Memoria Larga y No Linealidades en la Inflación Peruana

Giovanni Caggiani (University of Padua)
Efrem Castelnuovo (University of Padua)
Gabriel Rodríguez (BCRP)

XXVI Encuentro de Economistas
Banco Central de Reserva del Perú

26-28/11/2008

Objetivos

- Investigar las propiedades dinámicas de la inflación a nivel agregado y desagregado usando el enfoque basado en la función de autocorrelación (ACF). Dos propiedades de interés; Granger y Ding (1996):
  - Potencial larga memoria;
  - Presencia de no linealidades; Caballero y Engel (1993, 2003, 2007), Ratfai (2006)

Motivación (1)

- Series temporales financieras y macroeconómicas pueden tener una estructura de dependencia complicada que puede no ser adecuadamente modelada con un proceso lineal
- En un proceso AR(1), bajo el supuesto que el coefficiente autoregresivo sea menor a la unidad, la función de autocorrelación es estrictamente convexa y decae a cero a una tasa exponencial
- Considere el proceso agregado como la suma ponderada de unidades individuales:

$$y = \sum_{i=1}^{N} h_i y_i \tag{1}$$

- Si las unidades (sectores) no están correlacionadas pero son persistentes y heterogéneas, Granger (1980) mostró que si $h_i = 1$ para todo i (sector), la serie agregada y tiene larga memoria con función de autocorrelación estrictamente convexa y que decae a cero a una tasa hiperbólica
- El resultado es generalizado al caso que $\sum h_i = 1$ (Chambers, 1998) y al caso de procesos ARMA individuales (Zaffaroni, 2004)

Motivación (2)

- Agregación de unidades (sectoriales) heterogéneas y correlacionadas introduce larga memoria y non linealidades; Granger y Ding (1996)
- Fuentes de heterogeneidad:
  - Diferencias en las reglas de fijación de precios a nivel sectorial; Gadea y Mayoral (2005), Carvalho (2006);
  - Formación de expectativas. Ellas pueden adaptarse lentamente a nivel individual (Gagnon, 1996). Aún cuando ellas pueden adaptarse rápidamente, ellas pueden ser muy heterogéneas entre los agentes (Mankiw, Reis y Wolfers, 2004);

- En el contexto macroeconómico, dos aspectos adicionales a tener en cuenta:
  - Existen correlaciones cruzadas entre las unidades (sectores);
  - Variables macroeconómicas son construidas sumando los niveles y no los logaritmos de las unidades (sectores). Es decir

$$\widetilde{y} = \ln[\sum_{i=1}^{N} h_i \exp(y_i)] \tag{2}$$

lo cual es diferente al proceso dado por (1). El proceso dado por (2) es una función no lineal de las series individuales (sectoriales) y sus propiedades dinámicas pueden ser muy diferentes de aquellas dadas por (1).

- Resultados de Attanasio y Weber (1993), Abadir y Talmain (2002):
  - El sólo hecho de usar un promedio geométrico es responsable del decaímiento hiperbólico de la ACF;
  - Agregando de acuerdo a (2) produce cambios en la concavidad de la ACF. Esto es diferente de lo que predice un modelo ARFIMA, es decir el resultado de una agregación de tipo (1);

Otra Motivación

- Considere el modelo de precios rigidos de Rothemberg (1982). Cada firma enfrenta costos cuadráticos de ajuste de precios.
- La dinámica de los precios sectoriales es

$$p_{it} = \phi_i p_{it-1} + (1-\phi_i) p^*_{it} \quad (3)$$
$$p^*_{it} = \mu + p^*_{it-1} + \sigma_i u_t \quad (4)$$

donde

  - p_{it} ($ln\ P_{it}$) es el nivel actual de precios de la firma i al periodo t;
  - p^*_{it} ($ln\ P^*_{it}$) es el nivel de precios óptimo de la firma i al periodo t;
  - u_t es un choque inflacionario distribuido Normalmente;

- Para obtener la inflación sectorial diferenciamos (3):

$$\pi_{it} = \Delta p_{it} = \phi_i \Delta p_{it-1} + (1-\phi_i) \Delta p^*_{it} \quad (5)$$

- Asumiendo (de manera simplificada) una distribución uniforme para las ponderaciones $h_i = 1/N$ para cada i, el IPC es

$$\begin{aligned} P_t &= N^{-1} \sum_{i=1}^{N} P_{it} \\ &= N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \exp(p_{it}) \end{aligned} \tag{6}$$

- La inflación agregada es

$$\begin{aligned} \pi_t &= \ln[N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \exp(p_{it})] - \ln[N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \exp(p_{it-1})] \\ &= N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \pi_{it} + R_t \neq N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \pi_{it} \end{aligned} \tag{7}$$

  donde R_t es un residuo sin derivación analítica en forma exacta.
- El hecho que $\pi_t \neq N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \pi_{it}$ implica que la inflación es potencialmente diferente de un modelo ARFIMA(p,d,q).

