



*Calibrando contagio financiero**

*Paul Collazos Tamariz***

1. Introducción

Quizás la única conclusión que comparten los recientes estudios sobre contagio financiero internacional¹ es la relación positiva entre incrementos en la correlación de las variaciones de los precios de activos de diferentes países y el aumento de la volatilidad del mercado. Las razones por las cuales ambas observaciones están relacionadas pueden ser diferentes en la literatura sobre contagio financiero²; pero en todos estos estudios se considera una definición implícita de “periodos de crisis” como periodos con una alta volatilidad de mercado y sobre dichos periodos es que se espera encontrar un aumento en la correlación entre las variables financieras de diferentes economías.

Sin embargo, algunos estudios recientes han puesto en duda la validez de la evidencia que sostiene esta relación entre alta correlación y crisis y han revelado que el fenómeno de contagio es consecuencia de la heterocedasticidad que caracteriza el proceso estocástico que genera los cambios en las variables financieras. En otras palabras, el fenómeno de contagio es una consecuencia típica de las crisis financieras debido a que éstas son -por definición- un conjunto de periodos con alta volatilidad en el mercado.

Entonces ¿Qué sucedería si es que cambiamos la definición de crisis financiera?. ¿Es el fenómeno de contagio un producto típico de otros tipos de crisis financieras³? La respuesta a esta pregunta es el principal objetivo de este trabajo. El trabajo presenta un ejemplo teórico, el cual puede ser visto como la versión estocástica del modelo de deuda soberana presentado por Allen (1983). En esta versión se simula una economía la cual tiene periodos de crisis (ahora definidos como periodos con una alta tasa de incumplimiento involuntario en los créditos). Además, esta probabilidad debe ser predicha por los prestatarios (empresarios) y prestamistas (inversionistas) usando un modelo autorregresivo. Es este proceso de correlación de primer grado el que brinda estabilidad al modelo en reemplazo de la tasa de descuento intertemporal que es usada por Allen. Adicionalmente, el modelo considera un juego de negociación bilateral entre empresarios e inversionistas del

* Este trabajo compartió el tercer puesto en el Concurso de Investigación para Jóvenes Economistas 2001-2002. Los puntos de vista expresados por los autores no necesariamente reflejan la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

** El autor es analista del Departamento de Investigación de la Superintendencia de Banca y Seguros del Perú y profesor del Departamento de Economía de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Este trabajo fue presentado para obtener el Grado de Magíster en Finanzas de la Universidad del Pacífico. El autor agradece los comentarios de Michel Canta, Edwin Goñi, Javier Nagamine, Martín Naranjo y los participantes al II Seminario de Investigación de la Superintendencia de Banca y Seguros del Perú y a la III Reunión Anual de la Sociedad Peruana de Econometría y Economía Aplicada. Las aclaraciones usuales son pertinentes.

¹ Es importante distinguir entre la literatura sobre contagio real y financiero. Para una discusión acerca de estas diferencias, se sugiere “On Crises, Contagion and Confusion” de Kaminsky y Reinhart (2000) o “Measuring Contagion: Empirical and Theoretical Issues” de Forbes y Rigobon (1999a).

² Según la razón por la cual correlación y volatilidad están vinculadas, los estudios sobre contagio financiero pueden ser divididos en dos familias: Aquéllos donde contagio existe como un fenómeno de salida de capitales originados por crisis financieras internacionales como en Calvo (1999) o Valdés (1997) y aquéllos que revelan que el contagio es una consecuencia de la heterocedasticidad en el proceso estocástico que genera las variaciones en variables financieras como en Forbes y Rigobon (1999b) y Loretan y English (2000).

³ Mishkin (1996) revisa varias definiciones de crisis financieras basadas en diferentes episodios en la reciente historia de los mercados financieros.



cual se deriva un contrato de deuda. Según este contrato existe una relación inversa y no lineal entre la probabilidad de cumplimiento y la tasa de interés.

Esta relación no lineal es utilizada para mostrar que el efecto de contagio puede estar todavía presente aún cuando la crisis no ha sido definida como un periodo de alta volatilidad. Basados en resultados de calibración se observa que el incremento en la correlación es consecuencia de encontrarse en periodos con altas tasas de incumplimiento aún cuando no hay presencia de alta volatilidad. En otras palabras, si las crisis financieras son redefinidas como periodos con una alta tasa de incumplimiento de los contratos de deuda, entonces el modelo resulta ser un ejemplo de «*shift-contagion*» tal como es definido por Forbes y Rigobon (1999a).

1.1 Motivación

Un ejemplo (el efecto contagio entre Brasil y países de la región como Colombia, México, Paraguay y Perú) puede servir de motivación para este trabajo. Supongamos que un analista financiero, busca estimar el efecto contagio entre Brasil y cada uno de los siguientes países latinoamericanos: Colombia, México, Paraguay y Perú. La variable financiera sobre la cual sospecha ocurrirá un efecto contagio es, en este caso, la tasa de interés que corresponde a las operaciones interbancarias en ambos países⁴.

Para Brasil, Colombia, México y Paraguay, se ha considerado la *tasa de mercado monetario* extraída de las Estadísticas Financieras del Fondo Monetario Internacional y comprende el periodo Setiembre 1995 – Mayo 2000. Para Perú hemos considerado la *tasa interbancaria en moneda extranjera* proporcionada por el Banco Central de Reserva del Perú para el mismo periodo.

Se busca comparar el análisis del fenómeno de contagio usando dos definiciones de crisis: Crisis como periodos de alta volatilidad de mercado; y crisis como periodos con elevada probabilidad de incumplimiento. Dicha probabilidad puede ser aproximada por la tasa de morosidad de los sistemas bancarios en cada país, tal como se muestra en el siguiente cuadro.

