla I})$$

donde $\gamma_t \equiv \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ ¹². Esta regla origina que el déficit económico en términos del producto medido de forma convencional se mantenga en equilibrio en todos los periodos, siendo igual a su valor de estado estacionario¹³. Bajo esta regla, un aumento en la recaudación permite un aumento proporcional en el gasto público, mientras que un aumento en los gastos financieros (corregidos por la tasa de crecimiento) implica una reducción en la misma magnitud del gasto público.

Por otro lado, la regla basada en el déficit económico estructural considera un déficit tal que el producto se encuentra sobre su senda de crecimiento balanceado:

$$G_t = \tau \bar{Y}_t - \bar{T}_t - (R_t - \gamma_t) D_{t-1}, \quad (\text{Regla II})$$

Esta regla elimina los efectos cíclicos del producto sobre la recaudación de impuestos. Por ello, un aumento del producto sobre su tendencia origina un aumento en los ingresos sin un incremento en el gasto público, con la consiguiente reducción de la deuda pública. Todo ingreso extraordinario por la recaudación tributaria debido a la fase expansiva del ciclo es ahorrado para cuando el producto se encuentre en su fase recesiva.

Como mostramos en la siguiente sección, bajo esta regla de gasto basada en el déficit económico estructural la deuda pública como porcentaje del PBI no puede tener un valor constante de equilibrio estacionario. Es decir, bajo esta regla la deuda pública sigue un comportamiento explosivo en relación al producto, por lo que ante cualquier choque la razón deuda/PBI puede converger a cero o hacia

¹² Formalmente, si $\frac{D_t}{Y_t} = \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}}$ entonces $D_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} D_{t-1} = \gamma_t D_{t-1}$. Reemplazando esta expresión en la restricción presupuestaria evaluada con igualdad (ecuación 8), se obtiene la regla de gasto I.

¹³ En la práctica, en algunos países que han llevado una regla de déficit convencional, como en el caso del Perú, han considerado una versión de la regla que mantenga un déficit económico no mayor de una meta en porcentaje del PBI. Esta tiene la siguiente forma:

$$G_t = \tau Y_t - \bar{T}_t - (R_t - 1) D_{t-1} + [\text{Meta de Déficit (\%PBI)}] Y_t$$

La regla I corresponde a una regla de meta de déficit, tal que el ratio de deuda/PBI de estado estacionario y la meta de déficit son consistentes entre si, esto es: Meta de Déficit (%PBI) $\equiv \left(\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t} \right) \frac{\bar{D}}{\bar{Y}}$.

infinito. Una forma de eliminar ese problema es modificar la regla fiscal considerando además ajustes con respecto a los gastos financieros, de la siguiente forma:

$$G_t = (1 - \lambda_y) \tau \bar{Y}_t + \lambda_y \tau Y_t - \left[(1 - \lambda_r) (\bar{R} - \bar{\gamma}) \bar{D}_{t-1} + \lambda_r (R_t - \gamma_t) D_{t-1} \right] \quad (10)$$

donde λ_r controla el ajuste del gasto público a cambios transitorios en el pago de intereses. En el caso $\lambda_r = 0$, el gasto no se ajusta ante cambios transitorios en los pagos de intereses, mientras que un coeficiente $\lambda_r > 1$ indicaría un ajuste en el gasto público más que proporcional a fluctuaciones en el pago de intereses¹⁴. El coeficiente λ_y define el grado de ajuste del gasto público a cambios transitorios en la recaudación. La regla es estructural cuando $\lambda_y = 0$, es decir, el gasto no se ajusta ante cambios cíclicos en el producto, y la regla se encuentra definida sobre el déficit convencional cuando $\lambda_y = 1$. Por otro lado, un coeficiente $\lambda_y > 1$ indicaría un ajuste mayor que 1 ante un cambio transitorio en la recaudación.

3.5 Equilibrio Macroeconómico

Dadas las condiciones iniciales de la economía, resumidas por (K_{t-1}, D_{t-1}) , el equilibrio competitivo esta definido por una secuencia de cantidades y precios consistentes con (3)-(10) y que satisfacen el problema de maximización del agente representativo. Los detalles del proceso de optimización se encuentran en el apéndice. Las condiciones de primer orden son:

i) La condición de primer orden respecto al saldo de bonos nos da la secuencia óptima de consumo, también conocida como la ecuación de Euler:

$$E_t \left[\beta \frac{\exp(v_{t+1}) C_{t+1}^{-\sigma}}{\exp(v_t) C_t^{-\sigma}} R_{t+1} \right] = 1; \quad (11)$$

ii) La condición de primer orden respecto al trabajo presenta la secuencia óptima de trabajo. Esta secuencia satisface que la tasa marginal de sustitución entre trabajo y consumo es igual a la productividad marginal del trabajo neta del pago de impuestos:

¹⁴ Cabe mencionar que una regla con $\lambda_r = 0$ mantiene el déficit primario igual al de estado estacionario, siendo este igual a $(\bar{\gamma} - \bar{R}) \bar{D}_{t-1}$ en todos los periodos.



$$\zeta \exp(-v_t) C_t^\sigma N_t^\eta = (1-\alpha)(1-\tau) \frac{Y_t}{N_t}; \quad (12)$$

iii) La condición de primer orden respecto al capital especifica que la tasa de interés bruta es igual a la productividad marginal del capital:

$$R_t = \alpha(1-\tau) \frac{Y_t}{K_{t-1}} + (1-\delta). \quad (13)$$

3.6 Aproximación log-lineal del modelo

El modelo propuesto es no-lineal. Por eso, para obtener una solución aproximada, se trabajara con una expansión de Taylor de primer orden de las ecuaciones del modelo original de las diferencias de las variables respecto a su valor de estado estacionario determinístico. Ello requiere transformar todas las variables no-estacionarias en estacionarias de modo que el modelo presente un estado estacionario bien definido. Con este fin dividimos todas las variables (con excepción de N_t y R_t) por Λ_t . Las variables transformadas las denotamos con “^”, esto es: $\widehat{X}_t = X_t / \Lambda_t$. Similarmente, el estado estacionario de estas variables transformadas esta definido con $\overline{X} \equiv \overline{X}_t / \Lambda_t$, donde \overline{X}_t corresponde a variables en la senda de crecimiento balanceado. El detalle del estado estacionario del modelo se puede ver en el apéndice.