Estimación (1)

- Primer enfoque: usar un modelo AR(p) ampliamente usado para medir persistencia de inflación:

$$\pi_t = \phi_0 + \phi_1 \pi_{t-1} + ... + \phi_p \pi_{t-p} + \epsilon_t \tag{8}$$

donde $\{\epsilon_t\} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$;

- La ACF de (8) es denotada por ρ_τ^{AR} y sus primeros valores p están dados por las ecuaciones de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1^{AR} & \rho_2^{AR} & \dots & \rho_{p-1}^{AR} \\ \rho_1^{AR} & 1 & \rho_1^{AR} & \dots & \dots \\ \rho_2^{AR} & \rho_1^{AR} & 1 & \dots & \rho_2^{AR} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \rho_1^{AR} \\ \rho_{p-1}^{AR} & \dots & \rho_2^{AR} & \rho_1^{AR} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \dots \\ \phi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1^{AR} \\ \rho_2^{AR} \\ \rho_3^{AR} \\ \dots \\ \rho_p^{AR} \end{bmatrix} \tag{9}$$

- Expresión (9) es un sistema de p ecuaciones en los p valores de $\{\rho_1^{AR}, \rho_2^{AR}, ..., \rho_p^{AR}\}$. Esto puede ser determinado de manera única. Los valores restantes ρ_τ^{AR} están dados por la fórmula recursiva

$$\rho_\tau^{AR} = \phi_1 \rho_{\tau-1}^{AR} + ... + \phi_p \rho_{\tau-p}^{AR} \tag{10}$$

para todo $\tau > p$.

Estimación (2)

- Segundo enfoque: modelización directa de la ACF de un serie temporal potencialmente no estacionaria

$$\rho_{\tau}^{ACT} = \frac{1 - a[1 - \cos(\omega\tau)]}{1 + b\tau^{c}} \tag{11}$$

donde el numerador controla las oscilaciones de la ACF y el denominador regula la disminución de la memoria. Más exactamente:

  - c es el parámetro que mide la tasa de caída;
  - b regula el impacto o la pendiente de la ACF;
  - a regula el impacto de las oscilaciones;
  - ω controla la frecuencia de las oscilaciones.

- Marco teórico usado: Abadir y Talmain (2002), Abadir, Caggiano y Talmain (2005). A esto denominaremos enfoque ACT

Etapas

- Calcular la función de autocorrelación (ACF). Usamos definición que toma en cuenta potencial no estacionariedad en la media (diferente definición a los libros de texto);
- Identificación del retardo para el cual la ACF deviene estadísticamente no diferente de cero. Debido al alto grado de incertidumbre en la estimación muestral de la ACF de series con potenciales *colas planas*, se usa el método de Boostrap propuesto por Politis y Romano (2004);
- Estimación de la ACF usando el enfoque AR;
- Estimación de la ACF usando el enfoque ACT;
- Comparación entre métodos.

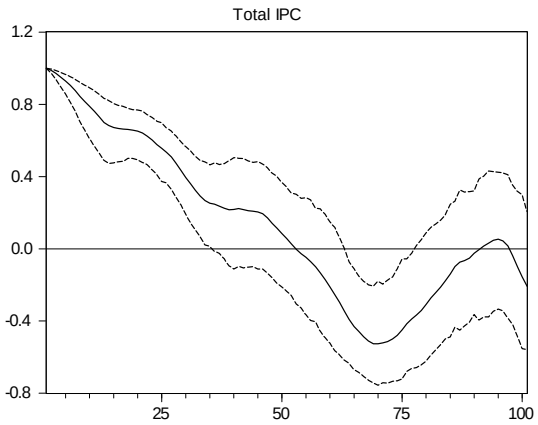
Datos

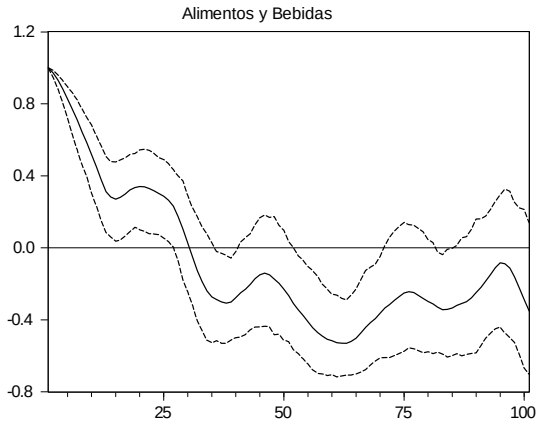
- Información de precios a nivel agregado (IPC), grupos (alimentos y bebidas, vestido y calzado,...,otros bienes y servicios), subgrupos y productos.
- Información mensual 1994:12-2008:08.
- Inflación medida como $\pi_{jt} = 100 \times [\ln(P_{jt}) - \ln(P_{jt-12})]$ donde j denota la unidad (agregado, grupo, subgrupo, producto).