Cuadro 1						
Tasa de Morosidad definida como Ratio de Cartera Vencida sobre Cartera Bruta						
(porcentajes)						
	1995	1996	1997	1998	1999	2000 ^{1/}
Colombia ^{2/}	5.6%	7.2%	5.7%	9.5%	10.3%	10.5%
México ^{2/}	5.9%	6.2%	11.8%	9.2%	7.7%	n.d.
Paraguay ^{2/}	5.7%	7.7%	8.1%	9.2%	9.8%	n.d.
Perú ^{3/}	4.8%	5.1%	5.2%	7.0%	8.3%	10.5%

^{1/} A Junio de 2000.
^{2/} Fuente: Estadísticas Financieras por País (FELABAN) disponibles en www.latinbanking.com
^{3/} Fuente: Boletín de Información Financiera (SBS), Varios ejemplares.

El siguiente cuadro toma en cuenta ambas definiciones de crisis. De un lado se tienen los coeficientes de correlación considerando una muestra que considera las variaciones de la tasa interbancaria de Brasil por encima del promedio más una (1) desviación estándar (i.e. menores que -515 puntos básicos o mayores que +411 puntos básicos). De otro lado, se obtienen los coeficientes de correlación considerando una muestra conformada por los años en los que la morosidad supero el 8% en cada país.

⁴ Se asumirá que esta tasa es una medida del costo de fondeo de los bancos, y se interpretará como el precio cobrado por los bancos que consiguen financiamiento barato (los inversionistas de nuestro modelo) a los bancos que requieren liquidez para financiar las colocaciones de sus prestatarios (los empresarios de nuestro modelo).



Cuadro 2 Coeficiente de Correlación entre las Variaciones Mensuales de las Tasas de Interés Interbancarias de Colombia, México, Paraguay y Perú y las Variaciones Mensuales de la Tasa Interbancaria de Brasil			
	Considerando todos los periodos <u>1/</u>	Considerando periodos de Alta Volatilidad <u>2/</u>	Considerando periodos de Alta Morosidad <u>3/</u>
Colombia <u>4/</u>	0.04	0.07	0.10
México <u>4/</u>	0.19	0.24	0.33
Paraguay <u>4/</u>	0.38	0.46	0.40
Perú <u>5/</u>	0.34	0.37	0.63

1/ La muestra cubre desde octubre de 1995 hasta mayo de 2000 para todas las series.
 2/ Es decir, cuando la Tasa Interbancaria de Brasil decrece más de 5.15 % o aumenta en más de 4.11%.
 3/ Es decir, cuando la tasa de morosidad en ese país supera el 8% (para detalles ver Cuadro N° 1).
 4/ Fuente: Estadísticas Financieras Internacionales (IMF).
 5/ Fuente: Series Mensuales (BCRP) disponible en www.bcrp.gob.pe.

Al seleccionar una muestra de datos con alta volatilidad observamos que la correlación obtenida para cada país supera la extraída de la población. Sin embargo, como se mostrará en el siguiente cuadro, esta alta correlación se explica por una elevada desviación estándar. Usando la segunda definición de crisis (i.e. una alta probabilidad de incumplimiento) la correlación también aumenta para cada país. Pero como se observa en el siguiente cuadro, esta mayor correlación no se puede explicar como resultado de una elevada desviación estándar, puesto que ésta se aproxima a 1.

Cuadro 3 Desviación Estándar de las Variaciones Mensuales Estandarizadas de la Tasa de Interés Interbancaria de Brasil	
Considerando todos los periodos <u>1/</u>	1.00
Considerando periodos de Alta Volatilidad <u>2/</u>	2.36
Considerando periodos de Alta Morosidad en: <u>3/</u>	
Colombia <u>4/</u>	1.04
México <u>4/</u>	1.34
Paraguay <u>4/</u>	1.22
Perú <u>5/</u>	0.81

1/ La muestra cubre desde octubre de 1995 hasta mayo de 2000.
 2/ Cuando la variación estandarizada de la Tasa Interbancaria de Brasil supera 100 b.p.
 3/ Es decir cuando la tasa de morosidad en un país supera el 8%.
 4/ Fuente: Estadísticas Financieras Internacionales (IMF).
 5/ Fuente: Series Mensuales (BCRP) disponible en www.bcrp.gob.pe.

El objetivo del trabajo es, justamente, explicar a que se debe dicha correlación. En la segunda sección, se presentará un modelo teórico de negociación bilateral entre inversionistas y empresarios quienes son emparejados estocásticamente de modo que firman contratos de deuda que solamente especifican la tasa de interés y el monto de la deuda. La tercera parte está dedicada a analizar en detalle un ejemplo interesante, en el cual la probabilidad de incumplimiento puede ser interpretada como el determinante de la tasa de interés y el nivel de la deuda. A partir de entonces, en la cuarta sección, se calibra un modelo basado en el ejemplo teórico anterior. Finalmente, se concluye con una discusión sobre las implicancias de este ejemplo sobre el comportamiento de los mercados financieros emergentes, y se sugiere que la *no-linealidad* de la relación entre tasa de interés y morosidad es suficiente para generar efectos contagio sin que necesariamente exista una alta volatilidad en las tasas de interés.

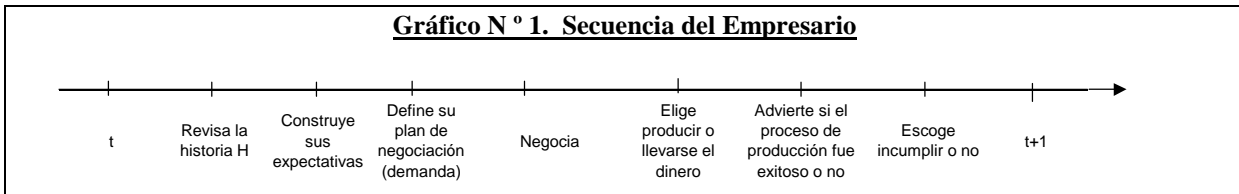


2. El modelo

Hay dos tipos de agentes en esta economía: empresarios e inversionistas. Cada empresario es neutral al riesgo y maximiza sus beneficios esperados. De otro lado, cada inversionista es adverso al riesgo y maximiza su utilidad esperada. Cada periodo un inversionista se reúne con un empresario estocásticamente. Como es un escenario de monopolio bilateral, es necesario definir como los agentes negociaran sobre los términos del contrato (tasa de interés y monto del crédito).