Procedemos a log-linearizar las ecuaciones del modelo con respecto a las variables estacionarias transformadas \widehat{X}_t . Variables en minúsculas corresponden a la log-linearización de estas variables, por ejemplo $x_t = \log \widehat{X}_t - \log \overline{X}$. El sistema lineal así obtenido esta compuesto por 10 ecuaciones para 8 variables endógenas $\{n_t, y_t, k_t, c_t, i_t, r_t, d_t, g_t\}_{t=0}^\infty$ y 2 variables exógenas (choques) $\{a_t, v_t\}_{t=0}^\infty$. Hemos definido $\theta_x = \overline{X} / \overline{Y}$ como el ratio de la variable X_t con respecto al producto en estado estacionario. La Tabla 2 presenta las ecuaciones que definen las variables endógenas, las variables exógenas se definen por procesos autoregresivos de orden 1.

Tabla 2: Ecuaciones Log-Lineales del Modelo

La función de producción

$$y_t = (1 - \alpha)a_t + \alpha k_{t-1} + (1 - \alpha)n_t \quad (i)$$

La demanda agregada

$$y_t = \theta_c c_t + \theta_g g_t + \theta_i i_t \quad (ii)$$

La demanda por inversión

$$i_t = \frac{\theta_k}{\theta_i} \left[k_t - \left(\frac{1 - \delta}{\gamma} \right) k_{t-1} \right] \quad (iii)$$

La demanda por consumo (ecuación de Euler)

$$c_t - E_t c_{t+1} = -\frac{1}{\sigma} r_{t+1} + (v_t - E_t v_{t+1}) \quad (iv)$$

El equilibrio del mercado de trabajo

$$\sigma c_t + \eta n_t - v_t = y_t - n_t \quad (v)$$

El equilibrio en el mercado de capitales (la tasa de interés)

$$r_t = \left(\frac{\gamma - \beta(1 - \delta)}{\gamma} \right) (y_t - k_{t-1}) \quad (vi)$$

La restricción presupuestaria del gobierno

$$\theta_d \left(d_t - \frac{\bar{R}}{\gamma} d_{t-1} \right) = \theta_g g_t + \theta_d \frac{\bar{R}}{\gamma} r_t - \tau y_t \quad (vii)$$

La regla fiscal

$$\theta_g g_t = \lambda_y \tau y_t - \lambda_r \frac{\theta_d}{\gamma} \left[(\bar{R} - \bar{\gamma}) d_{t-1} + \bar{R} r_t - \bar{\gamma} \hat{\gamma}_t \right] \quad (viii)$$

donde $\hat{\gamma}_t = y_t - y_{t-1}$, λ_y y λ_r han sido definidos previamente.

4. Efectos Macroeconómicos de las Reglas Fiscales

En esta sección resolvemos el modelo presentado en la sección previa para las distintas reglas fiscales. En la segunda sub-sección analizamos las condiciones bajo las cuales las reglas fiscales de la sección 3 satisfacen la estabilidad del modelo. En la tercera sub-sección resolvemos el modelo bajo las reglas fiscales alternativas y analizamos sus efectos sobre la dinámica y la volatilidad macroeconómica. Consideramos además una extensión del modelo, en línea con Baxter y King(1993), en la cual introducimos inversión pública y analizamos los efectos cuando la reglas fiscales se basan en ajustar la inversión pública en lugar del gasto corriente.

4.1 Calibración

El objetivo del modelo es analizar los efectos de un cambio de regla fiscal en una economía como la peruana. Por ello se han considerado en la calibración del modelo tanto la composición promedio de la demanda agregada de Perú como la volatilidad de sus componentes. La calibración utilizada y su justificación se presenta en la Tabla 3.



Tabla 3: Calibración

I. Modelo base con Gasto Corriente de Gobierno

A. Preferencias

 $\beta = 0.99$, implica una tasa de interés real de 4% al año

 $\sigma = 1$, requisito para tener senda de crecimiento balanceado, KPR(1988a) .

 $\eta = 1$, estándar en la literatura de ciclos económicos reales

B. Función de Producción

 $\gamma = 1.0125$, implica una tasa de crecimiento anual de 5%, promedio para Perú (1994-2005)

 $\delta = 0.025$, implica una tasa de depreciación anual de 10%

 $\alpha = 0.60$, promedio de estimaciones para Perú (Ver Carranza et.al 2004).

C. Sector Privado

 $\theta_c = 0.71$, promedio Perú 1994-2005

 $\theta_i = 0.16$, consistente con la fracción del consumo y gasto de gobierno

D. Gobierno

 $\tau = 0.18$, promedio presión tributaria Perú 1994-2005

 $\theta_g = 0.13$, promedio Perú 1994-2005

 $\theta_d = 1.4$, consistente con el ratio deuda/PBI anual promedio de 0.35

 $\theta_T = 0.0502$, consistente con el resto de la parametrización.

