

BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ

Proyecciones desagregadas de inflación con modelos Sparse VAR robustos

Carlos Barrera*

* Banco Central de Reserva del Perú

DT. N° 2007-015 Serie de Documentos de Trabajo Working Paper series Setiembre 2007

Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden a los del autor y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

The views expressed in this paper are those of the author and do not reflect necessarily the position of the Central Reserve Bank of Peru.

PROYECCIONES DESAGREGADAS DE INFLACIÓN CON MODELOS SPARSE VAR ROBUSTOS

Carlos R. Barrera Chaupis^{*} Departamento de Modelos Macroeconómicos Banco Central de Reserva del Perú

(Versión Agosto 2007)

Resumen

En los bancos centrales se suele utilizar modelos no estructurales y semiestructurales para predecir diversas variables, especialmente la inflación, cuyo control es su principal objetivo. El Sistema de Predicción Desagregada (SPD) es un conjunto de modelos SparseVAR no estructurales usados para predecir la inflación IPC y el crecimiento del PBI en el corto plazo. A pesar de que estos modelos logran proyecciones de inflación precisión creciente debido a su parsimonia (Barrera(2005)), los estimadores de sus parámetros son sensibles a la presencia de observaciones fuera de patrón previamente establecido (outliers). El trabajo propone un procedimiento robusto multiecuacional para ellos y evalúa la ganancia en precisión para una muestra reciente que incluye una secuencia de outliers. Los resultados indican que las proyecciones de inflación IPC de la versión robusta de todos los modelos SparseVAR robustos logran mejorar la precisión para horizontes intermedios respecto a su versión no robusta. Sin embargo, el modelo cuyas proyecciones de inflación no subyacente IPC resultan menos sensibles ante la presencia de esta secuencia de outliers es la versión no robusta de aquél que considera la información del agregado de inflación IPC como la más relevante en todos los componentes, lo que se explicarían por una tendencia a fijar precios asignando temporalmente un mayor peso a la inflación IPC durante periodos típicamente inciertos.

Códigos JEL: C32, C51, C52, E37, E52.

Palabras clave: modelos de series temporales, construcción y estimación de modelos, evaluación y selección de modelos, proyección y simulación, política monetaria.

^{*} El autor agradece los comentarios obtenidos en el Seminario de Investigación Económica y en el XXIV Encuentro de Economistas del BCRP, en particular los de Paul Castillo, Alberto Humala, Zenón Quispe, Gabriel Rodríguez, Vicente Tuesta y Marco Vega, realizados sobre una primera versión. Todo error remanente es responsabilidad del autor, cuyo correo electrónico es carlos.barrera@bcrp.gob.pe.

INTRODUCCIÓN

Como se ha reseñado en trabajos anteriores (Barrera (2005, 2006a)), la característica principal de los modelos *Sparse*VAR es que incluyen un número de ecuaciones K>20 manteniendo una parsimonia, lo que les permite aproximar la dinámica conjunta de un número elevado de series temporales con un número reducido de parámetros diferentes de cero dispersos (*sparse*) en sus matrices de coeficientes y determinados mediante el uso de criterios de información (ver Barrera(2005)). Estos modelos forman parte del Sistema de Proyección Desagregada (SPD) utilizado en el Banco Central de Reserva para obtener proyecciones desagregadas de corto plazo para la variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC), del Índice de Precios al Por Mayor (IPM) y del Índice del Producto Bruto Interno (PBI) sectorial.

Los modelos *Sparse*VAR habían logrado una tendencia siempre creciente en la precisión de sus proyecciones desagregadas de la inflación IPC de Lima Metropolitana hasta fines del 2005. Sin embargo, como se apreciará, aunque los niveles de precisión habían mejorado sobremanera hasta alrededor de octubre del 2005, éstos se deterioraron abruptamente, alcanzando un máximo hacia mayo del 2006. Una explicación para este deterioro es que durante este periodo se produjo una secuencia de datos fuera del patrón previamente establecido, es decir, datos atípicos (*outliers*) que se reflejarán en errores fuera de cierto intervalo de errores considerado normal¹. Este diagnóstico acepta que, a pesar de que la parsimonia de los modelos *Sparse*VAR eleva su capacidad para generar proyecciones relativamente precisas en ausencia de datos atípicos, sus parámetros son estimados mediante *mínimos cuadrados generalizados factibles* (FGLS), cuya sensibilidad a la presencia de datos atípicos es conocida (Chaffai(1989)). Como las proyecciones son funciones de estos estimados, éstas también adolecerán de la misma sensibilidad.

Esta sensibilidad es la principal motivación para generar proyecciones desagregadas de la inflación IPC usando **procedimientos robustos**, con estimados menos sensibles ante la eventual presencia de un porcentaje relativamente pequeño de datos atípicos. El objetivo específico del presente estudio es entonces determinar aquellos modelos con menor sensibilidad en su desempeño predictivo *ex post* para la inflación IPC y sus componentes en una muestra que incluye los datos especificados tentativamente como atípicos hacia el final (setiembre 2005 – mayo 2006). El conjunto de especificaciones a considerar corresponde a las versiones robustas y no robustas de las incluidas en el *Sistema de Proyección Desagregada* (SPD): especificaciones con *dummies* estacionales o sin ellas, así como especificaciones que fijan el agregado como el mejor componente asociado o lo seleccionan del conjunto de componentes (ver Barrera(2005)).

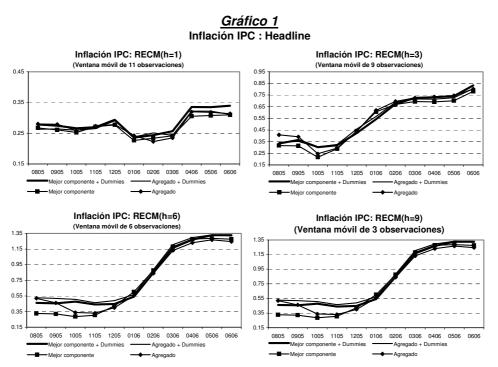
Sensibilidad de la precisión: Diagnósticos

Para ilustrar esta sensibilidad temporal de la precisión de las proyecciones de inflación IPC ante la presencia de una secuencia de datos atípicos hacia el final de la muestra, el Gráfico 1 muestra la inversa de una medida de precisión (la raíz de error cuadrático medio o RECM) de cuatro tipos de modelos *Sparse*VAR utilizados para proyectar la inflación IPC, específicamente para los horizontes $h \in \{1,3,6,9\}$ meses². Las muestras de

¹ En una muestra con un porcentaje importante de *outliers*, el patrón puede no ser establecido claramente.

² El cálculo de la RECM considera el mismo número de errores de predicción ejecutados (observaciones) respecto a la variación 12 meses del IPC mensual, lo que favorece la comparación a medida que aparece la secuencia de datos atípicos mencionada. Un cálculo alternativo es estimar la RECM como un parámetro

estimación utilizadas para elaborar las proyecciones consideran datos desde inicios de 1995 hasta fines del 2006, por lo que incluyen los datos atípicos mencionados.



Durante este periodo, la secuencia de datos atípicos en el IPC redujo abruptamente la precisión de las proyecciones, para luego elevarse nuevamente, aunque más lentamente, a medida que se ingresan nuevas observaciones que sí pertenecen al patrón. Nótese también que los niveles de precisión habían estado mejorando sobremanera hasta alrededor de octubre del 2005³.

Sin embargo, existen dos diagnósticos paralelos que explican este abrupto deterioro de la precisión, que se refleja en un aumento temporal en la RECM. El primer diagnóstico es honesto al aceptar que se mantienen problemas de especificación importantes en el modelo, los cuales dificultan capturar correctamente el patrón que los datos atípicos pueden estar señalando, como por ejemplo la omisión de un índice de confianza del empresariado o de variables asociadas a las anomalías climáticas, según el caso. La propia literatura sobre modelos VAR suele aceptar problemas como la omisión de variables importantes (conjuntos de información todavía limitados), factores idiosincrásicos o temporales no observables usualmente presentes en bases de datos desagregadas, así como en componentes no lineales importantes (evidentemente omitidos en modelos lineales). Asimismo, en el caso de modelos dinámicos, las variables presentes pueden estar sujetas a choques temporales potencialmente asociados a estos problemas y que pueden presentarse en diferentes tramos de la muestra histórica.

El segundo diagnóstico paralelo considera la posibilidad de que los propios datos estadísticos sean medidos directamente mediante encuestas que adolecen de una cobertura limitada por falta de recursos o de un diseño estadístico tal que induce una

poblacional, con el problema que, para todo fin práctico, éste es variable en el tiempo. Además, cualquier intento para estimarlo requiere simulaciones con un elevado costo para los objetivos del presente estudio.

³ Otro ejemplo similar del problema de enfrentar una secuencia de datos atípicos al final de la muestra y en términos de una reducción en la precisión es la secuencia de datos durante el fenómeno del "El Niño" en los primeros 9 meses de 1998. En este caso, los niveles de precisión también habían estado mejorando hasta que esta secuencia de datos atípicos afectó las proyecciones basadas sobre muestras con cotas superiores coincidentes con dichos meses. Es importante señalar que una combinación de modelos VAR bi-variados estimados con datos hasta diciembre 1997 logró predecir el cierre de 1998 (*ex post*).

sensibilidad inherente. Asimismo, también considera la posibilidad de que los datos se obtengan como una combinación de datos directamente medidos y de datos medidos indirectamente, como suele ser el caso del PBI, donde las medidas indirectas suelen adolecer de coeficientes con elevada incertidumbre.

Tanto la omisión de variables importante como el problema de construcción de estadísticas pueden reflejarse en eventos fuera de algún patrón, y por ende, en errores o choques fuera de cierto intervalo. El número de observaciones fuera del patrón previamente establecido puede ser importante en la muestra, lo que se reflejará en un número de errores fuera de cierto intervalo que resulta mayor al número que se obtendría de multiplicar la probabilidad que una distribución normal estándar asigna a errores estandarizados extremos (distribución con colas delgadas) por el tamaño de la muestra. Por esta razón, los coeficientes obtenidos con el estimador de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), con el de FGLS o con el de máxima verosimilitud bajo el supuesto de innovaciones pertenecientes a una distribución Normal (MV), serán extremadamente sensibles a estos eventos fuera del patrón, es decir, estos estimadores serán poco robustos ante la presencia de datos atípicos. La solución es usar estimados iniciales (relacionados con MCO, FGLS o MV) para detectar estos datos aparentemente atípicos y reducir su influencia adversa sobre los estimados finales o cualquier función de estos últimos mediante el uso de procedimientos robustos⁴.