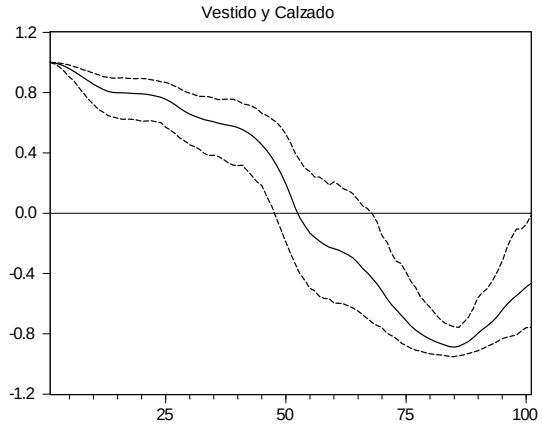
Resultados (1)

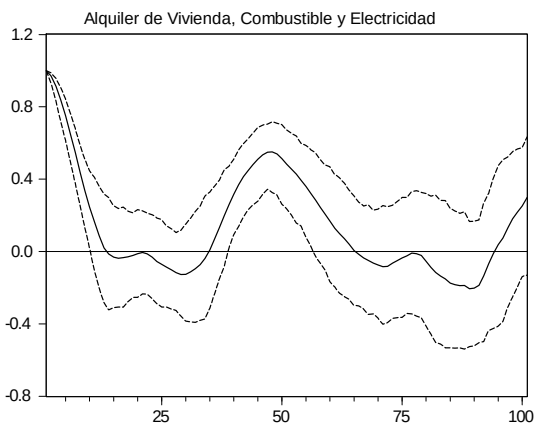
- Persistence de la ACF es mucho mayor en unidades agregadas (IPC) o sub-agregadas (grupos) que en a nivel de productos;
- La selección del rezago óptimo (la ACF es estadísticamente cero) es muy heterogéneo;
- Estimaciones basadas en ACT son mejores que las basadas en AR(p): gráficamente y minimizando el SIC

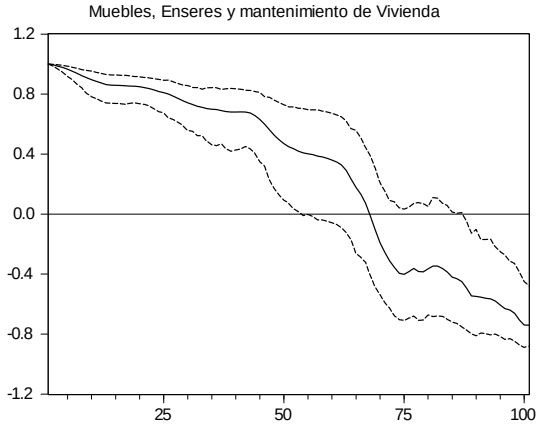
Resultados (2): ACF e Intervalos de Confianza (IPC y Grupos)