E. Choques

 $\rho_a = 0.95, \sigma_a = 0.0023, \rho_v = 0.5, \sigma_v = 0.01$

Ajusta volatilidad del modelo base a datos de Perú 1994-2005

II. Modelo con Gasto Inversión Pública (ver apéndice)
 $\alpha^G = 0.15$, tal que $\alpha^G / \alpha = \theta_i^G / \theta_i$
 $\theta_i^G = 0.04$, $\theta_c^G = 0.09$, promedio Perú 1994-2005

 $\lambda_g = 0.58$, consistente con volatilidad relativa consumo/inversión pública

Utilizamos como modelo base la regla de déficit económico convencional, debido a que es la regla más parecida a la que ha seguido el Perú según la "Ley de Responsabilidad y Transparencia Fiscal", y analizamos los efectos macroeconómicos de usar la regla estructural alternativa. La calibración de los choques de demanda y de oferta están hechos para que la volatilidad de los componentes de la demanda agregada del modelo base sea cercana a la observada en el Perú durante 1994-2005. Los resultados de la calibración en el modelo base se presentan en la tabla 4.



Tabla 4: Perú - volatilidad del ciclo
(datos trimestrales 1994-2005)

	Datos *		Modelo Base (Regla I)**	
	Desviación	Volatilidad Relativa	Desviación	Volatilidad Relativa
	Estándar (σ_x)	al PBI (σ_x/σ_y)	Estándar (σ_x)	al PBI (σ_x/σ_y)
Producto Bruto Interno	0.019	1.000	0.019	1.000
Consumo Privado	0.018	0.936	0.019	0.970
Consumo Público	0.031	1.587	0.028	1.444
Inversión Privada	0.076	3.670	0.047	2.424

(*) Fuente: Castillo, Montoro, Tuesta (2006)

(**) Elaboración propia

Como se puede ver en la Tabla 4, la calibración base del modelo permite replicar en forma bastante cercana la volatilidad relativa de las principales variables macroeconómicas de los datos peruanos para el periodo 1994-2005.

4.2 Estabilidad del Modelo

Las reglas fiscales sobre el gasto público presentadas en la sección 3 tienen consecuencias sobre la senda de la deuda pública del modelo. Para poder resolver el modelo es importante que la deuda pública tenga un comportamiento estacionario. Es decir, que no tenga comportamiento explosivo en relación al producto. Si existiera un comportamiento explosivo de la deuda no se estaría cumpliendo la condición de transversalidad del agente representativo, por lo que dichas reglas no serían consistentes con el equilibrio de la economía en el largo plazo.

En esta sub-sección analizamos las condiciones bajo las cuales dichas reglas mantienen la estabilidad del modelo. Estas condiciones son un indicador sobre si las reglas pueden ser implementadas en la práctica, y son importantes pues indican si la deuda pública tiene un comportamiento sostenible en el largo plazo.



La dinámica de la deuda se puede analizar en la siguiente ecuación:

$$\theta_d \left[d_t - \left(1 + (1 - \lambda_r) \left(\frac{\bar{R} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \right) \right) d_{t-1} \right] = - (1 - \lambda_y) \tau y_t + (1 - \lambda_r) \frac{\theta_d}{\bar{\gamma}} \bar{R} r_t + \lambda_r \theta_d \hat{\gamma}_t \quad (14)$$

la cual proviene de reemplazar el gasto de gobierno de la regla fiscal (*viii*) en la restricción presupuestaria del gobierno (*vii*), en sus versiones log-lineales. Esta expresión es una ecuación en diferencia para d_t , en función de las variables y_t y r_t . Una forma sencilla de analizar la estabilidad del modelo es considerar que y_t y r_t en equilibrio no dependen de d_t .

Bajo el supuesto que y_t y r_t no dependen del saldo de deuda, la deuda publica mantiene un patrón estable si:

$$\left| 1 + (1 - \lambda_r) \left(\frac{\bar{R} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \right) \right| < 1,$$

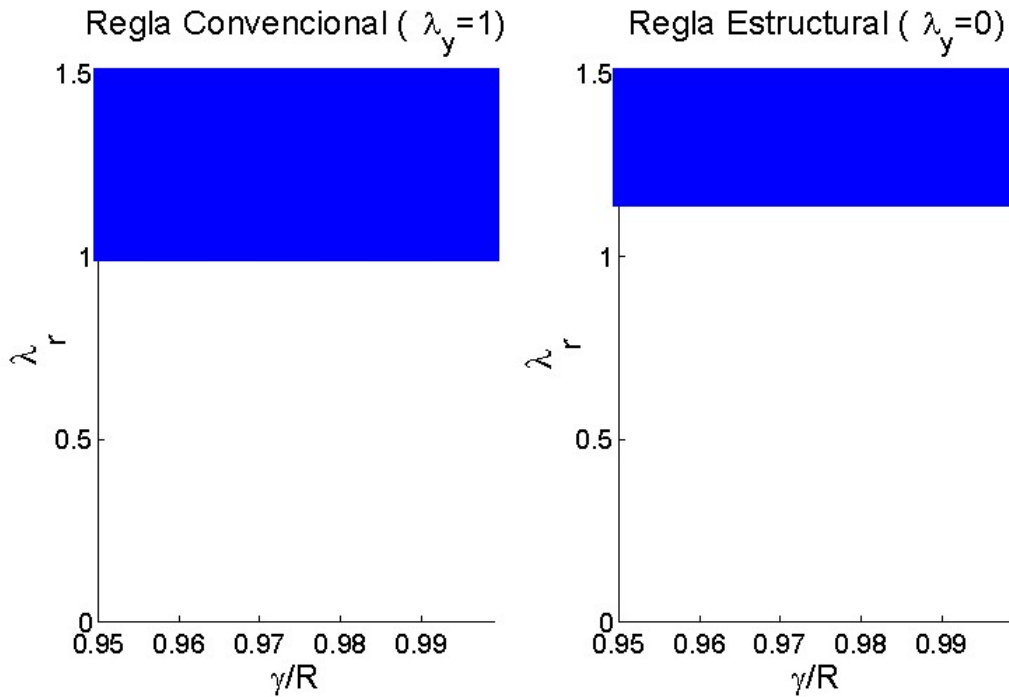
lo cual es cierto cuando $\lambda_r > 1$ si en estado estacionario la tasa de interés es mayor que la tasa de crecimiento ($\bar{R} > \bar{\gamma}$), o en caso contrario cuando $\lambda_r < 1$ si $\bar{R} < \bar{\gamma}$. De esta parte se puede concluir que elementos importantes para la estabilidad de la deuda pública (y del modelo) son los parámetros de política y la relación entre la tasa de crecimiento y la tasa de interés de estado estacionario.