En la primera sección se presenta una revisión necesaria de los estimadores robustos para modelos estáticos uni-ecuacionales y multi-ecuacionales. Esta revisión es el punto de partida para el diseño de procedimientos robustos en la estimación de modelos *Sparse*VAR, previéndose incluir otros estimadores robustos para estos modelos dinámicos cuando resulten útiles y baratos en términos del costo computacional. En la segunda sección se introducen las modificaciones básicas necesarias para aplicar algunos procedimientos robustos descritos en la primera parte para el caso de los modelos *Sparse*VAR. En la tercera sección se realiza una comparación de la sensibilidad de la precisión *ex post* así como de la propia precisión *ex post* para las proyecciones generadas con los cuatro modelos *Sparse*VAR del SPD aplicados a la predicción desagregada de la inflación IPC. Finalmente, se brinda un balance de las perspectivas a partir de estos resultados.

1. ESTIMADORES ROBUSTOS EN MODELOS ESTÁTICOS

1.1. UNI-ECUACIONALES

Los estimadores robustos aplicados a modelos uni-ecuacionales partieron de los estimadores robustos para la *media* (parámetro de posición) y la *desviación estándar* (parámetro de escala), originalmente propuestos para observaciones independientes e idénticamente distribuidas $x_i - F$, donde *F* es una clase de distribución simétrica cualquiera. Así, una de las definiciones originales de robustez corresponde a la ventaja de un estimador en desempeñarse mejor que la *media muestral* bajo muestras

⁴ Los resultados del presente trabajo enfatizan el uso de estimadores robustos para los modelos de predicción desagregada de la inflación IPC. Sin embargo, recientemente se ha determinado que transformaciones particulares de las observaciones mensuales originales pueden ser particularmente útiles para el caso del crecimiento del Producto Bruto Interno (PBI), así como para el de la inflación del Índice de Precios al por Mayor (IPM). Estas transformaciones de los datos originales pueden diluir choques idiosincrásicos que se reflejen en datos atípicos y permiten capturar mejor los patrones existentes. Debe señalarse que la transformación de los datos es la primera etapa en la metodología progresiva de la Escuela Inglesa de Econometría. Ver Hendry(1995).

provenientes de una clase de distribuciones simétricas F con una masa en las colas mayor que en las de una distribución normal estándar, es decir, con una mayor probabilidad asignada a las observaciones extremas (observaciones influyentes por situarse en las colas de la distribución).

Un ejemplo típico de estimador robusto en el contexto del parámetro de posición es la *mediana*, la cual presenta varianzas asintóticas menores que las de la media muestral cuando las observaciones provienen de distribuciones Laplace o Cauchy⁵. Esta menor dispersión (mayor eficiencia) para distribuciones con colas anchas es una característica inherente a los estimadores robustos, ya que por construcción resultan menos sensibles ante la presencia de observaciones extremas.

De este modo, los estimadores robustos proveen de un seguro contra un porcentaje máximo de datos extremos (que no provendrían de la distribución normal estándar, con muy baja probabilidad) y a la vez se mantiene cerca del verdadero valor de la media poblacional cuando los datos provienen de una distribución normal estándar. Un ejemplo común en la literatura es tomado de Huber (1981) en el contexto del parámetro de escala: si los datos provienen de $N(\mu, \sigma^2)$, $d_n = \sum_{i=1}^T |x_i - \overline{x}|/n$ es un estimador de la dispersión que es casi 89 por ciento tan eficiente como el estimador $s_n = \sqrt{\sum_{i=1}^T ((x_i - \overline{x})^2)/n}$; pero si sólo 0.2 por ciento de los datos provienen de $F = N(\mu, 9\sigma^2)$, entonces el estimador d_n es más eficiente.

Otra referencia importante es Hampel (1974), quien afirma que los estimadores robustos brindan "un resguardo contra errores inesperadamente grandes, limitando la influencia de contaminaciones escondidas y observaciones dudosas o problemáticas, separando los datos atípicos evidentes para un tratamiento separado (si se desea) y sin embargo manteniéndose cerca de la optimalidad para el modelo paramétrico en consideración".

Además de la mediana, la *media* α *-acotada*, que excluye las observaciones extremas en un porcentaje α del total de observaciones, constituye toda una familia de estimadores robustos en el contexto del parámetro de posición. Sin embargo, la media α -acotada y la mediana son sólo dos (2) de un conjunto muy amplio de estimadores robustos. Por ejemplo, Amemiya(1985) menciona un estudio Monte Carlo ampliamente citado que compara un total de sesenta y ocho (68) estimadores robustos (Andrews *et al.* (1974)).

Huber(1981) propone una taxonomía para este conjunto tan amplio de estimadores robustos en el contexto del parámetro de posición, clasificándolos en 3 familias: los estimadores del tipo M (seudo máxima verosimilitud), los del tipo L (combinaciones lineales) y los del tipo R (obtenidos de *rankings*). Posteriormente aparecieron las familias de estimadores del tipo W (usando funciones ponderadas) así como las versiones generalizadas de todas estas familias (ver Chaffai(1989)). Aquí resultará útil reseñar únicamente sólo los dos primeros grupos de estimadores robustos, para los fines del presente estudio.

⁵ Siguiendo a Amemiya (1985), la definición *original* de robustez requiere hacer referencia a la clase específica de distribuciones *simétricas* bajo consideración, lo que debe tomarse en cuenta cuando reseñemos los dos primeros grupos de estimadores robustos según Huber(1981).

Grupo M

Consideremos una muestra $y_1, y_2, y_3, ..., y_T$ de observaciones independientes e idénticamente distribuidas como F y con función de densidad f. Todo estimador en el grupo M se define como el escalar $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = \underset{b}{\arg\min} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \rho\left(\frac{y_t - b}{s}\right) \right\}$$

donde *b* y *s* son los parámetros de posición y escala (asociados a la media y variancia usuales), respectivamente. Si ρ es una función seleccionada tal que es doblemente diferenciable, su segunda derivada es continua por tramos y cumple con la condición $E\left\{\rho'\left(\frac{y_{r}-\mu}{s_{0}}\right)\right\}=0^{6}$, es posible usar una versión apropiada del teorema de la distribución

asintótica de una función no lineal (donde ρ no dependa de T) para probar que el estimador b es asintóticamente normal con media μ y varianza asintótica

Asym var(b) =
$$\frac{1}{T} s_0^2 \frac{E\left\{\left[\rho'((y_t - \mu)/s_0)\right]^2\right\}}{\left[E\left\{\rho''((y_t - \mu)/s_0)\right\}\right]^2}$$

Usando el enfoque de decisión minimax, Huber(1981) eligió aquella función ρ que brindaba el mejor seguro contra la distribución menos favorable definida como cualquier miembro de la familia de distribuciones

$$F(z,\varepsilon) = (1-\varepsilon)\Phi(z) + \varepsilon H(z)$$
 $z \equiv (y-\mu)/s$

donde $\varepsilon \in [0,1]$ es una constante que puede interpretarse como la probabilidad de que los datos sean generados de manera atípica, es decir, que no provengan de la distribución normal estándar $\Phi(.)$, sino más bien de $H(.) \in \Theta$, donde H es cualquier miembro de la familia de distribuciones simétricas Θ . Esta probabilidad ε puede interpretarse como el porcentaje de cobertura de un "seguro contra datos atípicos". La solución resultante fue

$$\rho(z) = \begin{cases} (1/2)z^2 & |z| < c \\ c|z| - (1/2)c^2 & |z| \ge c \end{cases}$$

donde c es una función de ε y puede usarse cualquier estimador robusto para el parámetro escala⁷.

Posteriormente, Andrews(1974) propuso la función

$$\rho(z) = \begin{array}{c} -(1 + \cos(z)) & |z| \le \pi \\ 0 & |z| > \pi \end{array}$$

y nuevamente puede usarse cualquier estimador robusto para el parámetro escala⁸.

⁶ *s* es un estimado del parámetro de escala σ , mientras que $s_0 \equiv p \lim\{s\}$. Huber también propuso la alternativa de obtener *b* y *s* simultáneamente usando las condiciones de momentos muestrales asociadas a esta condición de momentos poblacional y a la correspondiente a la esperanza poblacional en el numerador del ratio en la fórmula de la varianza asintótica de *b* (calculada utilizando una función normal estándar).

['] Nótese que cuando $\rho(.) = -\log(f(.))$ y se utiliza la propuesta alternativa de Huber (ver nota anterior), se obtiene el estimador de máxima verosimilitud del parámetro de posición y escala. Por esta razón los estimadores robustos del grupo M también son conocidos como "tipo máxima verosimilitud". Asimismo, cuando $\rho(z) = z^2$, la fórmula de la varianza asintótica resulta ser la conocida varianza de la media muestral.

Usando cualquiera de estas funciones, la generalización del estimador robusto M para un modelo de regresión lineal $y_t = x_t'b + \varepsilon_t$ consiste simplemente en sustituir el parámetro escalar de posición *b* por la función lineal de posición $x_t'b$ y definirlo como el vector $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = \underset{b}{\arg\min} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \rho \left(\frac{y_t - x_t' b}{s} \right) \right\}$$

donde el parámetro escala en la función ρ puede ser un estimador robusto del parámetro de escala σ como por ejemplo la versión truncada

$$s = 2.1 * mediana\left\{ \left| y_{(j)} - x_t' \tilde{\beta} \right| : j \ge T - K \right\}$$

que elimina las menores K desviaciones debido a los K grados de libertad perdidos por la estimación de $x_t' \overline{\beta}$, donde $\overline{\beta} = \underset{b}{\arg\min} \left\{ \sum_{t=1}^T |y_t - x_t' b| \right\}$.