2.1 Comportamiento del empresario

El comportamiento del empresario constituye una versión estocástica del modelo de deuda soberana presentado por Allen (1983). La secuencia temporal del proceso de negociación de un empresario es resumida en el Gráfico N° 1.



Cada periodo ($t \geq 0$) el empresario comienza revisando la historia de la economía. Esta historia es un conjunto de información sobre la probabilidad de éxito en el proceso de producción, la cual incluye la probabilidad de éxito para el periodo vigente y los periodos pasados de su economía y otras similares. Por ejemplo, si el empresario solo puede recordar dos periodos y solamente conoce una economía “vecina”, la matriz de información o historia será:

$$H_t = \begin{bmatrix} P_t^i & P_t^j \\ P_{t-1}^i & P_{t-1}^j \\ P_{t-2}^i & P_{t-2}^j \end{bmatrix}$$

El conocimiento sobre la historia de esta economía le permite que pueda construir sus expectativas sobre las futuras probabilidades de éxito en la producción, a través de la elaboración de un modelo de predicción. Suponemos que, como modelo, el empresario típico considera un proceso de autocorrelación como el siguiente:

$$p_{t+1} = \phi p_t + e_{t+1} \quad e_{t+1} \rightarrow N(0,1) \quad (1)$$

Donde $1 \geq \phi \geq 0$. La producción requiere usar un proceso estocástico con una función de producción representada por $Y=L^\alpha$, donde $0 < \alpha < 1$, es decir, retornos decrecientes a escala. L representa el nivel del único factor productivo: Mano de Obra. El proceso de producción es estocástico, y por lo mismo la producción es exitosa con una probabilidad de $0 < \pi_t < 1$ o falla (producción nula) con una probabilidad de $1-\pi_t$. Esta última expresión representa la tasa involuntaria (definida por la naturaleza) de incumplimiento.

Los empresarios financian esta mano de obra solicitando un préstamo a su inversionista. L representará tanto el nivel de empleo como el monto del crédito para capital de trabajo, debido a que se asume al salario como numerario. De acuerdo a esto, todos los empresarios son idénticos, neutrales al riesgo y maximizan la siguiente función objetivo:

$$\text{Max}_{K_t(R_t)} E \left[\sum_{t=0}^{\infty} [L_t^\alpha - R_t L_t] / H_t \right]$$



Donde $R \geq 1$ es la tasa de interés bruta⁵. Además, el empresario representativo construye sus expectativas del siguiente modo:

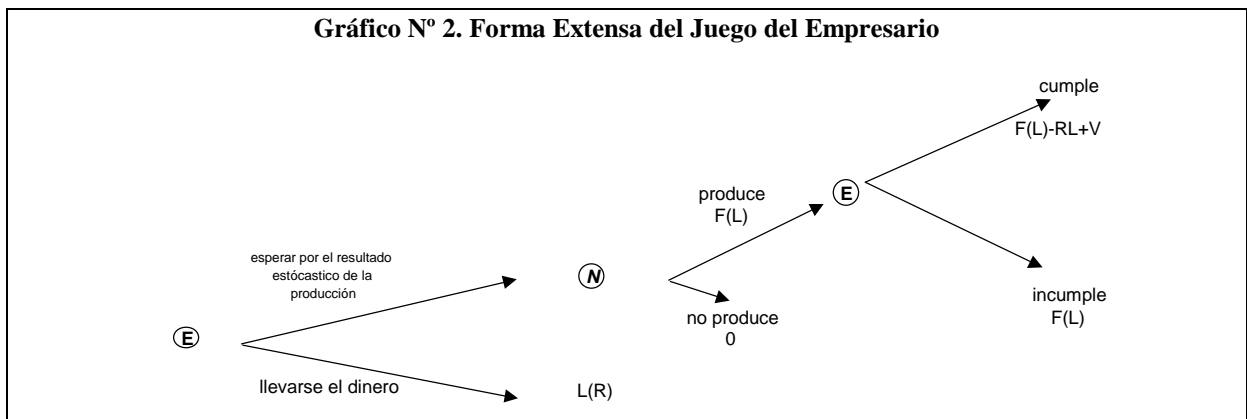
$$E(p_{t+1}) = fp_t$$

La condición de primer orden describe el plan de negociación (demanda de capital de trabajo) especificada por:

$$R_t = \alpha L_t^{\alpha-1} \quad (2)$$

Esta es la misma condición presentada por Allen (1983), la cual iguala la tasa de interés bruta a la productividad marginal del trabajo. Sin embargo, en el caso de este modelo, el comportamiento estratégico para definir la demanda óptima de capital de trabajo del empresario es más complejo. Usando esta demanda, el empresario elabora un plan contingente que considera varias alternativas sobre las decisiones de producción e incumplimiento voluntario.

El incumplimiento voluntario o incumplimiento estratégico es explicado como en Allen (1983): Un prestatario incumple cuando el costo de oportunidad es menor que los beneficios del incumplimiento. Por supuesto, ello implica que el prestamista en adelante repudiará al deudor, lo que significa que el prestatario no recibirá una nueva deuda. Por lo tanto, el plan o estrategia de negociación se genera a través del mecanismo de inducción hacia atrás de un juego cuya forma extensa representamos en el siguiente gráfico:



Con el objetivo de entender la solución de este juego, imagine que un empresario se reúne con un inversionista y que ambos negocian un contrato de deuda para financiar un monto de capital de trabajo (L) a una tasa R . Como resultado se obtiene un contrato de deuda representado por $(L(R), R)$. El primer movimiento de este juego es tomar el dinero o esperar por el producto estocástico. Si el jugador escoge “tomar el dinero” entonces el pago esperado será $L(R)$. Sin embargo, si el empresario escoge “esperar” entonces la probabilidad de una producción exitosa es representada por movimientos de la naturaleza, la cual es denotada por N .