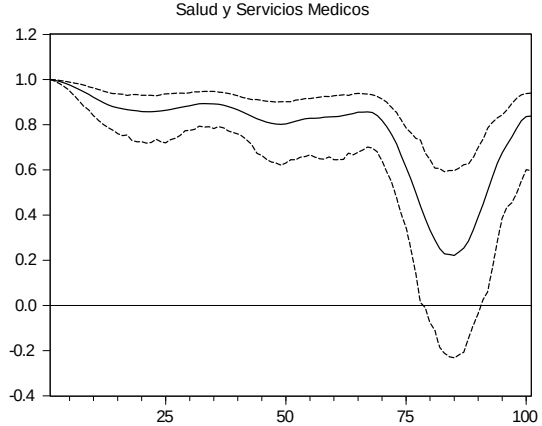


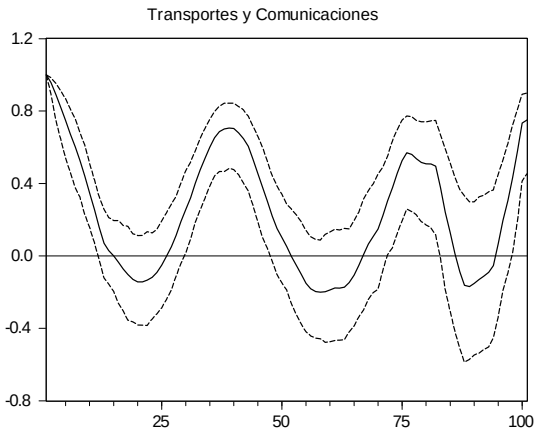


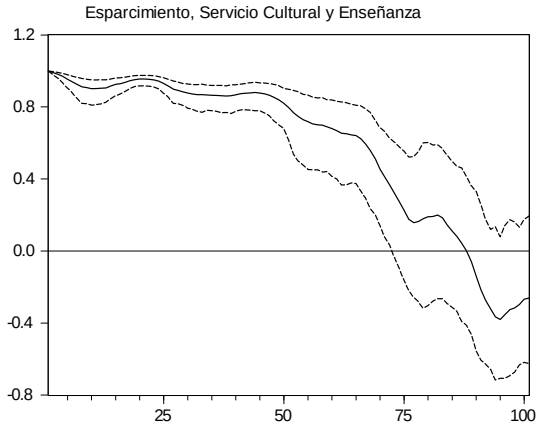


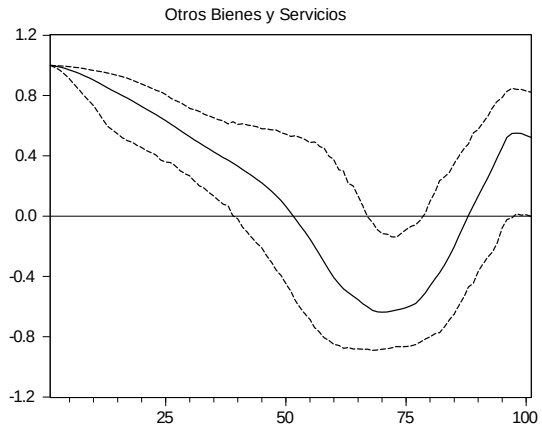




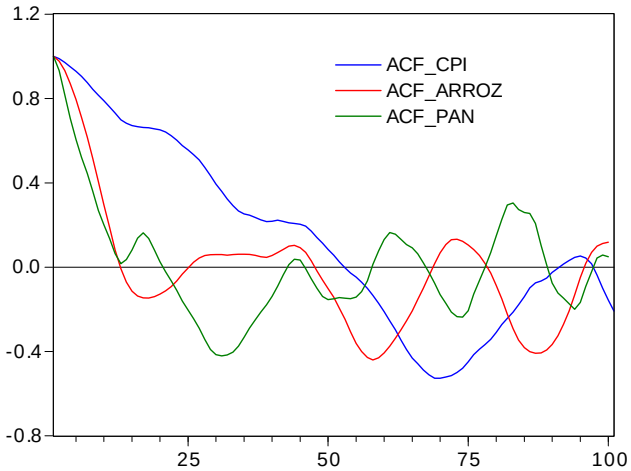


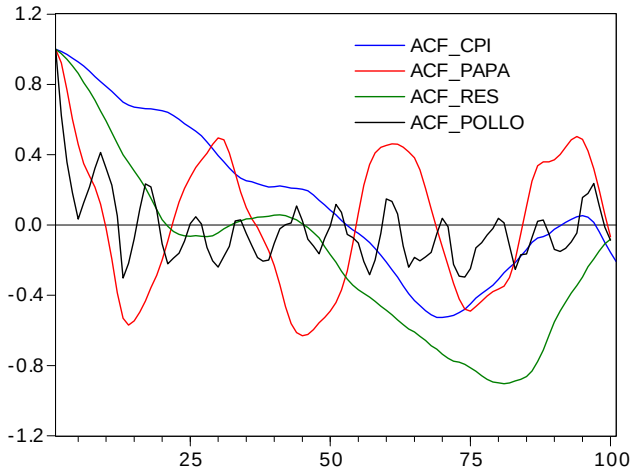

Transportes y Comunicaciones
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
25
50
75
100