Grupo L

Todo estimador b en el grupo L se define como cualquier combinación lineal de los estadísticos de orden para la muestra $y_1, y_2, y_3, ..., y_T$, definidos como

$$y_{(1)} \le y_{(2)} \le y_{(3)} \le \dots \le y_{(T)}$$

Así como todos los demás cuantiles muestrales, el cuantil 50 por ciento, o mediana, pertenece a este grupo ya que se define como

$$mediana(y_{t}) = \begin{cases} y_{([T+1]/2)} & T_impar \\ convex(y_{(T/2)}, y_{([T/2]+1)}) & T_par \end{cases}$$

donde convex(a,b) es cualquier combinación convexa entre los puntos a y b. Asimismo, la media α -acotada también es una combinación convexa de los estadísticos de orden pues asigna ponderaciones no-nulas a un porcentaje $1-\alpha$ de los mismos.

Antes de realizar la simple generalización del estimador robusto L para un modelo de regresión lineal resulta conveniente notar que el cuantil muestral de 100θ por ciento, $0 < \theta < 1$, pertenece al grupo L pues

$$q(\theta) = \begin{cases} y_{(\hat{k})} & T\theta \notin N \quad \hat{k} = \min\left\{k \in N : k > T\theta\right\}\\ convex(y_{(T\theta)}, y_{(T\theta+1)}) & T\theta \in N \end{cases}$$

donde el caso particular q(0.5) corresponde a la mediana. Una definición alternativa de $q(\theta)$ es

$$q(\theta) = \arg\min_{b} \left\{ \sum_{y_t \ge b} \theta \left| y_t - b \right| + \sum_{y_t < b} (1 - \theta) \left| y_t - b \right| \right\}$$

es decir, aquel valor que divide la muestra en dos grupos con masas de probabilidad $\{\theta, 1-\theta\}$. La generalización del estimador robusto L para un modelo de regresión lineal resulta nuevamente de sustituir el escalar b por el escalar $x_t'b$ y definirlo como el vector $\hat{\beta}(\theta)$

⁸ Dos estimadores robustos del parámetro de escala σ comúnmente usados en los estudios originales son $s \equiv 2.1 * mediana\{|y_t - mediana\{y_t\}|\}$ o una versión truncada que elimina la menor desviación debido a un grado de libertad perdido por la estimación de la mediana{y_t}.

$$\hat{\beta}(\theta) = \arg\min_{b} \left\{ \sum_{y_t \ge x_t'b} \theta \left| y_t - x_t'b \right| + \sum_{y_t < x_t'b} (1-\theta) \left| y_t - x_t'b \right| \right\}$$

Es importante notar que cualquier estimador que sea una combinación convexa de un conjunto finito de cuantiles también pertenece a este grupo (por ejemplo, el mismo $\hat{\beta}(\theta)$). Por esta razón, el miembro general de este grupo también es denominado "estimador de cuantiles". El estimador de cuantiles es de gran utilidad para capturar particularidades específicas de la distribución de los errores, aunque su costo en ciertos contextos puede ser alto en términos de tiempo de computadora.

Antes de presentar los estimadores robustos análogos para sistemas de ecuaciones, debemos definir resumidamente dos conceptos que han resultados determinantes en los estudios teóricos y aplicados sobre estimadores robustos:

- a. **Punto de quiebre** (Hampel(1971)): es aquella fracción aproximada de *datos atípicos* presentes en la muestra que pueden ser tolerados sin que el estimador se pueda "quebrar", es decir, se aleje demasiado del verdadero valor.
- b. **Función de influencia** (Hampel(1974)): es aquella función que cuantifica el efecto sobre los estimados de la contaminación en cada observación.

Hasta el momento sólo se ha mencionado algunos de los estimadores robustos para el parámetro de escala, específicamente aquellos que pueden obtenerse a partir de un estimado inicial del parámetro de posición, como puede ser la mediana. Sin embargo, este procedimiento robusto en dos etapas resulta apropiado sólo en el caso de los estimadores robustos de posición del grupo L, pues estos estimadores son independientes del estimador de escala. Ello no sucede para el caso de los estimadores robustos de grupo M⁹.

1.2. MULTI-ECUACIONALES

Grupo M

La extensión de los estimadores robustos mencionados para el caso de un sistema de ecuaciones es directa, requiriendo únicamente de modificaciones evidentes. La forma reducida de un modelo estático puede escribirse como

$$y_t = \mathbf{B}' x_t + \varepsilon_t$$

para $t \in \Delta_1 = \{1, 2, ..., T\}$, donde $y_t \in R^K$, $x_t \in R^Q$ y $B \in R^{QxK}$. De manera similar al grupo M de estimadores para una regresión lineal, ahora partimos de una distribución simétrica cualquiera para el vector de errores $\varepsilon_t(B) = y_t - B'x_t$ [Kx1] de un sistema de ecuaciones.

El estimador robusto requiere generalizar el supuesto usual de normalidad de los errores para el caso de que su matriz de segundos momentos pueda no existir. Se asume que $\varepsilon_t(B)$ se distribuye independiente e idénticamente con centro cero y "matriz de .dispersión" Σ . Esto significa que la densidad de $\varepsilon_t(B)$ tiene la forma

⁹ Los resultados preliminares demostraron que este "natural" procedimiento robusto no es lo más adecuado en el caso de los estimadores M, para los cuales se requiere utilizar procedimientos robustos donde todos los parámetros de posición y de escala sean obtenidos simultáneamente. La descripción de estos procedimientos se realiza más adelante.

$$f_{\varepsilon_t}(u(\mathbf{B}), \Sigma) = \frac{g(u'(\mathbf{B})\Sigma^{-1}u(\mathbf{B}))}{\left(\det(\Sigma)\right)^{1/2}}$$

donde Σ es definida positiva (y denominada también *scatter matrix*) y g es una función positiva tal que permite que $f_{\varepsilon_t}(u(B))$ cumpla con los axiomas de probabilidad. Si el segundo momento de $\varepsilon_t(B)$ existe, entonces Σ será proporcional a la matriz de covarianzas de $\varepsilon_t(B)$. Los estimadores del grupo M para un sistema de ecuaciones pueden definirse como

$$(\hat{\beta}, \hat{\theta}) = \operatorname*{arg\,min}_{(\beta,\theta)} \left\{ -\sum_{t \in \Delta_1} f_{\varepsilon_t}(u(\mathbf{B}), \Sigma) \right\}$$

donde $\beta \equiv vec(B)$ y $\theta \equiv vech(\Sigma)$; vec(.) y vech(.) son los operadores matriciales que apilan las columnas de una matriz general, o las sub-columnas (con primer elemento en la diagonal) de una matriz simétrica, en un vector columna, respectivamente (nótese la redefinición sobre θ respecto a la notación usada en el grupo L arriba).

Sin embargo, la estimación simultánea de los estimadores M (posición y escala) resulta extremadamente costosa no sólo en términos del costo del tiempo de procesamiento, sino principalmente porque a medida que las dimensiones del sistema (K,Q) aumentan, se ha encontrado menores ventajas en robustez. La solución de que cada ecuación se estime por separado es la adecuada en este contexto, aunque la alternativa de usar estimadores generalizados M o GM *estimators* resulta más costosa en tiempo de procesamiento¹⁰.

Grupo L

La generalización del grupo de estimadores L al caso de un sistema de ecuaciones no es tan directa. Para ello se requiere una muestra de escalares a partir de la cual se obtengan los estadísticos de orden y nuestros objetos ahora son vectores. Para ello aplicamos una medida de distancia normalizada a cada vector de errores $\varepsilon_{i}(B)$ disponible,

$$d_t^2 \equiv \varepsilon_t'(\mathbf{B}) \Sigma^{-1} \varepsilon_t(\mathbf{B})$$

y las $\{d_t\}$ son las denominadas "distancias de Mahalanobis" asociadas a los vectores de errores $\{e_t\}$, es decir, escalares que permiten comparar el grado de similitud entre estas

¹⁰ Para el caso de modelos de series temporales en general, los estimadores M brindan robustez contra *outliers* innovacionales pero no contra *outliers* aditivos, salvo que utilicen la distribución de *Student*. Ver Franses, H. Kloek, T. & Lucas, A. (1999), quienes citan el énfasis de Martín (1979, 1981) a favor de los estimadores GM (*generalized*-M). La idea de los estimadores GM es similar a la de los estimadores M en el sentido de que ambos grupos aplican el principio de pseudo-máxima verosimilitud. Los estimadores GM en la literatura reciente también utilizan distribuciones del tipo $f_{c_i}(u(B))$, como por ejemplo la distribución t de

Student con $v \in N_{++}$ grados de libertad. La generalización consiste en aplicar la idea detrás de la función de influencia de Hampel *et al* (1986). a la función de verosimilitud, la que entonces contiene una sumatoria ponderada en los términos que dependen de los datos y de los parámetros desconocidos. El objetivo de estos ponderadores es asignar un menor peso a las observaciones que tengan valores de $\varepsilon_t(B)$ de

inusual magnitud y/o regresores x_t con valores inusuales. Los ponderadores se obtienen separadamente mediante una secuencia de iteraciones porque son funciones de una forma cuadrática en la posición y la escala multivariada del vector de regresores estacionarios x_t . Las iteraciones son necesarias porque la

posición y la escala vectoriales son actualizados como promedios ponderados de x_t con los ponderadores de la iteración anterior, partiendo de estimadores iniciales de la posición y la escala.

variables aleatorias multidimensionales. Entonces, cualquier combinación lineal de los estadísticos de orden para la muestra de distancias de Mahalanobis, definidos como

$$d_{(1:T)}^2 \le d_{(2:T)}^2 \le d_{(3:T)}^2 \le \dots \le d_{(T:T)}^2$$

pertenece a este grupo de estimadores L para un sistema de ecuaciones como el ya definido al inicio de esta sub-sección. Nótese que esta es una expresión equivalente para los estadísticos de orden.