La naturaleza escoge una producción exitosa o no (en cuyo caso ocurre incumplimiento involuntario). Solamente si la naturaleza escoge un producción exitosa el juego continua con el movimiento de un empresario: El empresario incumple o no voluntariamente. El pago por el incumplimiento voluntario es L^α debido a que el incumplimiento voluntario es castigado con la imposibilidad de una nueva negociación.

⁵ Esta notación es solo por conveniencia. Los beneficios también pueden expresarse como $L^\alpha - L - rL$, donde r es la tasa de interés neta (es decir $R = 1 + r$).



En cambio, la estrategia de “cumplir” paga $L^\alpha - RL$ ⁶ más el valor presente esperado de las futuras negociaciones (V) el cual puede ser definido como:

$$V = E \left[\sum_{s=t+1}^{\infty} (L^a - RL) / H_t \right] \quad (3)$$

Proposición N° 1. El empresario nunca escoge “llevarse el dinero” como una estrategia.

Demostración. Debido a que el pago esperado de esperar es el máximo $\{L^\alpha, L^\alpha - RL + V\}$ y la oferta de capital de trabajo del inversionista es menor o igual que $\pi_t L^\alpha$, el pago de la estrategia de “llevarse el dinero” es menor que el pago de la estrategia de “esperar”. Q.E.D.

Proposición N° 2. El empresario escoge el incumplimiento voluntario sólo si $P_t \leq \frac{a}{f}$.

Demostración. El incumplimiento voluntario ocurre solo si el pago del incumplimiento supera al pago de la estrategia de cumplir. Entonces,

$$L^a \geq L^a - RL + E \left[\sum_{s=t+1}^{\infty} (L^a - RL) / H_t \right]$$

Resolviendo esta desigualdad y reemplazando (2) en ella, es posible obtener la condición mencionada anteriormente. Q.E.D.

Esta condición indica que si la probabilidad de cumplimiento esperada es menor que la elasticidad de la mano de obra, entonces el financiamiento de los proyectos productivos es inviable. Esta condición es distinta a la obtenida por Allen debido a que la tasa de descuento no es el mecanismo de estabilidad del modelo sino que, en esta versión del modelo, la estabilidad esta dada por el vector autoregresivo y la probabilidad de incumplimiento.

2.2 Comportamiento del inversionista

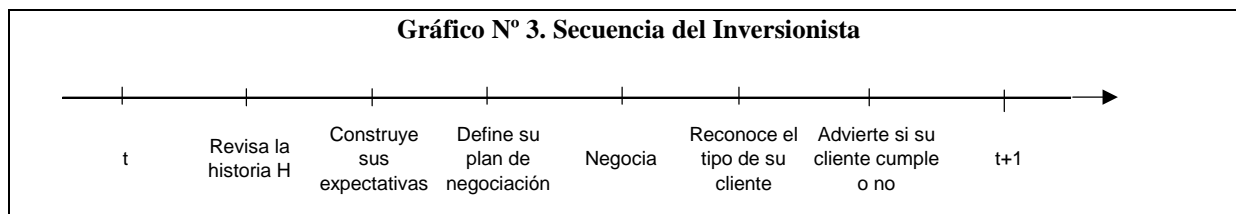
El problema del inversionista es decidir la oferta de capital de trabajo para el empresario. En cada periodo, todos los inversionistas reciben dotaciones equivalentes a una unidad de bien de capital, la cual -cuando es invertida- gana un retorno en términos del bien de consumo. Existen dos oportunidades de inversión: Una tecnología de almacenamiento la cual rinde 1 unidad de consumo por cada unidad de capital; y el proyecto del empresario el cual rinde un retorno aleatorio. El bien de capital es infinitamente divisible, cualquier porción de la producción puede ser invertida en almacenamiento y el remanente es automáticamente invertido en el proyecto de su empresario. Sin embargo, cuando las decisiones de inversión son realizadas luego de la negociación, no son posibles tales cambios, lo cual significa que las inversiones en el proyecto del empresario son irreversibles.

Los retornos aleatorios constituyen un proceso dinámico estocástico, el cual debe ser predicho por los inversionistas usando la misma información y el mismo modelo que los empresarios. El modelo supone que tanto los inversionistas como los empresarios tienen las mismas creencias sobre el proceso estocástico que

⁶ Es importante advertir que $L^\alpha \geq L$ debido a que el parámetro α esta entre 0 y 1, y -como se especificará en la siguiente subsección- que la dotación de capital (que es el máximo nivel de capital de trabajo) disponible para un inversionista es 1.



genera π_t . Como es presentado en el Gráfico N° 3, la predicción del proceso es el primer paso en la secuencia de eventos del inversionista típico.



El modelo asume el caso más simple en el cual no se produce intercambio entre inversionistas (autarquía), cada inversionista escoge su plan de oferta de capital. El inversionista representativo maximiza su utilidad esperada y resuelve la siguiente optimización restringida en el periodo t:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{I_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [p_t u(c_t) + (1-p_t) u(c'_t)] \\
 & \text{s.a.} \\
 & \quad c_t = (1 - I_t) \\
 & \quad c'_t = (1 - I_t) + R_t I_t \\
 & \quad p_t R_t > 1
 \end{aligned}$$

La asignación autárquica satisface las siguientes condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
 & p_t u'(1 - I_t) = (1 - p_t) u'(1 - I_t + R_t I_t) \\
 & \text{donde } I_t = 0 \quad \text{si } R_t < \frac{1}{p_t}
 \end{aligned}$$

Cuando la función de utilidad es logarítmica ambas condiciones se incluyen en el siguiente plan de inversión (oferta del capital de trabajo):

$$I_t = \frac{p_t R_t - 1}{R_t - 1}$$

Obviamente, el plan del inversionista considera que el préstamo es viable solo si la condición de cumplimiento se satisface o $p_t > \frac{a}{f}$.