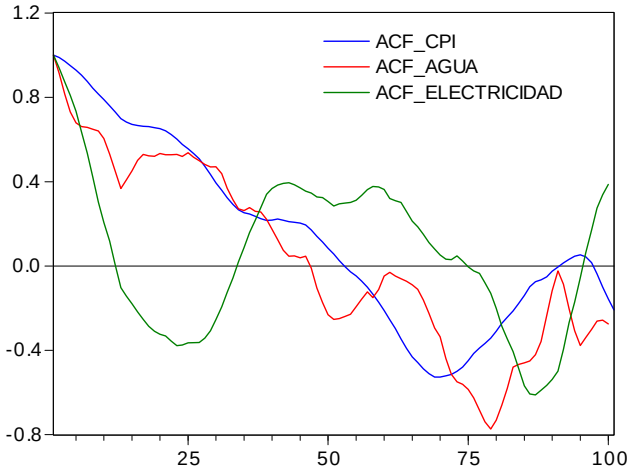

Esparcimiento, Servicio Cultural y Enseñanza
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
25
50
75
100

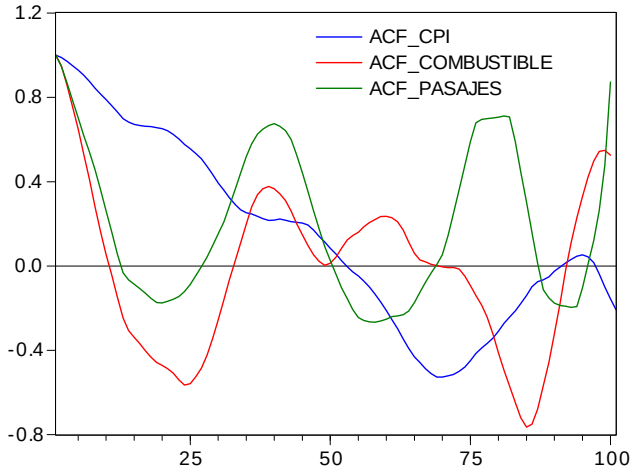

Otros Bienes y Servicios
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
-1.2
25
50
75
100