En el presente trabajo usaremos el estimador media α -acotada de estas distancias, que es una combinación convexa de estas distancias al asignar ponderaciones no-nulas a un porcentaje $1-\alpha$ de las mismas (y por lo dicho anteriormente, también es un estimador de cuantiles). Específicamente usaremos el estimador propuesto por Joossens & Croux (2005) para modelos VAR, que denominan "estimador de mínimos cuadrados acotados multivariados" o *Multivariate Least Trimmed Squares* (MLTS), que fuera introducido como estimador de sistemas de ecuaciones por Agulló, Croux & Van Aelst (2002).

El estimador MLTS se define como el argumento que minimiza una suma acotada de distancias Mahalanobis cuadradas (alternativamente, una media acotada de las mismas). Específicamente, minimiza la suma de las h menores distancias de Mahalanobis

$$(\hat{\beta}, \hat{\theta}) = \arg\min_{\{(\beta,\theta):|\Sigma|=1\}} \left\{ \sum_{s=1}^{h} d^2_{(s:T)}(\mathbf{B}, \Sigma) \right\}$$

Joossens & Croux (2005) argumentan que es un consenso en la literatura que los estimadores M tienen un problema con dimensiones K elevadas. Asimismo sostienen que el estimador MLTS es bastante robusto en el contexto de modelos VAR(K,L). Sin embargo, los primeros autores definen $x_t \equiv [1, y'_{t-1}, y'_{t-2}, ..., y'_{t-L}]'$, $x_t \in R^Q$ donde $Q \equiv LK + 1$, y ahora $t \notin \Delta_1$ sino $t \in \Delta_{L+1} \equiv \{L+1, L+2, ..., T\}$, por lo que las formulas anteriores se modifican ligeramente.

Agulló, Croux & Van Aelst (2002) demostraron que el estimador MLTS puede obtenerse utilizando el algorítmo rápido basado en el estimador del Mínimo Determinante de Covarianza (MCD), que es un estimador robusto de la escala multivariada que se aplicará al vector de errores del sistema. Joossens & Croux (2005) definen este algoritmo como una búsqueda estocástica de las h observaciones que minimizan el determinante de la matriz de covarianzas de los residuos correspondientes a dichas observaciones, donde los residuos se obtienen con el estimador de MCO, típicamente usado para los parámetros de un sistema de ecuaciones como el VAR.

Formalmente, definamos $Z \equiv \{(x_t, y_t) : t \in \Delta_{L+1}\} \subset R^{K+Q}$ como el conjunto de datos y $\Lambda(h) \equiv \{H \subset \Delta_{L+1} : \#H = h\}$ como la familia de todos los subconjuntos de Δ_{L+1} con el mismo número de elementos h. Para cada subconjunto $H \in \Lambda(h)$, podemos definir $\hat{B}_{MCO}(H)$ como el estimador MCO obtenido con las h observaciones del subconjunto H,

$$\hat{\mathbf{B}}_{MCO}(H) \equiv \left[X'(H)X(H) \right]^{-1} X'(H)Y(H)$$

donde las matrices X(H) e Y(H) son las sub-matrices de X e Y que resultan de seleccionar las observaciones (filas) según el índice H, respectivamente. Definiendo $\varepsilon \Big[\hat{B}_{MCO}(H) \Big] \equiv Y(H) - \hat{B}'_{MCO}(H)X(H)$, el estimador correspondiente de la matriz *scatter* obtenido de este subconjunto de observaciones es

$$\hat{\Sigma}_{MCO}(H) \equiv \frac{1}{h - K} \varepsilon \left[\hat{B}_{MCO}(H) \right]' \varepsilon \left[\hat{B}_{MCO}(H) \right]$$

de donde el problema es hallar el índice H de observaciones que minimiza el determinante de este estimador,

$$\hat{H} \equiv \underset{H \in \Lambda(h)}{\operatorname{arg min}} \left| \hat{\Sigma}_{MCO}(H) \right|$$

por lo tanto, según la demostración de equivalencia dada en Agulló, Croux & Van Aelst (2002), el estimador MLTS para un modelo VAR (sistema en forma reducida) puede definirse como:

$$\hat{\beta}_{MLTS}(Z) \equiv vec(\hat{B}_{MCO}(\hat{H}))$$
$$\hat{\theta}_{MLTS}(Z) \equiv vech(\hat{\Sigma}_{MCO}(\hat{H}))$$

Joossens & Croux (2005) argumentan que la eficiencia del estimador MLTS es bastante baja, por lo que recomienda usar una versión "re-ponderada" para mejorar su desempeño en muestras pequeñas, que es análoga a la generalización de los estimadores M sobre la base del concepto de la *función de influencia* de Hampel *et al* (1986), esta vez aplicada sobre las distancias cuadradas de Mahalanobis. Para obtener este estimador "reponderado" MLTS (ó estimador RMLTS) definimos

$$J \equiv \left\{ j : d_j^2(\hat{\mathbf{B}}_{MLTS}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{MLTS}) \le q_\delta \right\}$$

donde $q_{\delta} \equiv \chi^2_{Q,1-\delta}$ es el cuantil superior δ -por ciento de una distribución χ^2_Q . δ es simplemente la fracción de acotación de la etapa de reponderación. Entonces el estimador RMLTS se define como

$$\hat{\beta}_{RMLTS}^{MCO}(Z) \equiv vec(\hat{B}_{MCO}(J))$$
$$\hat{\theta}_{RMLTS}^{MCO}(Z) \equiv vech(c_{\delta}\hat{\Sigma}_{MCO}(J))$$

donde c_{δ} es un factor de consistencia que permite una estimación consistente de Σ en la distribución simétrica general para los errores, mencionada arriba, que será especificado más adelante en las aplicaciones.

La "reponderación" simplemente considera que la presencia de algunos datos atípicos puede persistir luego de la primera etapa que obtiene el estimador MLTS. Si esto sucede, estos datos atípicos persistentes serán detectados por sus elevados errores cuadráticos normalizados de Malahanobis, y por ende, las observaciones asociadas serán excluidas bajo la definición de las que deben permanecer en J y en el cómputo del estimador RMLTS.

2. ESTIMACIÓN DE MODELOS SPARSE VAR ROBUSTOS

La construcción de los modelos *Sparse*VAR como los descritos en Barrera (2005, 2006a) requiere básicamente de dos etapas. La primera etapa consiste en la especificación de restricciones de exclusión y la segunda etapa, en la estimación del sistema sobre la base de estas restricciones.

La primera etapa consiste en una búsqueda heurística de los rezagos de las variables en forma uni-ecuacional que minimice una versión del criterio de información de Akaike (AIC) modificado para muestras pequeñas. En el contexto de estimaciones robustas a la presencia de datos atípicos, se utilizó el estimador M de Andrews(1974) así como el estimador MCD para la escala univariada de los errores estimados.

Asimismo, usar el criterio de AIC no es exacto en este contexto ya que no se parte de distribuciones normales; sin embargo, usar el estimador del parámetro escala en vez de la varianza estimada en la función penalizada de Akaike es una práctica común en el contexto de los estimadores M como el de Andrews. Por otra parte, la ligera modificación de usar el estimador MCD para la escala univariada de los errores estimados a partir de este estimador M es muy similar a la propuesta de Preminger & Sakata(2001) de usar el criterio de información PSC ("criterio de escala S penalizada" en el contexto de la familia de estimadores S¹¹.

Obteniendo las restricciones de exclusión, la segunda etapa consiste en calcular el estimador RMLTS ya descrito para el caso de una estimación FGLS, que posibilita el uso de dichas restricciones. Lutkepohl(1993) utiliza la siguiente representación de las restricciones en un sistema multivariado

$$\beta \equiv vec(B) = R\gamma + r$$

donde γ es un vector [Mx1] de M parámetros diferentes de cero, R es una matriz [K(KL+1)xM] conocida de restricciones y r es un vector [K(KL+1)xM] de coeficientes conocidos (ceros en nuestro caso). Si conocemos la matriz de covarianzas de los errores del sistema, Σ_{μ} , el estimador GLS se define como

$$\hat{\gamma} \equiv \arg\min_{\beta} \left\{ u'(\beta) \left(I_T \otimes \Sigma_u^{-1} \right) u(\beta) \right\}$$

es decir,

$$\hat{\gamma}_{GLS} = \left[R' \left(XX' \otimes \Sigma_u^{-1} \right) R \right]^{-1} R' \left(XX' \otimes \Sigma_u^{-1} \right) y \qquad y \equiv vec(Y)$$

Sin embargo, la matriz de covarianzas es desconocida. Si utilizamos un procedimiento iterativo que parte de una matriz idéntica, se usa la fórmula anterior para hallar los errores estimados y luego se utiliza un estimador consistente de la matriz de covarianzas de los mismos, $\hat{\Sigma}_{\mu}$, el estimador FGLS resulta

$$\hat{\hat{\gamma}}_{EGLS} = \left[R' \left(XX' \otimes \hat{\Sigma}_{u}^{-1} \right) R \right]^{-1} R' \left(XX' \otimes \hat{\Sigma}_{u}^{-1} \right) y$$

entonces el estimador propuesto, que aquí denominaremos naturalmente RMLTS-FGLS, puede definirse como

$$\hat{\gamma}_{RMLTS}^{EGLS}(Z) \equiv vec\left(R\hat{\hat{\gamma}}_{EGLS}(J)\right)$$
$$\hat{\theta}_{RMLTS}^{EGLS}(Z) \equiv vech\left(c_{\delta}\hat{\Sigma}_{EGLS}(J)\right)$$

donde, como podrá ser evidente,

$$\hat{\hat{\gamma}}_{EGLS}(H) = \left[R' \left(X(H) X'(H) \otimes \hat{\Sigma}_{u}^{-1}(H) \right) R \right]^{-1} R' \left(X(H) X'(H) \otimes \hat{\Sigma}_{u}^{-1}(H) \right) y(H)$$

Finalmente, como todo estimador RMLTS, se requiere definir el valor de α , es decir, el porcentaje de datos atípicos contra los cuales el estimador RMLTS tiene resistencia sin que se "quiebre". Una primera estrategia para determinarlo es usar el número mínimo de

¹¹ La familia de estimadores S minimiza la escala S muestral de los errores estimados de manera análoga a la minimización del error cuadrático medio contemporáneo (ECM(h=1)) de los errores estimados mediante el estimador MCO. La propuesta de Preminger & Sakata(2001) es sustituir la raíz del ECM(1) en la función penalizada de Akaike por el estimado de la escala S. Para completar la explicación, debemos mencionar que los estimadores que utilizan la función de influencia de Hampel pertenecen a esta familia y que el estimador M de Andrews es equivalente a una primera iteración de un estimador S. Ver Amemiya(1985).

oultiers que *a priori* se puede tener en la muestra. En nuestro caso, considerando 6 para 1998 y 6 para 2006, se obtiene 8.63 por ciento (12 entre 139 observaciones).