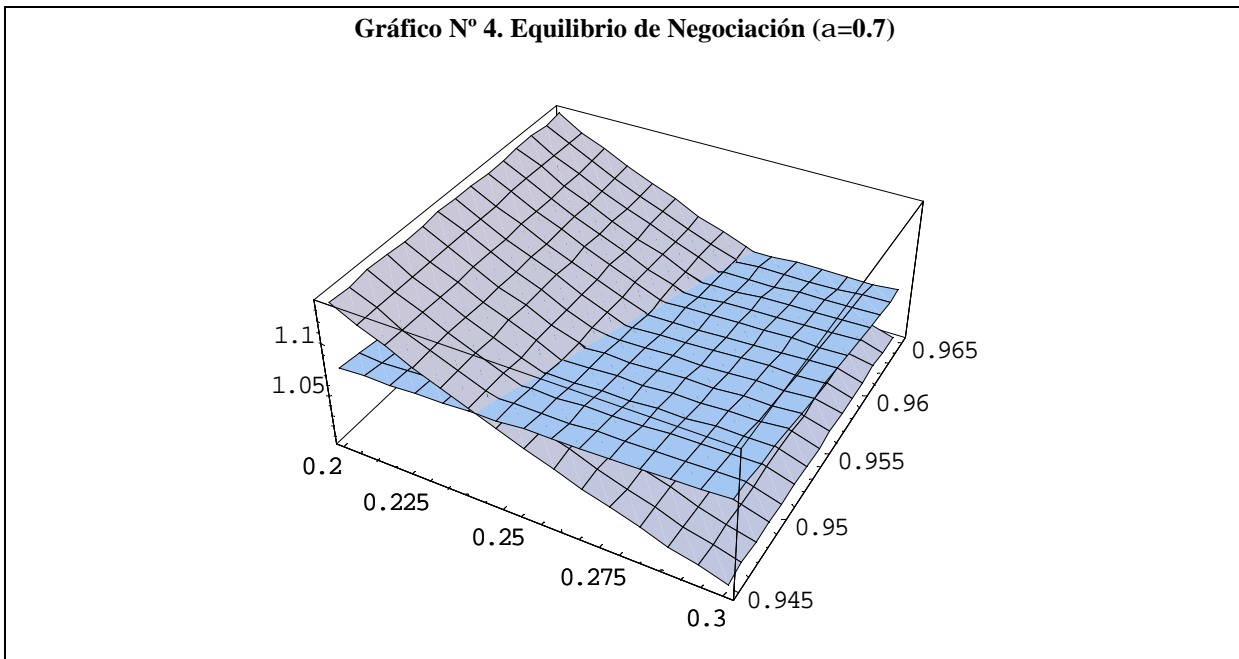
En el caso de un inversionista, esta condición significa que la mínima probabilidad de éxito (1- la máxima probabilidad de incumplimiento) es α/ϕ . Cuando la economía se encuentra por debajo de este nivel, no es viable invertir y se produce un retiro de inversionistas por ese periodo. De este modo, esta desigualdad constituye la condición de viabilidad para el financiamiento externo del proyecto del empresario.



3. El ejemplo

Un paso previo antes de calibrar contagio financiero es entender que clase de relación existe entre la tasa de interés, y la tasa de incumplimiento. Si el modelo considera funciones de utilidad logarítmicas para inversionistas y funciones de producción como L^α para empresarios es posible obtener una relación directa entre las tasas de interés y de incumplimiento.

El siguiente gráfico representa la simulación de la tasa de interés y los niveles de inversión del proyecto del empresario considerando valores del parámetro $\alpha = 0.7$ y diferentes tasas de incumplimiento. La tasa de interés bruta es representada en el eje vertical mientras que el eje horizontal representa el nivel de inversión (entre 0.2 y 0.3) y la probabilidad de éxito en la producción o 1 menos la tasa de incumplimiento (entre 0.94 y 0.97).