Resultados (3): ACF del IPC y algunos productos

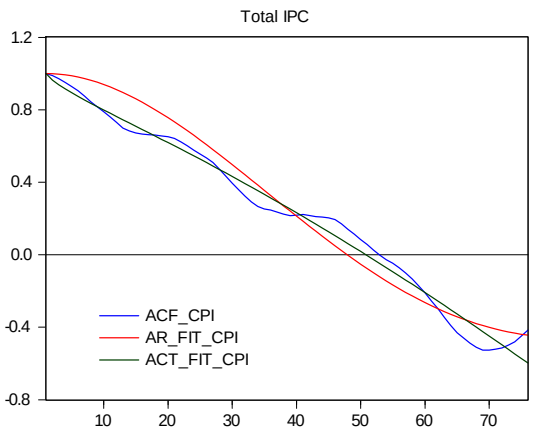


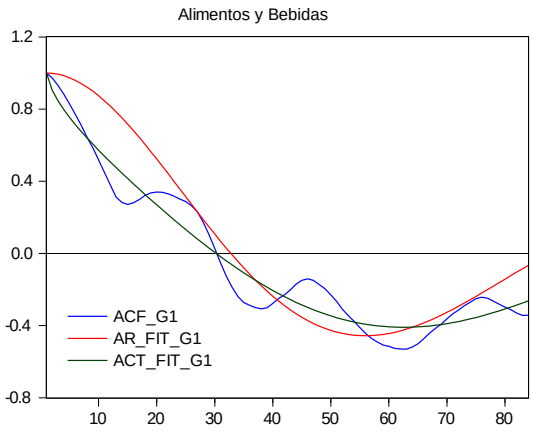


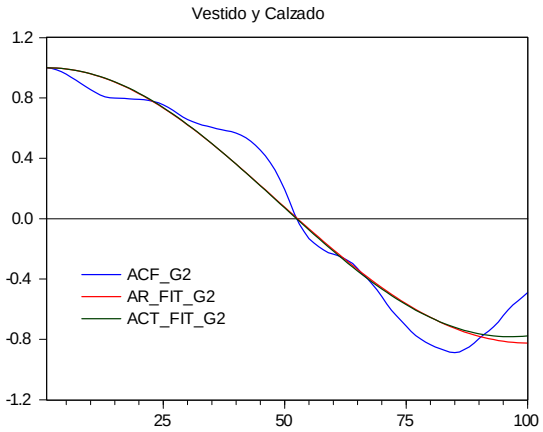


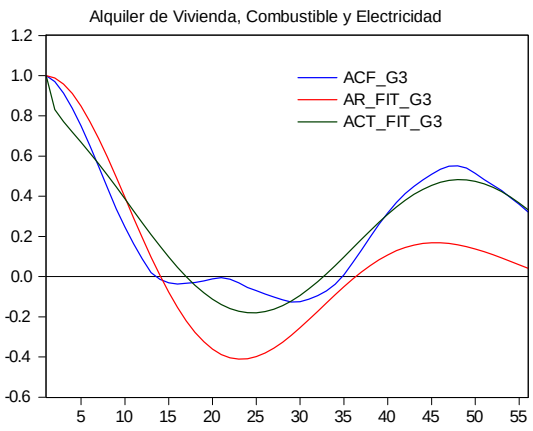


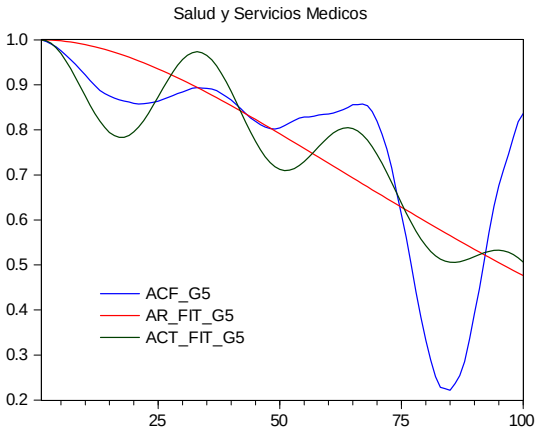
Resultados (4): Estimación AR y ACT (IPC y Grupos)