Sin embargo, también se busca minimizar el número de muestreos aleatorios del algoritmo de optimización estocástica para ahorrar el costo en tiempo de computadora. Si el número de datos atípicos que *a priori* se piensa que existe en la muestra es alto, la búsqueda estocástica requerirá un mayor número de iteraciones para elevar la probabilidad de que se localice grupalmente dicho mayor número de datos atípicos. Por ello se establece una estrategia adaptable que consiste en usar un bajo porcentaje α inicial, de 3 por ciento, debido a que se ha utilizado el conjunto de todos los parámetros individualmente estimados (ecuación por ecuación) como un adecuado estimado de partida para la estimación RMLTS-FGLS. De esta manera, existe una mayor confianza de que los datos atípicos remanentes en la primera etapa (definida por α) serán eliminados de todas maneras en la segunda etapa por el algoritmo interno de "reponderación".

Además del costo en tiempo de computadora, la razón que favorece un bajo α inicial es que los estimados RMLTS-FGLS lograrán así una elevada eficiencia para muestras pequeñas (de hecho, la eficiencia de los estimadores FGLS también es mayor que la de los estimadores MCO bajo condiciones de normalidad). Por otra parte, siempre será posible adaptar el nivel de α , el porcentaje de cobertura del *seguro contra datos atípicos* posteriormente, según se identifique mejor qué modelos específicos pueden adolecer de un mayor número de datos atípicos.

Finalmente, otra ventaja del estimador RMLTS-FGLS propuesto es que recoge gran cantidad de información de la distribución muestral de las distancias de Mahalanobis, asociadas a los errores del sistema de ecuaciones correspondiente. Para probarlo debemos mencionar que, por ejemplo, el estimador RMLTS-FGLS es equivalente a una combinación convexa que otorga el mismo peso positivo a todos los cuantiles específicamente definidos como

$$q(\hat{\theta}) = d_{(\hat{k}:T)}^2 \quad t.q. \quad T\hat{\theta} \in R \quad \hat{k} = \min\left\{k \in N : k > T\hat{\theta}\right\}$$

es decir, todos aquellos cuantiles que equivalen a las distancias de Mahalanobis con igual ponderación positiva en la media α -acotada detrás del estimador RMLTS-FGLS. Para obtener este estimador de cuantiles se requiere notar que este conjunto de cuantiles depende del tamaño muestral *T*, aunque para muestras de tamaño intermedio (digamos $T > T^* = 100$), los conjuntos de cuantiles serán muy similares para distintos tamaños muestrales *T*. Por lo tanto, el estimador RMLTS-FGLS recoge la información de la distribución muestral de las distancias de Mahalanobis, lo que en este caso resulta de modificar el supuesto de simetría por uno que captura un gran número de distribuciones empíricas con colas anchas¹².

3. SENSIBILIDAD Y PRECISIÓN COMPARADAS

La discusión en la segunda sección permite estilizar la descripción de los estimadores robustos en términos de *procedimientos robustos*, especialmente para el caso multivariado (Rocke & Woodruff(1997)). Así, la literatura propone enfrentar la presencia de datos atípicos mediante procedimientos que pueden clasificarse estilizadamente en

¹² Por supuesto que similar información de la distribución muestral será capturada al usar un estimador de cuantiles que no sea equivalente a una media α -acotada, pero ello tendría un costo computacional muy alto, como es típico para el estimador de cuantiles definido en la sección 2 de manera general.

tres grupos: (i) utilizar estimadores robustos basados en distribuciones con colas anchas o funciones de escala y posición, (ii) utilizar estimadores no robustos obtenidos como estimados preliminares para detectar y corregir los datos atípicos, luego estimar con los datos corregidos, o (iii) utilizar estimadores no robustos obtenidos como estimados preliminares para detectar y eliminar aquellos datos atípicos presentes en la muestra disponible, luego estimar con los datos corregidos.

Es necesario elegir uno de estos tres procedimientos robustos estilizados de acuerdo con el objetivo de cada aplicación específica, y el del presente documento es determinar aquellos modelos con buen desempeño *ex post* en la predicción de la inflación IPC y sus componentes. En este contexto, el primer procedimiento robusto estilizado resulta demasiado costoso en términos computacionales debido a la inherente no linealidad de la función a optimizar, como se apreció en la sección anterior. Respecto al segundo procedimiento robusto estilizado, la corrección de los datos atípicos parece ser una característica incompatible con el objetivo señalado, ya que parecería natural que una evaluación de la precisión *ex post* de las proyecciones use la muestra de datos donde los datos atípicos han sido corregidos, con el efecto de reducir las correspondientes RECM respecto a las calculadas con los datos históricos originales, sin corrección.

Como la omisión de variables importantes así como los problemas de construcción de estadísticas pueden reflejarse en eventos fuera de algún patrón, y por ende, en observaciones aparentemente atípicas. ¿qué sucedería si corregimos los datos diagnosticados como datos atípicos, en apariencia originados por problemas aislados en los datos, cuando en realidad son datos atípicos originados por problemas de especificación en el modelo o problema de construcción de los datos estadísticos? El uso de los datos corregidos en la evaluación *ex post* haría que ésta sea dependiente de cada modelo usado y por comparar. Esto se debe a que, para cada modelo, el procedimiento de corrección de los datos resulta equivalente a una metodología de control de calidad de los datos cuyo resultado final sería una muestra de datos históricos *ad hoc*, corregidos con ese modelo específico. La evaluación *ex post* dejaría de permitir la selección de un modelo idóneo a partir de la comparación de sus bondades predictivas respecto a las de otros modelos, para permitir la selección de la mejor corrección *ad hoc* a los datos.

Afortunadamente, es posible usar el segundo procedimiento estilizado que corrige los datos atípicos, pero únicamente para obtener los estimadores robustos (y las proyecciones), no para usar estos datos corregidos para el cálculo de la RECM. En este sentido, la evaluación *ex post* de las proyecciones robustas deberá calcular las RECM a partir de los datos originales, aunque ello parezca contrario a una evaluación justa de cada modelo en particular. De esta manera, la evaluación *ex post* sobre la base de las RECM de los diferentes tipos de modelos permite comparar la precisión de las proyecciones de los diversos modelos robustos. De manera similar, en el caso del tercer procedimiento estilizado, el cálculo de las RECM se realizaría con la muestra sin eliminar ningún dato clasificado como atípico, a pesar de que las estimaciones de los modelos robustos (y las proyecciones).

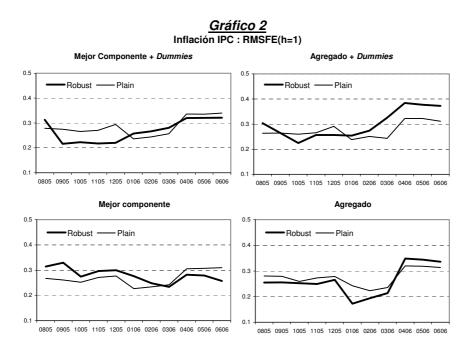
Esta discusión hace evidente que el esfuerzo por obtener proyecciones robustas, mediante procedimientos robustos debe evitar el aumento en la precisión de las proyecciones de manera artificial, es decir, como resultado de correcciones en los datos históricos basados en un modelo particular. Esta sección considera este requerimiento para comparar la sensibilidad de la precisión *ex post* así como de la propia precisión *ex post* para las proyecciones generadas con los cuatro modelos *Sparse*VAR del SPD aplicados a la predicción desagregada de la inflación IPC.

3.1. SENSIBILIDAD EX POST

En la introducción se presentó la sensibilidad de la precisión de las proyecciones para cuatro horizontes de proyección $h \in \{1,3,6,9\}$, correspondientes a 4 tipos de modelos *Sparse*VAR *plain vanilla* ante la presencia de una secuencia de datos atípicos, a medida que aparecen hacia el final de las muestras de estimación. Esta sección compara cada una de estas secuencias de RECM(h) con las correspondientes a los 4 tipos de modelos *Sparse*VAR robustos obtenidos a partir de estimadores RMLTS-FGLS, ya descritos. Las sensibilidades de estos modelos del SPD para cada horizonte dependerán de sus características particulares, tanto si incluyen o no *dummies* estacionales, como si seleccionan el mejor componente asociado en cada ecuación del VAR o simplemente usan el agregado como el mejor componente asociado en cada una¹³.

Inflación IPC

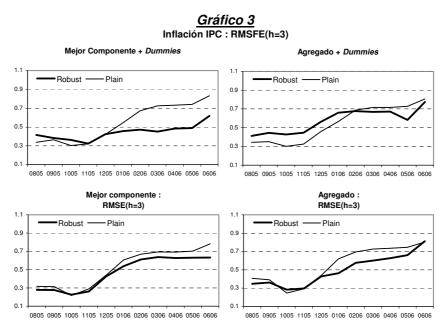
El Gráfico 2 presenta estas comparaciones para las secuencias de RECM(h=1). Con un horizonte de sólo un mes adelante, los dos tipos de modelos robustos que eligen el mejor componente en cada ecuación (primera columna) presentan secuencias de la RECM muy cercanas a los correspondientes modelos *plain*. El que considera *dummies* presenta la mayor precisión hasta diciembre del 2006, pero ambos resultan menos sensibles hacia el final de la secuencia de datos atípicos que los modelos *plain*. Por su parte, los tipos de modelos robustos que eligen al agregado en cada ecuación (segunda columna), que por lo general presentan una mayor precisión hasta diciembre del 2006, eventualmente terminan con una menor precisión hacia el final de la secuencia de datos atípicos, por lo que resultan más sensibles que sus correspondientes versiones *plain*. También es importante señalar que los modelos robustos suelen ser más precisos que los *plain* antes de la secuencia de datos atípicos particular cuyos efectos enfatizamos (excepto el modelo *plain* denominado "mejor componente").