Sin embargo, en el modelo la dinámica de y_t y r_t **si dependen** de la evolución de la deuda (d_t), lo que origina que la estabilidad de la deuda tenga que ser analizada en el contexto de equilibrio general. En el apéndice *B* se detallan las condiciones de estabilidad del modelo y a continuación presentamos resultados numéricos de aquellas condiciones.

La Figura 1 muestra el área de estabilidad del modelo para el caso de una regla basada en el déficit convencional y otra en el déficit estructural. El área oscura muestra combinaciones de parámetros $\bar{\gamma}/\bar{R}$ y λ_r tal que el equilibrio es estable^{15 16}.

¹⁵ El equilibrio es estable cuando las raíces características relacionadas al capital y a la deuda son menores que 1.

¹⁶ Nótese que en el modelo el ratio $\frac{\bar{\gamma}}{\bar{R}}$ es igual al factor de descuento $\beta < 1$.



La figura muestra que cuando la tasa de crecimiento es menor que la tasa de interés de estado estacionario, la regla de déficit convencional es estable para $\lambda_r \geq 1$. Sin embargo, en el caso de una regla estructural es necesario un ajuste mayor que uno ($\lambda_r > \bar{\lambda}_r > 1$). Es decir, cuando en el estado estacionario la tasa de crecimiento es menor que la tasa de interés, es necesario que el ajuste mayor que 1 del gasto a los intereses de la deuda, bajo ambas reglas basadas en el déficit convencional y el estructural.

Bajo una regla estructural, las fluctuaciones temporales en la recaudación generan ahorros (o desahorros) temporales de recursos, lo cual permiten que se desacumule (o se acumule) deuda demasiado rápido¹⁷. La recomendación es incluir un ajuste sobre la evolución de los gastos financieros mayor que uno para que se establezca el ratio de deuda respecto al producto. En la práctica podemos racionalizar ambas reglas en una regla tipo "Taylor" para el gasto público, en donde las desviaciones del gasto público sobre la senda de crecimiento balanceado siguen:

$$\theta_g g_t = \lambda_y \tau y_t - \lambda_r \frac{\theta_d}{\gamma} \left[(\bar{R} - \bar{\gamma}) d_{t-1} + \bar{R} r_t - \bar{\gamma} \hat{\gamma}_t \right] \quad (15)$$

¹⁷ Lo cual generaría que la deuda converja a cero (o infinito) en un horizonte largo de tiempo.



donde λ_y indica el ajuste del gasto público respecto a la recaudación y λ_r respecto a los gastos financieros. En este caso, el principio de "Taylor" para la política fiscal sería: $\lambda_r \geq \bar{\lambda}_r \geq 1$, lo cual se debe cumplir con estricta desigualdad para el caso de una regla estructural.

4.3 Efectos en el Ciclo Económico

La Tabla 5 muestra los resultados de la volatilidad relativa del producto y sus componentes de aplicar una regla estructural respecto a una regla de déficit económico convencional. Las reglas de déficit estructural han sido calibradas para distintos valores de λ_r . Los resultados muestran que las reglas de déficit estructural producen una menor volatilidad en el producto que las reglas de déficit convencional. Además, el ajuste por gastos financieros produce una reducción aún mayor en la volatilidad del producto.

Tabla 5: Simulación

Volatilidad Relativa Regla Estructural / Regla Convencional	$\lambda_r = 1.15$ $\lambda_r = 1.20$ $\lambda_r = 1.25$		
Producto Bruto Interno	0.89	0.85	0.83
Consumo Privado	1.11	1.07	1.04
Consumo Público	2.16	1.76	2.41
Inversión Privada	1.03	1.11	1.28

Los efectos de una regla de déficit estructural se pueden ver también por los componentes de la demanda agregada. En este modelo la volatilidad del consumo y la inversión aumentan, lo cual proviene del supuesto de una economía cerrada. Con una regla estructural la deuda pública se vuelve más volátil, pues se acumulan los cambios en la recaudación debido a las fluctuaciones cíclicas del producto. En una expansión el sector público ahorra y en una recesión desahorra. Esto origina que el ahorro privado sea más volátil, por lo que el consumo y la inversión se hacen a su vez más volátiles. Este efecto sobre el consumo se eliminaría al considerar una economía abierta con integración financiera, pues en este caso la volatilidad de la deuda pública generaría mayor volatilidad en el ahorro de la cuenta corriente, disminuyendo la volatilidad del consumo.