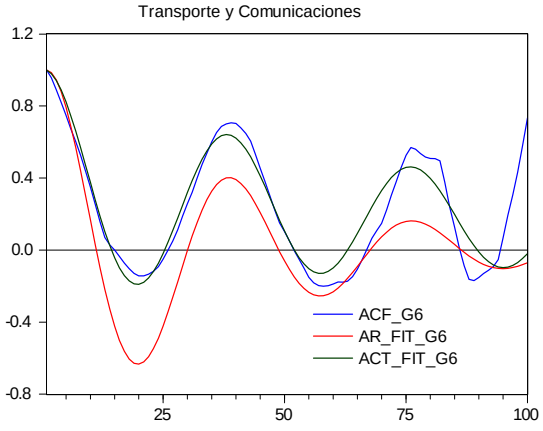




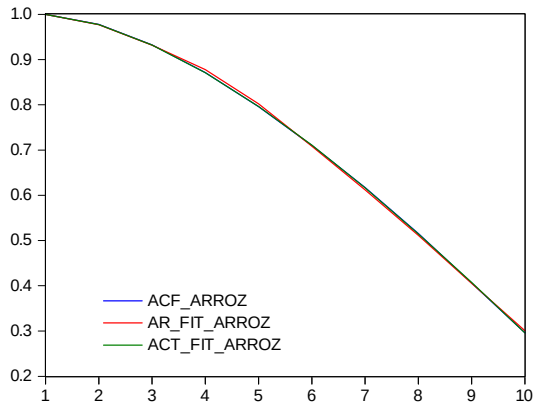


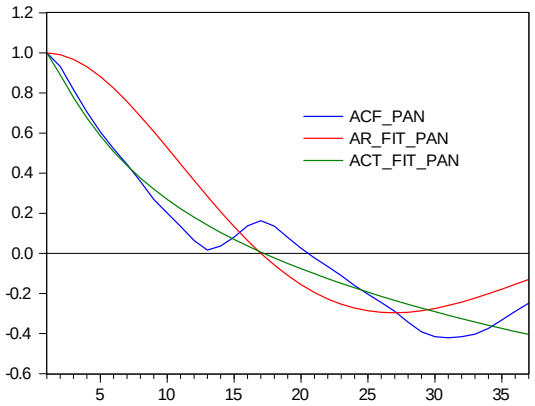


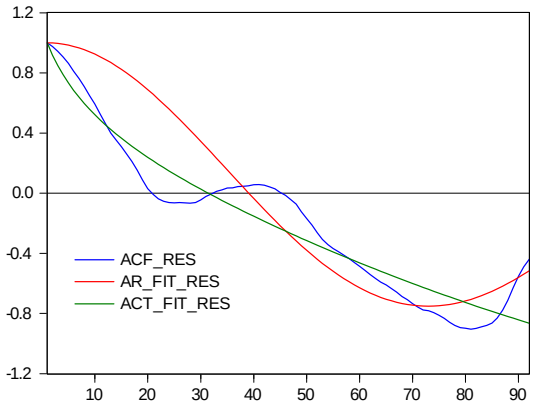


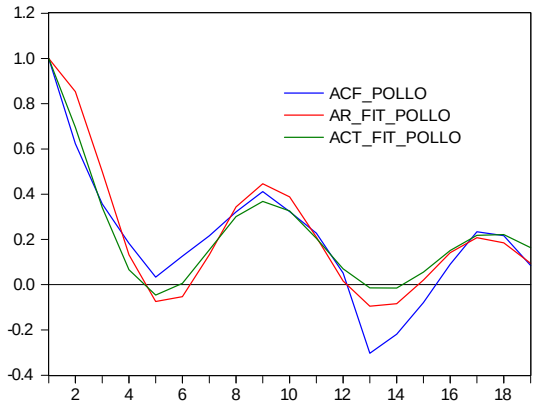


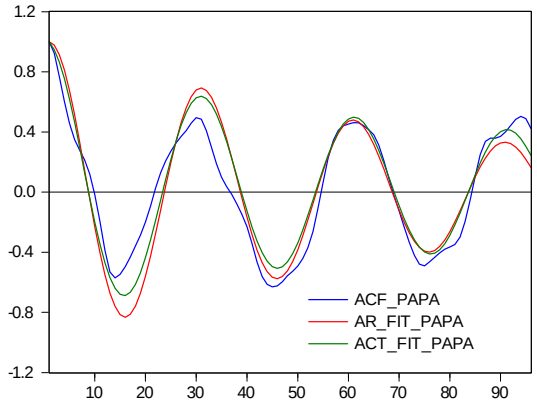
Resultados (5): Estimación AR y ACT (algunos productos)