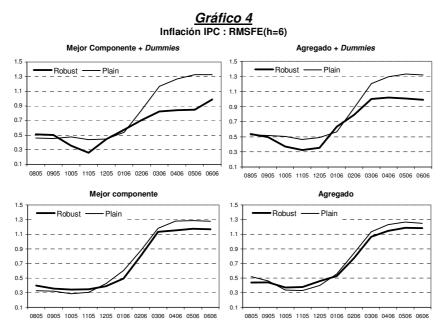
¹³ Estas secuencias de RECM(h) sólo reflejan el impacto de la secuencia de datos atípicos a medida que aparecen en la muestra porque se calculan con el mismo número de errores de predicción ejecutados para cada horizonte específico.

Sin embargo, en términos de magnitudes, estos resultados indican que, para el porcentaje fijo de acotación de las distancias de Mahalanobis de $\alpha = 0.03$, no existe gran diferencia en la sensibilidad de las proyecciones de inflación IPC para un horizonte de sólo un mes adelante. Una manera de reducir la sensibilidad de RECM(h=1) a medida que aparecen los datos atípicos puede ser aumentar este porcentaje a $\alpha = 0.06$, asumiendo el costo asociado en términos de eficiencia. Sin embargo, el porcentaje de acotación elegido resultó adecuado como punto de partida para determinar en qué modelo se obtuvo las menores ganancias en la capacidad predictiva de los modelos robustos.

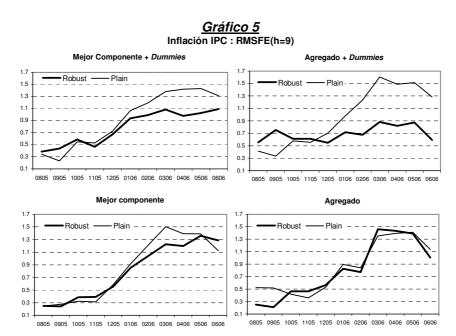
El Gráfico 3 realiza estas mismas comparaciones para los RECM(h=3). Con un horizonte de tres meses adelante, todos los tipos de modelos robustos resultan menos sensibles, hacia el final de la secuencia de datos atípicos, con respecto a los modelos *plain*. Los tipos de modelos robustos suelen ser tan precisos como los *plain* antes de la secuencia de datos atípicos particular (excepto en el caso de los modelos "agregado con *dummies*"), pero en términos absolutos se presenta un grado de sensibilidad. El tipo de modelo robusto con la mayor ganancia en términos de precisión es el modelo "mejor componente con *dummies*", aunque su precisión se deteriore ante los datos atípicos.



Con este horizonte de 3 meses adelante, al menos un tipo de modelo *Sparse*VAR robusto obtiene una reducción importante en la precisión de las proyecciones de inflación IPC respecto a los niveles de precisión elevados por la presencia de datos atípicos (nótese el cambio en la escala respecto al anterior gráfico), lo que significa una menor sensibilidad a éstos. Este resultado se logra con un porcentaje fijo de acotación de las distancias de Mahalanobis de $\alpha = 0.03$, lo que significa que el deterioro en su precisión (a medida que aparecen los datos atípicos) puede reducirse con un porcentaje de acotación de $\alpha = 0.06$ (aunque con un costo en términos de eficiencia).



El Gráfico 4 presenta las mismas comparaciones para los RECM(h=6), con un horizonte de seis meses adelante. Todos los tipos de modelos robustos presentan un deterioro de su precisión en términos absolutos hacia el final de la secuencia de datos atípicos. Sin embargo, en este caso se obtiene dos tipos de modelos robustos con una ganancia de precisión importante hacia el final de la secuencia de datos atípicos, es decir, una menor sensibilidad: los modelos *Sparse*VAR robustos con variables *dummies* (primera fila). Estos mismos tipos de modelos robustos logran ser más precisos que sus correspondientes modelos *plain* antes de la secuencia de datos atípicos (a los que únicamente los tipos de modelos robustos son inmunes), o que el inicio de la secuencia de datos atípicos se produjo pocos meses antes de noviembre 2005. Por otro lado, los tipos de modelos robustos sin *dummies* (segunda fila) resultan ser tan precisos y sensibles como los correspondientes modelos *plain*, por lo que estos modelos serían los más beneficiados si el porcentaje de acotación α se eleva.



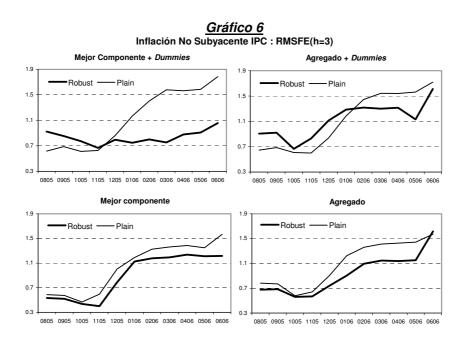
Estas conclusiones se mantienen con un horizonte de nueve meses adelante, en el Gráfico 5, aunque pueden ser ligeramente tentativas debido a un número menor de errores ejecutados considerados. Casi todos los tipos de modelos robustos obtienen una

precisión mayor que las de los modelos *plain* hacia el final de la secuencia de datos atípicos. La única excepción es el modelo robusto denominado "agregado". Es importante notar que los modelos robustos con la mayor ganancia en términos de una menor sensibilidad para este horizonte son aquellos con *dummies* (primera fila), especialmente el modelo "agregado con *dummies*", que resulta con mejor desempeño que el modelo "mejor componente con *dummies*". Al igual que en el caso anterior, los tipos de modelos robustos sin *dummies* (segunda fila) son tan precisos y sensibles como los correspondientes modelos *plain*, siendo los que más se beneficiarían con un porcentaje de acotación α mayor.

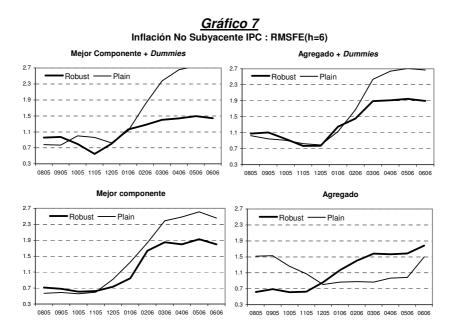
En resumen, la precisión de algunos modelos *Sparse*VAR robustos resulta mayor, especialmente en el caso de los modelos que incluyen *dummies* estacionales, aunque persiste cierta sensibilidad ante la secuencia de datos atípicos. La existencia de cierto grado de sensibilidad reflejaría la necesidad de aumentar el porcentaje de acotación aplicada a las distancias de Mahalanobis detrás del estimador RMLTS-FGLS. Este aumento puede favorecer el desempeño de aquellos modelos *Sparse*VAR robustos que no mostraron mejoras sustanciales respecto a sus contrapartes *plain* (aquellos sin variables *dummies*).

Inflación no subyacente IPC

En la introducción se adelantó la hipótesis de que las observaciones fuera del patrón previamente establecido tuvieron lugar debido al aumento temporal en la incertidumbre respecto a las expectativas de inflación en el mediano plazo, lo que impactó en la formación de los precios de bienes incluidos en la inflación subyacente IPC y, en mayor medida, en la inflación no subyacente IPC. También se mencionó que, hacia el final de la secuencia de datos atípicos, el deterioro en la precisión de las proyecciones *plain* del agregado inflación IPC sería atribuible a la menor precisión de las proyecciones de los componentes incluidos en la inflación no subyacente IPC. Para obtener una explicación estilizada de la mejora en la sensibilidad de las proyecciones de inflación IPC, los Gráficos 6, 7 y 8 comparan las secuencias de RECM(h) para el sub-agregado de inflación no subyacente IPC y horizontes $h \in \{3, 6, 9\}$.



El Gráfico 6 muestra que las ganancias en la precisión de las proyecciones robustas para el agregado de Inflación IPC durante el periodo de la secuencia de datos atípicos y con un horizonte de tres meses adelante, ya descritas, se explican por las mejoras importantes en la sensibilidad de las proyecciones robustas de la inflación no subyacente IPC, especialmente en aquel tipo de modelo robusto que incluye *dummies* estacionales y selecciona el mejor componente asociado para cada ecuación del VAR. Sólo en este caso, la presencia de datos atípicos en este sub-agregado no afecta el desempeño de sus proyecciones.

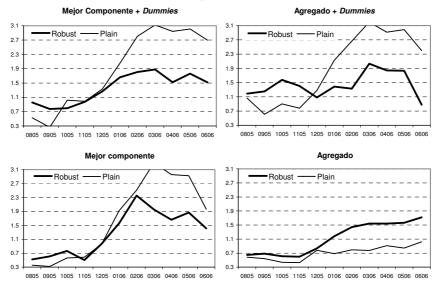


Estos resultados se mantienen en el caso de los otros dos horizontes $h \in \{6,9\}$, aunque en el segundo resulta aún tentativo debido al reducido número de errores ejecutados utilizado para calcular la secuencia de la RECM¹⁴. Es importante notar que para el horizonte h=6, las RECM de los modelos robustos también demuestran un grado de sensibilidad ante la secuencia de datos atípicos, lo que confirma que la necesidad de elevar el porcentaje de acotación a $\alpha = 0.06$, a pesar del costo de la menor eficiencia. El origen de esta sensibilidad es un exceso de datos atípicos en los componentes de la inflación no subyacente IPC.

Gráfico 8

¹⁴ Como se mencionó en la introducción, la interpretación de los estadísticos RECM en este trabajo no corresponde a los estadísticos poblacionales correspondientes, ya que se calculan con errores de predicción efectivamente cometidos en una muestra relativamente pequeña.

Inflación No Subyacente IPC : RMSFE(h=9)



Sin embargo, debe hacerse notar que, para estos dos últimos horizontes, el desempeño del modelo "agregado" en su versión *plain* resulta muy importante, tanto respecto a su correspondiente versión robusta como respecto a todos los demás modelos presentados. Este resultado es más evidente en el Gráfico 8, que demuestra que, con un horizonte h=9, las ventajas predictivas de este modelo se presentan desde antes de la fecha tentativa para el inicio de la secuencia de *datos atípicos*.