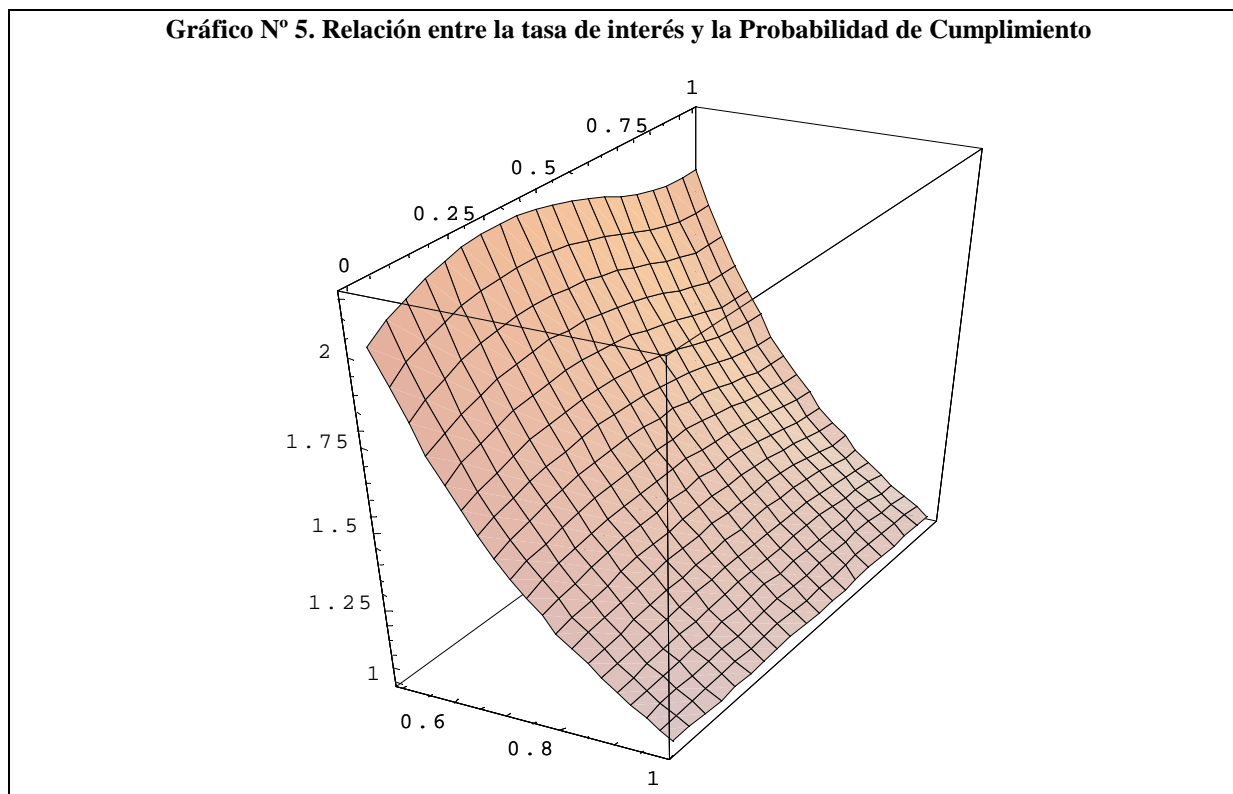


La línea producida por la intersección de ambas superficies representa la trayectoria de la tasa de interés bruta y el nivel de capital de trabajo (R,I) que resulta de la negociación bilateral entre el inversionista y el empresario para diferentes probabilidades de éxito en la producción. Por lo tanto, si el incumplimiento tiene una alta probabilidad entonces el contrato de deuda tiene una alta tasa de interés y un bajo nivel de inversión.

Repetiendo el ejercicio varias veces, es posible obtener la representación de las relaciones entre la tasa de interés bruta (eje vertical) y la probabilidad de éxito en la producción (primer eje horizontal con valores de 0.6 a 1) considerando diferentes valores del parámetro α (representado en el segundo eje horizontal con valores de 0 a 1). La simulación del modelo recogida en el Gráfico N°5 muestra una relación negativa y no lineal entre la tasa de interés y la probabilidad de éxito en la producción (uno menos la tasa de incumplimiento involuntario).



Gráfico N° 5. Relación entre la tasa de interés y la Probabilidad de Cumplimiento



Esta relación es la que nos permite explicar un efecto contagio cuando la tasa de incumplimiento toma valores elevados. Para entender esto analicemos el siguiente ejemplo. Cuando la probabilidad de cumplimiento cae de 1 a 0.8, la tasa de interés sube de 1 a 1.25. Sin embargo cuando la probabilidad se reduce de 0.8 a 0.6, la tasa de interés bruta se eleva de 1.25 a 1.75. Es decir, dado que la relación entre la probabilidad de éxito y la tasa de interés bruta no es siempre lineal, es claro que para algunos valores altos de la tasa de morosidad la correlación entre la tasa de interés y la probabilidad de incumplimiento es mucho mayor que la que se observa para valores menores de la tasa de morosidad. Este resultado es la clave para empezar a calibrar las variaciones en la tasa de interés entre países y reinterpretar la relación entre periodos de crisis (cuando la probabilidad de éxito es baja o cercana al valor crítico) y periodos de contagio (cuando la correlación entre las tasas es alta).

4. Calibrando contagio financiero

Para entender porque decimos que este modelo puede calibrar efectos de contagio es necesario reconocer que al menos hay tres variedades de eventos o tres tipos de muestras temporales que pueden ser identificadas como periodos de crisis:

- (i) “Periodos con una alta volatilidad en los mercados financieros”.
- (ii) “Periodos con una alta correlación en los mercados internacionales”.
- (iii) “Periodos con una alta probabilidad de incumplimiento de los contratos de deuda”.

A priori, cualquiera de estos criterios podría ser útil para definir crisis, y por lo tanto, cualquiera de ellos podría constituir un criterio para seleccionar muestras temporales como las que son necesarias para evaluar modelos internos (e.g. modelos de “Value at Risk”) en tiempos de crisis. De otro lado, los dos primeros criterios están relacionados por heterocedasticidad como es mostrado por Forbes y Rigobon (1999b) y Loretan y English (2000). Sin embargo, el vínculo que conecta el primer criterio y el tercero no ha sido tan estudiado por la literatura de contagio.



En las secciones anteriores, el objetivo fue definir una relación entre la tasa de interés bruta y la tasa de incumplimiento involuntario. Este capítulo trata de mostrar que sucede en términos de correlación y volatilidad cuando consideramos una muestra según el criterio (iii). Con el objetivo de calibrar contagio, se ha usado la metodología de Loretan y English (2000) con el objetivo de comparar los resultados típicos de la correlación en periodos de alta volatilidad y aquellos que resultan de aplicar este modelo. Imaginen dos países como si fuesen un par de parejas de empresarios e inversionistas. La probabilidad de éxito en los proyectos del país indexado por i es un paseo aleatorio:

$$p_t^i = p_{t-1}^i + e_t^i \quad e_t^i \rightarrow N(0,1) \quad (4)$$

Que es la ecuación (1) pero donde ϕ es igual a 1, y donde ε_t^i es un ruido blanco. La probabilidad de éxito en el otro país (indexada por j) es también un paseo aleatorio pero su término de perturbación está correlacionado con ε_t^i . En este caso el mejor modelo de predicción sería el siguiente:

$$\begin{aligned} p_t^j &= p_{t-1}^j + e_t^j \\ e_t^j &= 0.5e_t^i + \sqrt{0.75}v_t^j \quad v_t^j \rightarrow N(0,1) \end{aligned} \quad (5)$$

Hasta ahora se ha considerado un mecanismo de propagación idéntico al usado por Loretan y English (2000) y según el cual el término de error en el país i tiene una correlación de 0.5 con el término de error en el país j . Este mecanismo de propagación recrea una correlación «exógena», la cual ha sido construida como un «benchmark» contra el cual compararemos la correlación «endógena» que se deriva del modelo cuando se consideran altas tasas de morosidad. Es importante distinguir que mientras la correlación “exógena” se deriva de la correlación a-priori entre los errores de ambos países, la correlación “endógena” se debe a la no-linealidad del modelo que permite que la correlación entre las tasas de interés se incremente cuando las tasas de morosidad de los países son elevadas.