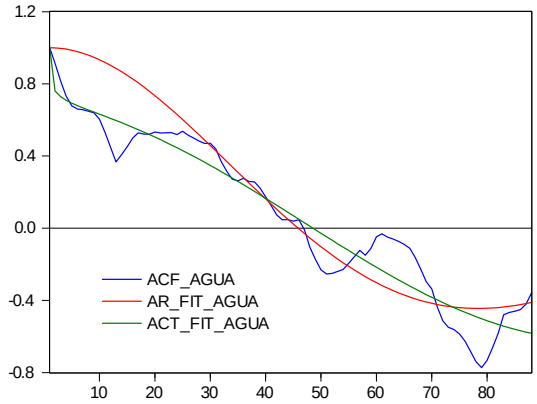


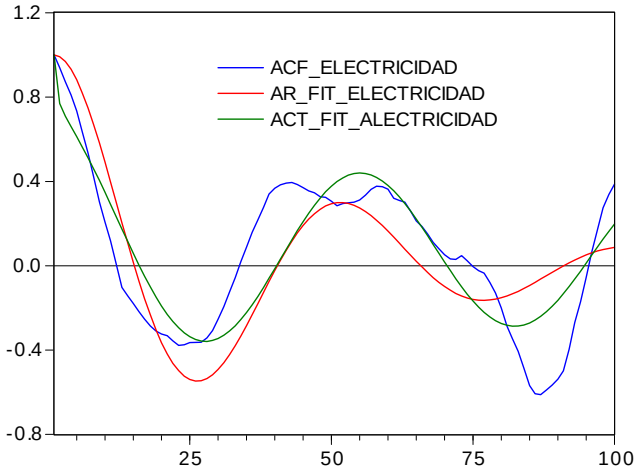


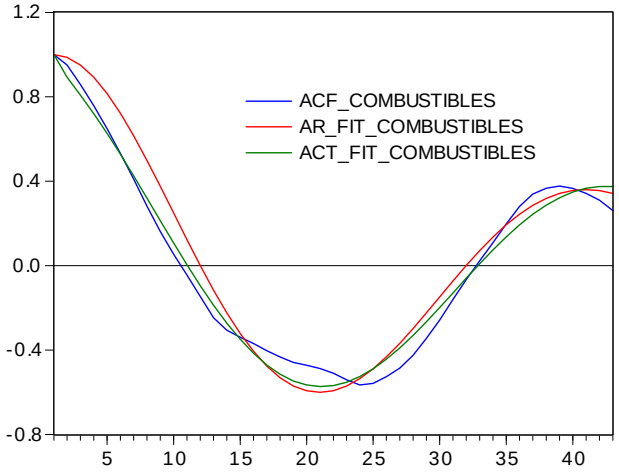


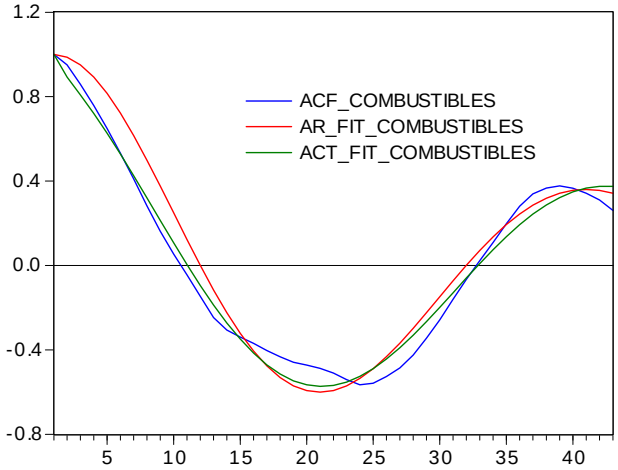


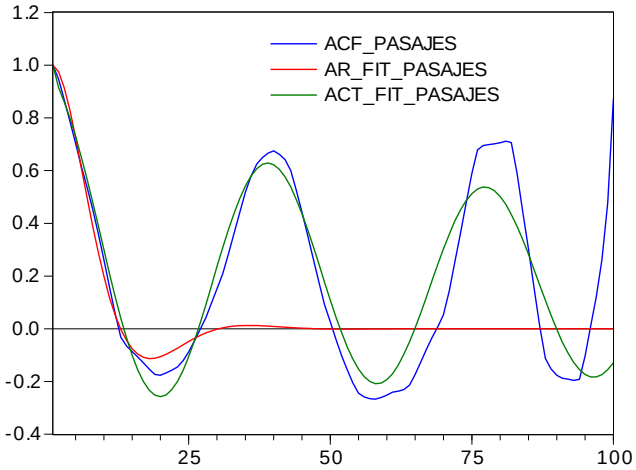





ACF_ELECTRICIDAD
AR_FIT_ELECTRICIDAD
ACT_FIT_ALECTRICIDAD
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
25
50
75
100


ACF_COMBUSTIBLES
AR_FIT_COMBUSTIBLES
ACT_FIT_COMBUSTIBLES
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
5
10
15
20
25
30
35
40


ACF_COMBUSTIBLES
AR_FIT_COMBUSTIBLES
ACT_FIT_COMBUSTIBLES
1.2
0.8
0.4
0.0
-0.4
-0.8
5
10
15
20
25
30
35
40


ACF_PASAJES
AR_FIT_PASAJES
ACT_FIT_PASAJES
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
25
50
75
100

Estimados AR y ACT por Grupos

Grupos	τ^*	AR			ACT
		p	$\sum_{i=1}^{p} \widehat{\phi}_i$	SIC	SIC
Total IPC	76	3	0.998	-4.271	-5.436
Alimentos y Bebidas (G-1)	84	2	0.996	-3.246	-4.433
Vestido y Calzado (G-2)	100	2	0.999	-4.008	-3.992
Alq. Vivienda, Comb. y Electricidad (G-3)	56	2	0.979	-2.658	-4.568
Muebles, Enseres y Mant. Vivienda (G-4)	100	2	0.999	-4.602	-4.704
Cuidado Salud y Serv. Médicos (G-5)	100	2	0.999	-3.792	-4.095
Transporte y Comunicaciones (G-6)	100	2	0.972	-2.443	-3.592
Esparc., Serv. Cultural y Enseñanza (G-7)	72	2	0.999	-5.880	-5.984
Otros Bienes y Servicios (G-8)	78	2	0.998	-5.220	-5.241

Estimados AR y ACT por Productos

Productos	τ^*	AR			ACT
		p	$\sum_{i=1}^{p} \widehat{\phi}_i$	SIC	SIC
IPC	76	3	0.998	-4.271	-5.436
Arroz	10	4	0.947	-10.013	-13.473
Pan	37	2	0.984	-3.045	-4.553
Carne de Res	92	2	0.998	-2.349	-3.582
Carne de Pollo	19	3	0.935	-3.971	-3.855
Papa	96	2	0.956	-3.421	-3.760
Agua	88	2	0.998	-3.130	-4.013
Electricidad	100	4	0.984	-2.685	-3.157
Combustibles	43	2	0.975	-4.244	-5.235
Pasajes	100	2	0.973	-2.477	-3.356
Teléfono	55	2	0.983	-6.420	-7.322

Conclusiones

- Presencia de memoria larga y potenciales no linealidades a nivel agregado (IPC y grupos de bienes);
- Mejor performance de la estimación basada en ACT. Esto es claro a nivel agregado.
- Lo anterior permite decir que el enfoque ACT logra capturar de mejor manera las características de larga memoria y no linealidades en las series.
- Como el IPC es construido agregando un largo número de precios individuales, a menos que el grado de heterogeneidad al nivel individual sea muy poco importante, el resultado de Granger (1990) se aplica a nivel agregado; Altissimo, Mojon y Zaffaroni (2007). Lo que observamos es que el alto grado de heterogeneidad y persistencia presente en los datos dan las condiciones para que dicho resultado se aplique.