Este hallazgo favorece la hipótesis de que las observaciones fuera del patrón previamente establecido surgieron de la incertidumbre electoral sobre las expectativas de inflación en el mediano plazo, lo que se reflejó en un cambio en la formación de los precios de bienes incluidos en la inflación no subyacente IPC. Asimismo, ello favorece la idea de que los *datos atípicos* respecto al patrón previamente establecido en los modelos *plain* son aparentes y que en realidad la omisión de variables importantes en los conjuntos de información usados tanto por los modelos *plain* como por los modelos robustos es el problema principal¹⁵.

En esta sección se comparó la sensibilidad de la precisión de las proyecciones de los modelos *plain* y los modelos robustos para tres horizontes de corto plazo. En la medida que la sensibilidad de "mediano plazo", digamos h=9, resulte relativamente proporcional en horizontes cercanos pero más amplios, los resultados obtenidos pueden extenderse a la sensibilidad de mediano plazo¹⁶. Aún no se dispone de un número suficiente de errores de predicción ejecutados para horizontes h=12 como para construir gráficos similares a los anteriores y afirmarlo categóricamente, tarea que queda en agenda antes de repetir el ejercicio para un nuevo porcentaje de acotación¹⁷, para luego extender los conjuntos de información con variables macroeconómicas.

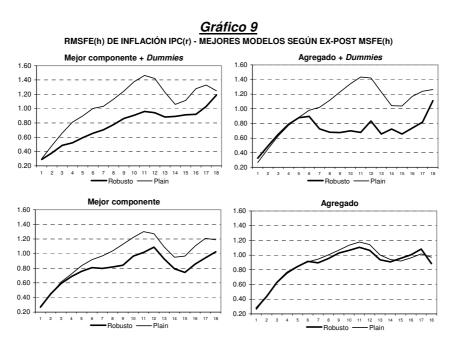
¹⁵ La determinación del conjunto de variables macroeconómicas que sean relevantes para capturar el verdadero patrón de los eventos en la muestra aquí utilizada es el tema de un trabajo paralelo (Barrera(2006b).
¹⁶ Respecto a la infleción subvecente IDO, los des muebles macroeconómicas que sean relevantes para capturar el verdadero patrón de los eventos en la muestra aquí utilizada es el tema de un trabajo paralelo (Barrera(2006b).

¹⁶ Respecto a la inflación subyacente IPC, los dos modelos robustos con *dummies* (primera fila) presentan las mayores ganancias en el desempeño predictivo. Estas evaluaciones están disponibles los solicitantes.

¹⁷ El estimador robusto utilizado, una variante de los MCD, pertenece a un conjunto de estimadores robustos que son computacionalmente difíciles de calcular ("NP-hard" según Bernholt(2006)). Este costo debe tenerse presente al determinar los parámetros de diseño de los cuales depende, como el porcentaje de acotación, así como el beneficio de una mayor probabilidad de obtener cálculos correctos para ciertas muestras de datos. Afortunadamente, los resultados presentados proporcionan una prueba de que, para la muestra de datos utilizada, se ha logrado encontrar modelos correctos que proporcionan un seguro de robustez respecto a la presencia de *outliers* con una "prima" relativamente barata. La elevación del

3.2. PRECISIÓN EX POST

Los errores de predicción ejecutados disponibles también permiten comparar el desempeño en predicción de los dos grandes grupos de modelos para horizontes entre 1 y 18 meses adelante, lo que confirmará los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad ante la presencia de datos atípicos, ya descritos. Esta comparación de la precisión *ex post* para diferentes horizontes de proyección permite determinar qué modelo predice mejor en qué horizonte, más aún cuando el cálculo de las RECM(h) utiliza una mayor cantidad de errores de proyección ejecutados respecto a los utilizados en la sección anterior¹⁸.

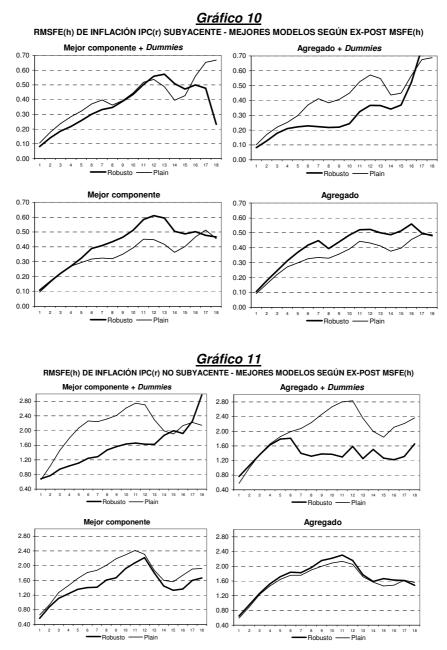


Los resultados para la inflación IPC se presentan en el Gráfico 9. Los dos modelos robustos que eligen el mejor componente en cada ecuación (primera columna) presentan RECM(h) consistentemente menores a los de los correspondientes modelos *plain*. Aquél que incluye *dummies* estacionales mejora sustancialmente su precisión, incluso desde el primer mes adelante¹⁹, lo que se explica por el adecuado desempeño de sus proyecciones internas, especialmente las de inflación no subyacente IPC (ver Gráficos 10 y 11).

constante sino más bien decrece a medida que aumenta el horizonte.

porcentaje de acotación sugerida es un análisis de sensibilidad que sugiere alternativas de cómputo viables frente a las dificultades para obtener cálculos correctos en un tiempo polinómico no determinístico. ¹⁸ Asimismo, el número de errores ejecutados usado en el cálculo de las RECM(h) no se mantiene

¹⁹ A pesar de cierto grado de sensibilidad ante la presencia de *datos atípicos* para horizontes cortos (ver Gráficos 3, 4, y 5).



De los dos modelos robustos que eligen el agregado en cada ecuación (segunda columna), sólo el que incluye *dummies* estacionales es más preciso que su contraparte *plain* para horizontes mayores a 6 meses. Este modelo presenta un desempeño similar al que elige el mejor componente en cada ecuación (primera columna, primera fila) debido al mejor desempeño de las proyecciones internas de inflación subyacente hasta h=14, lo que fue compensado con el desempeño intermedio de sus proyecciones internas de inflación no subyacente IPC para los horizontes cortos.

5. CONCLUSIONES

El presente estudio ha reseñado las estrategias de estimación robusta (procedimientos robustos) más importantes, favoreciendo la comprensión del procedimiento propuesto para modelos *Sparse*VAR. Esta propuesta parte de la obtención de restricciones de exclusión utilizando criterios de información a partir de estimadores robustos uniecuacionales, adaptados a los limitados recursos computacionales disponibles. Una vez obtenidas estas restricciones, inherentes a modelos VAR parsimoniosos, los parámetros son estimados mediante el estimador RMLTS-FGLS, un estimador robusto multiecuacional específico para estos modelos que tiene la ventaja adicional de recoger gran cantidad de información de la distribución muestral de las distancias de Mahalanobis, asociadas a los errores del sistema de ecuaciones correspondiente.

Dentro de los objetivos de la presente investigación, la disponibilidad de una versión robusta de los modelos *Sparse*VAR permite comparar su desempeño en predicción con el de la versión no robusta de los mismos. Más aún, la muestra de datos reciente de inflación IPC incluye una secuencia de datos atípicos, lo que brinda la oportunidad de comparar, para diferentes horizontes, la precisión *ex post* de las proyecciones de inflación IPC y sus componentes de cada tipo de modelo *Sparse*VAR considerado en Barrera(2005).

Los resultados son mixtos. En primer lugar, los modelos *Sparse*VAR robustos logran mejorar la precisión de todos los modelos *Sparse*VAR *plain vanilla* para horizontes intermedios, especialmente en tres de los cuatro tipos de modelos. Para estos tres tipos de modelos, las proyecciones robustas tienen una menor sensibilidad ante secuencias de datos atípicos como las recientes o como las experimentadas a inicios de 1998 durante el último fenómeno de "El Niño", por lo que se encuentran adecuadamente diseñados para una eventual presencia de este fenómeno en el futuro, sin afectar las proyecciones sobremanera.

En segundo lugar, el tipo de modelos que resulta la excepción es aquél cuyas proyecciones de inflación no subyacente IPC resultan las menos sensibles ante la presencia de datos atípicos, más aún cuando no utiliza estimadores robustos: aquél que considera la información del agregado de inflación IPC como la más relevante en todos los componentes (ver Barrera(2005)). Este resultado favorece la hipótesis de que la incertidumbre electoral generó un cambio temporal en la formación de precios, especialmente los incluidos en la inflación no subyacente IPC, por lo que no puede descartarse el efecto importante de variables omitidas no observadas para estas ecuaciones. Sin embargo, una explicación asociada sería que el porcentaje de acotación del estimador RMLTS-FGLS, es decir, el porcentaje de cobertura del *seguro contra datos atípicos*, lo que puede indicar la necesidad de seleccionar un mayor porcentaje de cobertura²⁰.

Queda pendiente comparar estos resultados con los obtenidos luego de aumentar ligeramente este porcentaje de cobertura, lo que podría mejorar el desempeño de todos los modelos robustos en la medida que la pérdida de eficiencia implicada sea mínima. Este mayor desempeño potencial se asociaría tanto a una menor sensibilidad de la precisión de las proyecciones para determinados horizontes, así como a una mayor precisión *ex post* para los distintos horizontes.

Finalmente, tanto la evaluación de la sensibilidad como la evaluación de la precisión *ex post* se realizaron sin ajuste alguno sobre los datos, toda vez que se ha confirmado que la presencia de errores de especificación, presentes en todo análisis econométrico de manera implícita, se asociarían a variables macroeconómicas omitidas que tengan relación con las expectativas de inflación así como con la confianza del consumidor. En este contexto sería posible elaborar una hipótesis para el periodo entre noviembre 2005 y abril 2006: los agentes económicos alinearon sus precios con la evolución pasada de la inflación IPC agregada en vez de considerar aquellos sectores más asociados por

²⁰ Los resultados obtenidos buscaron minimizar el costo en términos de tiempo de computadora, ya que un porcentaje de acotación mayor requiere un número mayor de iteraciones en la búsqueda estocástica detrás del RMLTS-FGLS además de una pérdida en la eficiencia de estos estimadores.

relaciones de complementariedad o sustitución en oferta y demanda. En los modelos lineales del presente documento, este cambio en la formación de los precios en diferentes rubros de precios se reflejaría como datos atípicos en los modelos de predicción utilizados en el presente estudio²¹.