4.1 Construyendo los datos

Como primer paso, se construye una secuencia de pares aleatorios $\{\varepsilon_t^i, \varepsilon_t^j\}_{t=1, \dots, 1000}$, conformados por variables aleatorias normales estandarizadas. Luego, se reemplazan estas series estocásticas en el modelo descrito por las ecuaciones (4) y (5), y se obtienen dos series AR(1) que representan la probabilidad de éxito en cada uno de los países. Finalmente, usando como insumo estas probabilidades exógenas se proyectan las tasas de interés para mil periodos contemporáneos en los dos países usando la versión más sencilla del modelo y para parámetros $\alpha=0.90$ y $R=1.1$:

$$R_t^{i,j} = \begin{cases} \left[R_t^{i,j} \mid \frac{1}{R_t^{i,j}} + \frac{R_t^{i,j} - 1}{R_t^{i,j}} \left(\frac{0.90}{R_t^{i,j}} \right)^{1-0.90} = p_t^{i,j} \right] & \text{si } p_t^{i,j} > 0.90 \\ R_t^{i,j} = R & \text{si } p_t^{i,j} \leq 0.90 \end{cases} \quad \forall t=1,2,\dots,1000 \quad (6)$$

Según esta ecuación la tasa de interés puede encontrarse en uno de dos intervalos dependiendo del valor de la morosidad exógena predicha para cada periodo y cada país. Por ejemplo, si la morosidad predicha es 5% entonces la probabilidad de cumplimiento será $0.95 > 0.90$ y se producirá una negociación entre inversionistas y empresarios de la cual se obtiene una tasa de interés cuyo valor será tal que resuelva la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{R_t^{i,j}} + \frac{R_t^{i,j} - 1}{R_t^{i,j}} \left(\frac{0.90}{R_t^{i,j}} \right)^{1-0.90} = 0.95$$



Pero si, por ejemplo, la morosidad predicha es 30% entonces la probabilidad de cumplimiento será $0.70 < 0.90$ y no se producirá negociación alguna, los inversionistas retiraran temporalmente sus capitales, y los empresarios deberán recurrir a una fuente de financiamiento alternativa mucho mas costosa y que les exige un pago igual a R. Por lo tanto, las tasas de interés observadas por un analista pueden ser bajas o altas dependiendo de la probabilidad de incumplimiento esperada.

4.2 Calibrando el efecto contagio

Desde el punto de vista de un analista, para revelar la verdadera correlación entre ambos países, se deberá usar las primeras diferencias estandarizadas de la tasa de interés de ambos países (pues son la única variable observada) e interpretar ésta como la correlación entre $\{\Delta\pi_t^i, \Delta\pi_t^j\}_{t=1, \dots, 1000}$, bajo el supuesto de que la relación entre tasa de interés y morosidad es lineal. Como resultado de esta estimación se obtiene:

Dependent Variable: D(R_j)
 Method: Least Squares
 Date: 08/31/00 Time: 15:44
 Sample(adjusted): 2 1000
 Included observations: 999 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(R _i)	0.471	0.028	16.876	0.000
R-squared	0.222	Mean dependent var		0.000
Adjusted R-squared	0.222	S.D. dependent var		1.000
S.E. of regression	0.882	Akaike info criterion		2.588
Sum squared resid	776.432	Schwarz criterion		2.593
Log likelihood	-1291.622	Durbin-Watson stat		2.922
		Mean independent var		0.000
		S.D. independent var		1.000

Lo cual se aproxima bastante bien a la correlación del mecanismo de propagación exógeno (0.50). Este primer resultado nos indica que -como precisan Loretan y English (2000)- cuando se considera una muestra considerable se puede obtener el verdadero coeficiente de correlación sin complicarse demasiado con la forma funcional del modelo implícito que genera las tasas de interés. Sin embargo, los problemas surgen cuando el analista busca evaluar el modelo lineal en tiempos críticos («stress testing»), dado que en este caso deberá considerar alguna definición de crisis. El siguiente cuadro –similar al Cuadro N° 2- considera dos definiciones de crisis: Crisis como periodos de una alta volatilidad de mercado; y crisis como periodos con alta probabilidad de incumplimiento.

Indicadores	Población	Muestra con Alta Volatilidad	Muestra con Baja Probabilidad de Cumplimiento		
		$ \Delta R_i > 1.96$	$\pi_i < 0.95$ y $\pi_j < 0.95$	$\pi_i < 0.945$ y $\pi_j < 0.945$	$\pi_i < 0.94$ y $\pi_j < 0.94$
Observaciones	999	59	329	159	59
Correlación ($\Delta R_i, \Delta R_j$)	0.47	1.24	0.58	0.70	0.79
Desv. Estand. ΔR_i	1.00	1.42	0.89	0.88	0.83



Al seleccionar una muestra de datos con alta volatilidad ($|\Delta Ri| > 1.96$) observamos que la correlación obtenida (1.24) supera la correlación extraída de la población (0.47). Hasta ahora este resultado es el mismo que se obtiene en Loretan y English (2000) y se explica como consecuencia del problema de la elevada desviación estándar (1.42).