Las reglas basadas en el déficit estructural reducen la volatilidad del producto porque la política fiscal se vuelve anti-cíclica. Por un lado, al estar la regla basada en el producto en su senda de crecimiento balanceado, el gasto público no varía ante cambios en la recaudación por el ciclo económico. Además, la recaudación de impuestos al ser proporcional al producto realiza su función de estabilizador

automático, lo que disminuye la volatilidad del producto. En contraste, en una regla de déficit convencional una expansión del producto aumenta el límite del gasto, reduciendo el poder anti-cíclico de los impuestos, lo cual puede generar que la política fiscal sea inclusive pro-cíclica. Como se puede ver en la tabla 5, la correlación del déficit primario cambia de ser positiva en la regla de déficit convencional a ser negativa en una regla estructural. Este efecto es originado por el cambio en la correlación del gasto público, que produce en la regla estructural un comportamiento anti-cíclico del gasto público.

Tabla 6: Simulación de correlación con el producto

	Regla I	Regla II ($\lambda_r = 1.5$)
	(Déficit económico convencional)	(Déficit económico estructural)
Déficit primario	0.25	-0.29
Consumo privado	0.86	0.85
Consumo público	0.99	-0.20
Inversión privada	0.52	0.20

5. Agenda de Investigación

Este estudio ha mostrado algunas ventajas de una regla estructural respecto a una regla basada en el resultado económico convencional. No obstante, el análisis se ha limitado a una economía cerrada sin política monetaria ni imperfecciones de mercado. Por ello es importante extender el modelo para considerar:

- Economía abierta. Es necesario incorporar el impacto de choques en términos de intercambio, así como choques en la tasa de interés internacional.
- Política monetaria. Es necesario incorporar la interrelación de las reglas fiscales consideradas con reglas de política monetaria. Con este fin el modelo debe ampliarse para considerar agentes formadores de precios (competencia monopolística) y alguna forma de rigidez nominal que de cabida a impactos reales ante choques en la política monetaria.
- Consumidores no optimizadores. Una crítica a los modelos neoclásicos es que los datos parecen apoyar la idea que ante choques fiscales no esperados el consumo privado aumenta. El modelo neoclásico utilizado predice que el consumo cae ante un choque de gasto público debido al efecto riqueza negativo que afecta a los agentes. Sin embargo, el modelo puede



ampliarse para considerar agentes con restricciones de liquidez que ajustan su consumo de acuerdo a los ingresos de cada periodo, por lo que no pueden suavizar la senda de su consumo. Esta modificación permitiría que en el modelo, al aumentar el PBI luego de un choque fiscal, la fracción del consumo privado correspondiente a esta clase de consumidores aumente lo que haría que la respuesta agregada del consumo sea menos negativa (y eventualmente, positiva) ante un choque fiscal.

- d) Gasto público útil. En el modelo utilizado en este estudio el gasto público afecta las decisiones del sector privado en forma indirecta a través de la restricción presupuestal. En un modelo más realista el gasto del gobierno puede afectar la utilidad marginal del consumo y/o la productividad de los factores. El apéndice A.4 discute brevemente una versión ampliada del modelo que considera capital público. No obstante el análisis completo de este tema excede el objetivo del presente trabajo.

Esperamos que el resultado principal del estudio, que una regla estructural reduce la volatilidad del PBI sea robusto a estas modificaciones del modelo debido principalmente a que el resultado se basa en la menor varianza de una de los componentes de la demanda agregada (el gasto del gobierno) lo que no cambiaría de incorporarse rigideces nominales, inflación y comercio internacional.

6. Conclusiones y Recomendaciones de Política

En este trabajo se ha analizado, en un modelo neoclásico simple ampliado con variables de política fiscal, el impacto de reglas fiscales alternativas sobre la volatilidad de la economía. Estas reglas consisten en fijar metas al déficit en su versión convencional o estructural. Este ejercicio indica que:

- a) Las reglas con metas estructurales implican una menor varianza del PBI que las reglas con metas de déficit convencional.
- b) La volatilidad de la deuda pública aumenta con reglas estructurales, respecto a las reglas con metas al resultado convencional. Ello es así porque con una regla estructural los choques en el PBI ya no se trasladan al gasto público, por lo que tanto la varianza del déficit y de la deuda pública aumentan.
- c) Aumenta la volatilidad de la inversión privada y del consumo privado. La mayor varianza del consumo es reflejo del resultado anterior: con una regla estructural aumenta la varianza de la deuda, lo que implica que debe aumentar la volatilidad del ahorro privado en la economía cerrada analizada. Esta mayor volatilidad del ahorro implica una mayor varianza para el consumo privado.



La reducción en la varianza del PBI está asociada al hecho que con una regla estructural el resultado fiscal se torna claramente procíclico (aumenta en los auges y se reduce en las recesiones) lo que indica que con esta regla operan los estabilizadores automáticos presentes en el sistema fiscal (en el modelo, la tasa proporcional de impuestos sobre los ingresos). Esto permite concluir que la regla estructural dota al manejo fiscal de un elemento contracíclico que está ausente en el caso de una regla basada en el resultado convencional.