La estrategia de no ajustar los datos para el cálculo de las secuencias de la RECM(h) permite seguir evaluando la secuencia de datos atípicos en términos de un problema de especificación a resolverse con modelos de mayor dimensión (un conjunto de información más amplio). El beneficio de este camino intermedio de evitar ajustar los datos para luego hacer las evaluaciones es que se mantiene la comparabilidad de las evaluaciones a través de distintos modelos. El único costo es que los niveles de la precisión *ex ante* son sub-valuados ya que algunos errores de predicción ejecutados se miden con respecto a las observaciones fuera del patrón previamente establecido.

BIBLIOGRAFÍA

Agulló, José; Croux, Christophe & Van Aelst, Stefan (2002) The Multivariate Least Trimmed Squares Estimator. Working Paper (por aparecer en el Journal of Multivariate Analysis).

Andrews, D.F. (1974) A robust method for multiple linear regression, Technometrics, Vol. 16, pgs. 523-31.

Andrews, D.F.; Bickel, P.J.; Hampel, F.R.; Huber, P.J.; Rogers, W.H. & Tukey, J.W. (1972) Robust estimates of location: survey and advances, Princeton University Press.

Amemiya, Takeshi (1985) Advanced Econometrics, Harvard University Press.

Barrera, Carlos (2005) Proyecciones desagregadas de inflación IPC, inflación IPM y crecimiento del PBI. Presentado al XXII Encuentro de Economistas del Banco Central de Reserva del Perú, ESAN. DT N° 2005-006 disponible en http://www.bcrp.gob.pe/publicaciones/notas de estudios/2005.

Barrera, Carlos (2006a) Modelos de Factores Dinámicos para la predicción de la inflación IPC y la inflación IPM, Mimeo.

Barrera, Carlos (2006b) Modelos *Sparse*VAR estructurales como aproximaciones del mecanismo de transmisión, Ponencia presentada al XXIV Encuentro de Economistas del Banco Central de Reserva del Perú, Universidad del Pacífico, diciembre.

Bernholt, Thorsten (2006) Robust Estimators are hard to compute, Working Paper, Lehrstuhl Informatik 2, Universitat Dortmund.

Chaffai, Mohamed El Arbi (1989) Les estimateurs robustes, sont-ils vraiment robustes en pratique?, Revue de Statistique Appliquée, Vol. 37, No. 3, pgs. 57-73.

Fox (1972) Outliers in time series, Journal of the Royal Statistical Society, Series B, vol. 34(3), pgs. 350-363.

Franses, H. Kloek, T. & Lucas, A. (1999) Outlier robust analysis of long run marketing effects for weekly scanning data, en Journal of Econometrics, Vol. 89, pgs. 293-315.

Hampel, Frank R. (1971) A general qualitative definition of robustness, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 42, pgs. 1887-96.

²¹ En modelos no lineales con cambios de régimen endógenos, este cambio podría reflejarse como un régimen de pocos meses de duración.

Hampel, Frank R. (1974) The influence curve and its role in robust estimation, Journal of the American Statistical Association, Vol. 69, pgs. 383-93.

Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J., & Stahel, W.A. (1986) Robust Statistics: The approach based on Influence Functions, Wiley, New York.

Hendry, David (1995) Dynamic Econometrics, Oxford University Press.

Huber, P.J. (1981) Robust Statistics, John Wiley and Sons.

Joossens, Kristel & Croux, Christophe (2005) Robust Estimation of the Vector Autoregressive Model by a Trimmed Least Squares Procedure, Department of Applied Economics Working Paper, Universidad Católica de Lovaina, Mimeo.

Lutkepohl, Helmut (1993): Introduction to multiple time series analysis, Springer Verlag, 2da Edición.

Machado J.A.F. (1993). Robust model selection and M-estimation. Econometric Theory, 9, 478-493.

Martin, R.D. (1979) Robust estimation for time series autoregressions, en Launer, R.L. & Wilinson, G. (eds.) Robustness in Statistics, Academic Press, pgs. 147-76.

Martin, R.D. (1981) Robust methods for times series, en Findley, D.F. (ed.) Applied Time Series Analysis II, Academic Press, pgs. 683-759.

Preminger, Arie & Sakata, Shinichi (2005) A model selection method for S-estimation, Mimeo.

Rocke, David & Woodruff, David (1997) Robust estimation of multivariate location and shape, Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 57, pgs. 245-55.

Documentos de Trabajo publicados Working Papers published

La serie de Documentos de Trabajo puede obtenerse de manera gratuita en formato pdf en la siguiente dirección electrónica: http://www.bcrp.gob.pe/

The Working Paper series can be downloaded free of charge in pdf format from: http://www.bcrp.gob.pe/

2007

Agosto \ August

DT N° 2007-014 Aprendiendo sobre Reglas de Política Monetaria cuando el Canal del Costo Importa Gonzalo Llosa y Vicente Tuesta

DT N° 2007-013 Determinantes del crecimiento económico: Una revisión de la literatura existente y estimaciones para el período 1960-2000 Raymundo Chirinos

DT N° 2007-012 Independencia Legal y Efectiva del Banco Central de Reserva del Perú Vicente Tuesta Reátegui

DT N° 2007-011 Regla Fiscal Estructural y el Ciclo del Producto Carlos Montoro y Eduardo Moreno

DT N° 2007-010 Oil Shocks and Optimal Monetary Policy Carlos Montoro

Mayo \ May

DT N° 2007-009 Estimación de la Frontera Eficiente para las AFP en el Perú y el Impacto de los Límites de Inversión: 1995 - 2004 Javier Pereda

DT N° 2007-008 Efficiency of the Monetary Policy and Stability of Central Bank Preferences. Empirical Evidence for Peru Gabriel Rodríguez

DT N° 2007-007 Application of Three Alternative Approaches to Identify Business Cycles in Peru Gabriel Rodríguez

Abril \ April

DT N° 2007-006 Monetary Policy in a Dual Currency Environment Guillermo Felices, Vicente Tuesta

Marzo \ March

DT N° 2007-005 Monetary Policy, Regime Shift and Inflation Uncertainty in Peru (1949-2006) Paul Castillo, Alberto Humala, Vicente Tuesta

DT N° 2007-004 Dollarization Persistence and Individual Heterogeneity Paul Castillo y Diego Winkelried

DT N° 2007-003 Why Central Banks Smooth Interest Rates? A Political Economy Explanation Carlos Montoro

Febrero \ February

DT N° 2007-002 Comercio y crecimiento: Una revisión de la hipótesis "Aprendizaje por las Exportaciones" Raymundo Chirinos Cabrejos

Enero \ January

DT N° 2007-001 Perú: Grado de inversión, un reto de corto plazo Gladys Choy Chong

2006

Octubre \ October

DT N° 2006-010 Dolarización financiera, el enfoque de portafolio y expectativas: Evidencia para América Latina (1995-2005) Alan Sánchez

DT N° 2006-009 Pass–through del tipo de cambio y política monetaria: Evidencia empírica de los países de la OECD César Carrera, Mahir Binici

Agosto \ August

DT N° 2006-008

Efectos no lineales de choques de política monetaria y de tipo de cambio real en economías parcialmente dolarizadas: un análisis empírico para el Perú Saki Bigio, Jorge Salas

Junio \ June

DT N° 2006-007 Corrupción e Indicadores de Desarrollo: Una Revisión Empírica Saki Bigio, Nelson Ramírez-Rondán

DT N° 2006-006 Tipo de Cambio Real de Equilibrio en el Perú: modelos BEER y construcción de bandas de confianza Jesús Ferreyra y Jorge Salas

DT N° 2006-005 Hechos Estilizados de la Economía Peruana Paul Castillo, Carlos Montoro y Vicente Tuesta

DT N° 2006-004 El costo del crédito en el Perú, revisión de la evolución reciente Gerencia de Estabilidad Financiera

DT N° 2006-003 Estimación de la tasa natural de interés para la economía peruana Paul Castillo, Carlos Montoro y Vicente Tuesta

Mayo \ May

DT N° 2006-02 El Efecto Traspaso de la tasa de interés y la política monetaria en el Perú: 1995-2004 Alberto Humala

Marzo \ March

DT N° 2006-01 ¿Cambia la Inflación Cuando los Países Adoptan Metas Explícitas de Inflación? Marco Vega y Diego Winkelreid

2005

Diciembre \ December

DT N° 2005-008 El efecto traspaso de la tasa de interés y la política monetaria en el Perú 1995-2004 Erick Lahura

Noviembre \ November

DT N° 2005-007 Un Modelo de Proyección BVAR Para la Inflación Peruana Gonzalo Llosa, Vicente Tuesta y Marco Vega

DT N° 2005-006

Proyecciones desagregadas de la variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC), del Índice de Precios al Por Mayor (IPM) y del Crecimiento del Producto Real (PBI) Carlos R. Barrera Chaupis

Marzo \ March

DT N° 2005-005 Crisis de Inflación y Productividad Total de los Factores en Latinoamérica Nelson Ramírez Rondán y Juan Carlos Aquino.

DT N° 2005-004 Usando información adicional en la estimación de la brecha producto en el Perú: una aproximación multivariada de componentes no observados Gonzalo Llosa y Shirley Miller.

DT N° 2005-003 Efectos del Salario Mínimo en el Mercado Laboral Peruano Nikita R. Céspedes Reynaga

Enero \ January

DT N° 2005-002 Can Fluctuations in the Consumption-Wealth Ratio Help to Predict Exchange Rates? Jorge Selaive y Vicente Tuesta

DT N° 2005-001 How does a Global disinflation drag inflation in small open economies? Marco Vega y Diego Winkelreid