Sin embargo, es interesante observar las muestras con una alta probabilidad de incumplimiento. En estas tres muestras se encuentra un incremento en la correlación (de 0.58 a 0.79). Pero esta mayor correlación no se puede explicar como resultado de una elevada desviación estándar (que es menor que 1) sino que se trata de un efecto del mecanismo de apreciación del modelo según el cual una alta morosidad esta asociada a altas tasas de interés y a mayores variaciones de la misma. Esto explicaría el fenómeno observado tanto en los datos simulados del Cuadro N° 4 como en los datos reales del Cuadro N° 2.

Al compararlos observamos que las calibraciones derivadas del modelo descrito en este trabajo se asemejan al efecto contagio realmente observado. El efecto contagio justamente se origina porque el analista comete un error de especificación pues el modelo es no lineal, discontinuo y considera las tasas de interés y las tasa de morosidad, mientras que su estimación es lineal y solo considera las tasas de interés. En pocas palabras: El ejemplo mostrado permite calibrar contagio financiero.

5. Implicancias y conclusiones

Las series financieras internacionales sufren un comportamiento conocido como contagio, este comportamiento se refleja en un aumento de la correlación en tiempos de crisis. Sin embargo, para una serie de estudios este aumento se debe a un problema estadístico derivado de la volatilidad, es decir es un efecto “contagio” debido al problema de heterocedasticidad. Para corregir esa ilusión de contagio y descubrir la verdadera correlación, se han propuesto varios métodos. Uno de ellos es el filtro propuesto por Forbes y Rigobon (1999b), el otro es el método sugerido por Loretan y English (2000), el cual consiste en ampliar la muestra de modo que también se incluyan periodos con baja volatilidad⁷.

Pero ¿Qué sucede si luego de aplicar el filtro, o si al incluir una muestra adicional de baja volatilidad, todavía se mantiene una alta correlación? Dado que la volatilidad ya no puede ser una explicación, la pregunta que surge es ¿Qué explica este incremento en la correlación?. Dado que esta pregunta surge en las arenas de la estimación del fenómeno de contagio decidimos construir un modelo que nos permitiese generar muestras de cuya calibración resulte un efecto contagio que no este vinculado a una alta volatilidad. Este fue el objetivo de la investigación.

Inspirado en un modelo de Allen (1983), este trabajo estudia una economía simple en el cual la negociación bilateral entre inversionistas y empresarios neutrales al riesgo determina los términos de un contrato de deuda: tasa de interés y monto de la deuda. La probabilidad de incumplimiento (uno menos la probabilidad de éxito en la producción) determina la tasa de interés de este contrato; sin embargo, si esta probabilidad se incrementa por encima de un nivel dado, el equilibrio bilateral entre inversionistas y empresarios podría no existir. Esa situación permite sugerir una definición de crisis: un conjunto de periodos en los cuales la probabilidad de incumplimiento se acerca al nivel máximo tolerado por los inversionistas.

Con este resultado se simula una situación en la cual existe un mecanismo de propagación explícito entre la probabilidad de dos empresarios (dos países) y luego se trata de encontrar «*shift-contagion*» sin la presencia de heterocedasticidad. Esto es posible porque el modelo presenta una relación no lineal entre tasas de interés y morosidad, la cual genera que similares variaciones en la tasa de morosidad puedan derivar en distintos cambios de la tasa de interés, observando una mayor correlación entre estas variables cuando la tasa de morosidad es alta, y una menor correlación entre estas variables cuando la morosidad es baja. El ejercicio concluye, entonces, que el efecto contagio se obtiene por un error de especificación dado que el verdadero modelo no es lineal y considera la tasa de morosidad.

⁷ Una desventaja del método de Loretan y English (2000) es que no permite hallar los coeficientes de correlación durante periodos críticos, los cuales son necesarios en modelos de “*stress testing*”.



Quizás la principal implicancia de este ejercicio de calibración puede resumirse en la siguiente proposición: Cuando se encuentra una alta correlación entre dos países sin observar una alta varianza en el mismo periodo, entonces esta mayor correlación puede ser considerada como un indicador de una alta probabilidad de incumplimiento, variable que en muchos casos no es fácilmente detectada. Por ejemplo, cuando se observa la evolución del coeficiente de correlación ajustado –según sugieren Forbes y Rigobon (1999b)— entonces un periodo con un alto coeficiente de correlación ajustado puede ser interpretado como un periodo con una alta probabilidad de incumplimiento implícita en los contratos de deuda. Esta implicancia es útil porque en la medida que dicha información -sobre la tasa de incumplimiento- sea escasa, entonces se podrá construir un indicador aproximado de esta probabilidad usando información que sí es frecuente y con muestras mucho mayores, como sucede en el caso de la tasa de interés. La construcción de una serie de indicadores de alerta temprana basados en estas probabilidades puede ser el objeto de futuras investigaciones.

6. Bibliografía

Allen, F. (1983), «Credit Rationing and Payment Incentives», Review of Economic Studies Vol. 50(4) p. 639-646.

Calvo, G. (1999), «Contagion In Emerging Markets: When Wall Street is a Carrier». Documento presentado en la Reunión AEA 1999, New York .

Forbes K. y R. Rigobon (1999a), «Measuring Contagion: Conceptual and Empirical Issues». Documento presentado en la Conferencia “Contagion: How It Spreads and How It Can Be Stopped?” organizada por el Banco Mundial, FMI, y BID.

Forbes K. y R. Rigobon (1999b), «No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Co-movements», NBER, Working Paper N° 7267.

Kaminsky, G. y C. Reinhart (2000), «On Crises, Contagion, and Confusion», Journal of International Economics. Vol. 51 (1) pp. 145-168. Junio.

Loretan M. y W. English (2000), «Special Feature: Evaluating changes in correlation during periods of high market volatility», BIS Quarterly Review, June 1994.

Mishkin, F. (1996), «Understanding Financial Crises: a developing Country Perspective», En: Bruno M. and B. Pleskovic, Annual World Bank Conference on Development Economics 1996.

Valdés, R. (1997) «Emerging Market Contagion: Evidence and Theory», Banco Central de Chile, Documento de Trabajo No7, Marzo 1997.