Los resultados de este trabajo apoyan la idea que las reglas fiscales basadas en el resultado ajustado por el ciclo (déficit estructural) pueden, en principio, ser superiores a reglas basadas en medidas convencionales del déficit fiscal, tanto en términos de la volatilidad macroeconómica como por la eliminación del sesgo procíclico en el manejo de las finanzas públicas. No obstante, los problemas para que una regla estructural pueda ser implementada en la práctica pueden ser importantes, ya que dicha regla se basaría en magnitudes no observables como la brecha del PBI, la que tendría que ser estimada en tiempo real, y de parámetros cuya estimación estará sujeta a incertidumbre (elasticidad de los ingresos y gastos fiscales respecto del ciclo y de los términos de intercambio, en el caso de una economía abierta) lo que indica que un criterio de prudencia podría sugerir emplear la regla estructural como una guía para establecer resultados observables ex-ante a los cuales se comprometería el fisco, de modo que sea fácil que los agentes evalúen ex-post el cumplimiento de los mismos. El análisis formal de las implicancias de estos problemas se encuentra fuera del alcance de este trabajo.

Asimismo, como se muestra en el modelo, existen problemas de estabilidad de la deuda pública ante la aplicación de una regla estructural. Si los choques son muy persistentes, la aplicación de una regla estructural puede hacer que el saldo de la deuda pública crezca o se reduzca demasiado rápido, lo cual puede ser perjudicial para la sostenibilidad de la misma. Para evitar este efecto, es necesario considerar modificaciones a la regla fiscal estructural, como por ejemplo hacer ajustes a los topes de gasto no financieros según la evolución de los gastos financieros¹⁸.

¹⁸ Más precisamente, incrementar (reducir) el tope del gasto no financiero cuando los gastos financieros se reducen (incrementan).



Referencias

- Baxter, M. King, R.**(1993), “Fiscal Policy in general Equilibrium”, *American Economic Review* Vol. 83 Nr 3, 315-334.
- Benigno, Pierpaolo and Michael Woodford** (2003), “Optimal Monetary Policy and Fiscal Policy”, *NBER Macroeconomic Annual*, Cambridge, MA: MIT Press
- Carranza, E., J.Fernández-Baca y E. Morón** (2004), "Perú: Markets, Government and the Sources of Growth", Universidad del Pacífico, mimeo.
- Castillo, P., C. Montoro y V. Tuesta** (2006), "Hechos Estilizados de la Economía Peruana", *Revista de Estudios Económicos N° 14*, Banco Central de Reserva del Perú.
- Chari, V., Christiano L. y P. Kehoe** (1994), “Optimal Fiscal Policy in a Business Cycle Model”, *Journal of political Economy* Vol. 102 Nr. 4.
- Drazen, A.** (2004), “Fiscal Rules from a political economy perspective”. En George Kopits (Ed.) Rules Based Fiscal Policy in Emerging Markets, Washington. IMF.
- Galí, J.**(1994), “Government Size and Macroeconomic Stability”. *European Economic Review* Vol 3, 117-132.
- Guo, J., y S. Harrison** (2004), “Balance Budget Rules and Macroeconomic (In)Stability”, *Journal of Economic Theory* Vol 119, 357-363.
- Ludvigson, S.**(1996), “The Macroeconomic Effects of Government Debt in a Stochastic Growth Model”, *Journal of Monetary Economics* Vol. 38 Nr 1, 25-45.
- King, R., Ch. Plosser y S. Rebelo** (1988a), “Production, Growth and the Bussiness Cycle: I. The Basic Neoclassical Model”, *Journal of Monetary Economics* 21, 309-401.
- King, R., Ch. Plosser y S. Rebelo** (1988b), “Production, Growth and the Bussiness Cycle: II New Directions”, *Journal of Monetary Economics* 21, 309-401.
- Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe** (2005), "Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Medium-Scale Macroeconomic Model". *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press: Cambridge MA, 383-425.
- Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe** (2006), “Optimal Simple and Implementable Monetary and Fiscal Rules”, *Journal of Monetary Economics*.
- Woodford, M.** (2003), Interest & Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy, Princeton University Press.

Apéndice A: Ecuaciones del modelo

A.1 Problema de optimización

En este modelo el consumidor-productor elige secuencias de consumo, trabajo y acumulación de activos (capital y deuda pública) consistentes con la restricción presupuestal (5) y la tecnología (3) con el objetivo de maximizar el valor presente descontado (con el factor $\beta < 1$) de la utilidad obtenida durante el periodo de planeación (infinito). En este proceso de optimización, el consumidor-productor toma como datos tanto al gasto del gobierno como a las transferencias y la tasa impositiva, y cuenta con valores iniciales (positivos) del acervo de capital y de deuda pública. Formalmente:

$$\begin{aligned} & \underset{C_t, N_t, K_{t+1}, D_{t+1}}{\text{Max}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U(C_{t+s}, N_{t+s}), \\ & \text{sujeto a} \\ & C_t + K_t + D_t = (1 - \delta)K_{t-1} + R_t D_{t-1} + (1 - \tau)Y_t + T_t, \\ & Y_t = K_{t-1}^{\alpha} (A_t N_t)^{1-\alpha}, \\ & K_{t-1}, D_{t-1} > 0 \text{ dados.} \end{aligned}$$

Si se denota por λ_t al multiplicador de Lagrange de la restricción presupuestal, las condiciones de primer orden (CPO) de este problema de optimización son las siguientes:

para el consumo:

$$\lambda_t = \beta^t C_t^{-\sigma};$$

para el trabajo:

$$\lambda_t = \frac{\beta^t \theta N_t^{\eta}}{(1 - \tau)(1 - \alpha) \frac{Y_t}{N_t}};$$

para el acervo de capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left((1 - \tau_{t+1}) \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_t} + (1 - \delta) \right) \right];$$

para la deuda pública:

$$\lambda_t = \beta E_t [\lambda_{t+1} (R_{t+1})]$$



La caracterización del comportamiento del consumidor productor se completa con las condiciones de transversalidad relevantes para la deuda y el acervo de capital.

Las CPO para el acervo de capital y la deuda del gobierno implican la condición de arbitraje siguiente:

$$R_{t+1} = (1 - \tau)\alpha \frac{Y_{t+1}}{K_t} + (1 - \delta),$$

que indica que el retorno sobre la deuda pública debe ser similar al retorno sobre el capital. Asimismo, la CPO para el consumo y el capital implican la Ecuación de Euler:

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t [C_{t+1}^{-\sigma} (R_{t+1})],$$

mientras que las CPO del consumo y el trabajo implican:

$$(1 - \tau)(1 - \alpha) \frac{Y_t}{C_t^\sigma N_t} = \theta N_t^\eta.$$

A.2 Sistema de ecuaciones no-lineal

El sistema de ecuaciones para las 8 variables endógenas $\{N_t, Y_t, K_t, C_t, I_t, R_t, D_t, G_t\}_{t=0}^{\infty}$ que sirve para hallar el equilibrio general presentado en la Tabla A.1.

Tabla A1: Ecuaciones del Modelo

La función de producción	
$Y_t = K_{t-1}^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha}$	(A.i)
La demanda agregada	
$Y_t = C_t + G_t + I_t$	(A.ii)
La demanda por inversión	
$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1}$	(A.iii)
La demanda por consumo (ecuación de Euler)	
$E_t \left[\beta \frac{\exp(v_{t+1}) C_{t+1}^{-\sigma}}{\exp(v_t) C_t^{-\sigma}} R_{t+1} \right] = 1$	(A.iv)
El equilibrio del mercado de trabajo	
$\zeta \exp(-v_t) C_t^\sigma N_t^\eta = (1 - \alpha)(1 - \tau) \frac{Y_t}{N_t}$	(A.v)
El equilibrio en el mercado de capitales (la tasa de interés)	
$R_t = \alpha(1 - \tau) \frac{Y_t}{K_{t-1}} + (1 - \delta)$	(A.vi)
La restricción presupuestaria del gobierno	
$D_t - R_t D_{t-1} = G_t + \bar{T}_t - \tau Y_t$	(A.vii)
La regla fiscal	
$G_t = (1 - \lambda_y) \tau \bar{Y}_t + \lambda_y \tau Y_t - \left[(1 - \lambda_r) (\bar{R} - \bar{\gamma}) \bar{D}_{t-1} + \lambda_r (R_t - \gamma_t) D_{t-1} \right]$	(A.viii)



Este sistema de 8 ecuaciones no lineales es el que corresponde a las ecuaciones en su forma log-lineal de la sección 3.6. La log-linearización se hace en el estado estacionario de las variables en su senda de crecimiento balanceado.

A.3 Estado estacionario

En el estado estacionario, bajo la ausencia de choques, las variables endógenas en su versión estacionaria son constantes: $\hat{X}_t = \bar{X}, N_t = \bar{N}$ y $R_t = \bar{R}$. El estado estacionario se define de reemplazar estas variables en el sistema de la sub-sección previa. Definimos además los ratios: $\theta_x = \bar{X} / \bar{Y}$, los cuales satisfacen:

$$\begin{aligned} 1 &= \theta_c + \theta_g + \theta_i, \\ \theta_i &= \theta_k (1 - (1 - \delta) / \gamma), \\ \theta_d &= \frac{\tau - \theta_g - \theta_r}{(\bar{R} - \gamma) / \gamma}, \\ \bar{R} &= \bar{\gamma} / \beta. \end{aligned}$$

A.4 El modelo con Capital Público

Es posible modificar el modelo para incluir inversión en capital público, el cual es usado en la producción de bienes finales. La nueva función de producción es:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} (K_t^G)^{\alpha_G},$$

la cual tiene retornos a escalas constantes en los insumos privados, y retornos a escala decrecientes en el capital público (K_t^G), esto es $0 < \alpha_G < 1$.

Definimos la inversión pública como:

$$I_t^G = K_t^G - (1 - \delta) K_{t-1}^G,$$

Definimos el gasto público como la suma de consumo público (gasto corriente) e inversión (gasto de capital):

$$G_t = C_t^G + I_t^G,$$



donde el consumo público se encuentra en la función de utilidad de los individuos:

$$u_t = \exp(v_t) \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \zeta \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \Gamma(C_t^G).$$

La regla fiscal sigue siendo sobre el gasto público total, pero éste se puede ajustar mediante el consumo o la inversión pública. Por ello se asume que una proporción λ_k del ajuste del gasto se hace con inversión y el resto $(1 - \lambda_k)$ se hace con el consumo público. Es decir:

$$\begin{aligned} C_t^G &= (1 - \lambda_k) G_t, \\ I_t^G &= \lambda_k G_t. \end{aligned}$$

Un modelo de este tipo podría utilizarse para evaluar el impacto de cambios en la composición del gasto del gobierno sobre la volatilidad del producto.

A.4.1 Modelo log-lineal con inversión pública

El nuevo modelo con inversión pública tiene las siguientes ecuaciones en forma log-lineal para las 11 variables endógenas $\{n_t, y_t, k_t, k_t^G, c_t, c_t^G, i_t, i_t^G, r_t, d_t, g_t\}_{t=0}^{\infty}$.

La función de producción es ahora:

$$y_t = (1 - \alpha) a_t + \alpha k_{t-1} + (1 - \alpha) n_t + \alpha_G k_{t-1}^G. \quad (\text{A.1})$$

El resto de ecuaciones son las mismas, salvo la inclusión de la demanda por inversión pública:

$$i_t^G = \frac{\theta_i^G}{\theta_k^G} [k_t^G - (1 - \delta) k_{t-1}^G] \quad (\text{A.2})$$

Y las relaciones de ajuste del consumo e inversión pública:

$$c_t^G = \frac{\theta_g}{\theta_c^G} (1 - \lambda_k) g_t \quad (\text{A.3})$$

$$k_t^G = \frac{\theta_g}{\theta_k^G} \lambda_k g_t \quad (\text{A.4})$$

Apéndice B: La dinámica del capital y la deuda

Reemplazamos la ecuación del equilibrio del mercado de trabajo (ecuación v) en la función de producción (ecuación i) y resolvemos para y_t :

$$y_t = \phi_k k_{t-1} + \phi_c c_t, \quad (\text{B.1})$$

donde $\phi_k = \frac{\alpha(1+\eta)}{\eta+\alpha}$ y $\phi_c = -\frac{\sigma(1-\alpha)}{\eta+\alpha}$

Reemplazamos la regla fiscal (ecuación $viii$), la demanda por inversión (ecuación ii) y (B.1) en la ecuación de la demanda agregada:

$$k_t = aa_1 c_t + aa_2 k_{t-1} + aa_3 d_{t-1} \quad (\text{B.2})$$

donde: $cc_1 = [\phi_c(1 - \lambda_y \tau - \lambda_r \frac{\psi}{\gamma} \theta_d) - \theta_c] / \theta_k$, $aa_2 = [\phi_k(1 - \lambda_y \tau) - (1 - \phi_k) \lambda_r \frac{\psi}{\gamma} \theta_d + \frac{1-\delta}{\gamma}] // \theta_k$,
 $aa_3 = \lambda_r \frac{\psi}{\gamma} \theta_d (\bar{R} - \bar{\gamma})$

Similarmente, reemplazamos la regla fiscal (ecuación $viii$), la tasa de interés (ecuación vi) y (B.1) en la restricción presupuestaria del gobierno:

$$d_t = bb_1 c_t + bb_2 k_{t-1} + bb_3 d_{t-1}, \quad (\text{B.3})$$

donde: $bb_1 = -\left(\left(1 - \lambda_y\right)\tau - \left(1 - \lambda_r\right)\frac{\psi}{\gamma}\right)\phi_c$, $bb_2 = -\left(\left(1 - \lambda_y\right)\frac{\tau\phi_k}{\theta_d} + \left(1 - \lambda_r\right)\frac{\theta_d}{\gamma}(\phi_k - 1)\right)$,
 $bb_3 = 1 + \left(1 - \lambda_r\right)\left(\frac{\bar{R}}{\gamma} - 1\right)$

Finalmente, reemplazamos la tasa de interés (ecuación vi) y (B.2) en la demanda por consumo (ecuación iv):

$$c_t = cc_1 E_t c_{t+1} + cc_2 k_t \quad (\text{B.4})$$

donde: $cc_1 = 1 - \frac{\psi}{\sigma} \phi_c$ y $cc_2 = (1 - \phi_k) \frac{\psi}{\sigma}$

Las ecuaciones (B.2)-(B.4) forman un sistema de tres ecuaciones en diferencias para $\{c_t, k_t, d_t\}$. La solución del sistema es función de las variables predeterminadas $\{k_{t-1}, d_{t-1}\}$. Si asumimos la solución del consumo de la forma:



$$c_t = \varphi_k k_{t-1} + \varphi_d d_{t-1} \quad (\text{B.5})$$

entonces el sistema se puede reducir a dos ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} k_t \\ d_t \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} k_{t-1} \\ d_{t-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

donde los elementos de la matriz F son:

$$\begin{aligned} F_{11} &= \varphi_k a a_1 + a a_2 & F_{12} &= \varphi_d a a_1 + a a_3 \\ F_{21} &= \varphi_k b b_1 + b b_2 & F_{22} &= \varphi_d b b_1 + b b_3 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Para resolver φ_k y φ_d reemplazamos las ecuaciones (B.2) y (B.3) en (B.5):

$$\varphi_k k_{t-1} + \varphi_d d_{t-1} = c c_1 \left[\varphi_k (F_{11} k_{t-1} + F_{12} d_{t-1}) + \varphi_d (F_{21} k_{t-1} + F_{22} d_{t-1}) \right] + c c_2 (F_{11} k_{t-1} + F_{12} d_{t-1}) \quad (\text{B.8})$$

Aplicamos el método de coeficientes indeterminados a (B.8), y los coeficientes φ_k y φ_d deben satisfacer:

$$\varphi_k = c c_1 [\varphi_k F_{11} + \varphi_d F_{21}] + c c_2 F_{11}$$

y

$$\varphi_d = c c_1 [\varphi_k F_{12} + \varphi_d F_{22}] + c c_2 F_{12}$$

que es un sistema de ecuaciones no-lineal en φ_k y φ_d . Se resuelve para φ_k y φ_d y se reemplaza en (B.7), con lo que se obtiene la matriz F en función de los parámetros profundos del modelo.



Estabilidad

El sistema es estable si las dos raíces características de la matriz F tienen modulo menor a la unidad. Siguiendo a Woodford (2003), demostramos que esto se cumple si se satisfacen las tres condiciones siguientes:

$$\begin{aligned}\det F &< 1 \\ \det F - trF &> -1 \\ \det F + trF &> -1\end{aligned}$$

donde $\det F$ y trF son el determinante y la traza de la matriz F , respectivamente.

Estas condiciones se evalúan en forma numérica para las distintas combinaciones de parámetros λ_y, λ_r y $\bar{\gamma}/\bar{R}$, tal como se muestra en la sección 4.