Efecto del dinero digital en la liquidez bancaria y la oferta monetaria

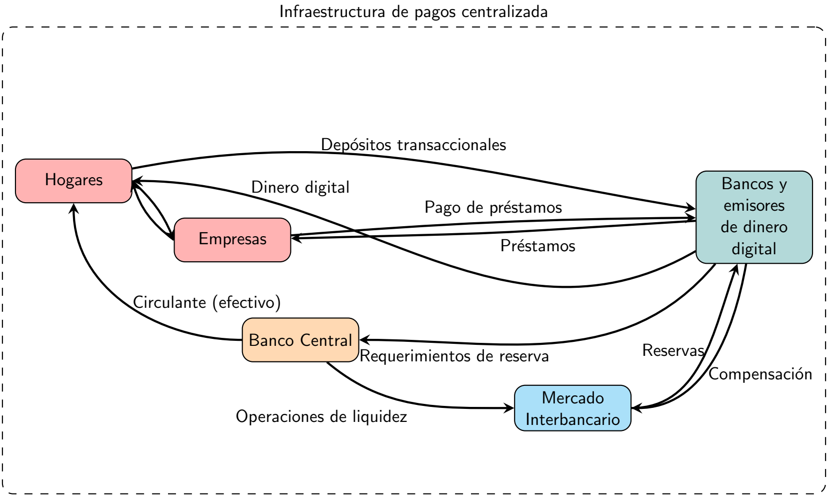
Diego Rafael Gil Oré   Paul Castillo

Pontificia Universidad Católica del Perú
Facultad de Ciencias Sociales
Economía

17 de octubre de 2025

contenido

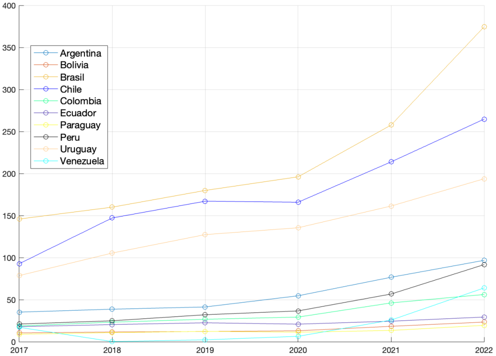
introducción



Introducción

¿Está sustituyendo el dinero digital al circulante?

Figura: Volumen de Transacciones Reales con Dinero Digital Per cápita

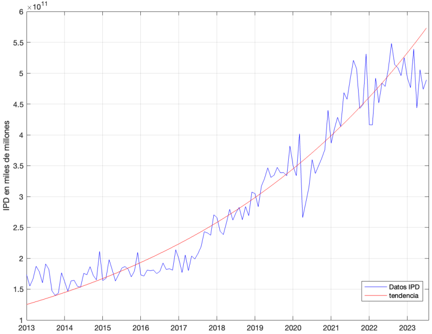


El volumen de transacciones consideradas son las de pagos minoristas con dinero digital ajustadas por inflación.
Fuente: Banco Central de Reserva del Peru (BCRP). Elaboración propia.

Introducción

¿Cuál sería el impacto de un aumento en el uso de cuentas transaccionales?

Figura: Indicador de Pagos Digitales



Fuente: Banco Central de Reserva del Peru (BCRP). Elaboración propia.

Estado actual de conocimientos

Empírico

Mumtaz, M, & Smith, Z. (2020) Empirical examination of the role of fintech in monetary policy. Pac Econ Rev, 25, 620–640. *https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1111/1468-0106.12319*

Luo, S. Guangyou Z. & Jinpeng Z. (2021). The Impact of Electronic Money on Monetary Policy: Based on DSGE Model Simulations. Mathematics, 20(9) 2614. *https://doi.org/10.3390/math9202614*

Teórico

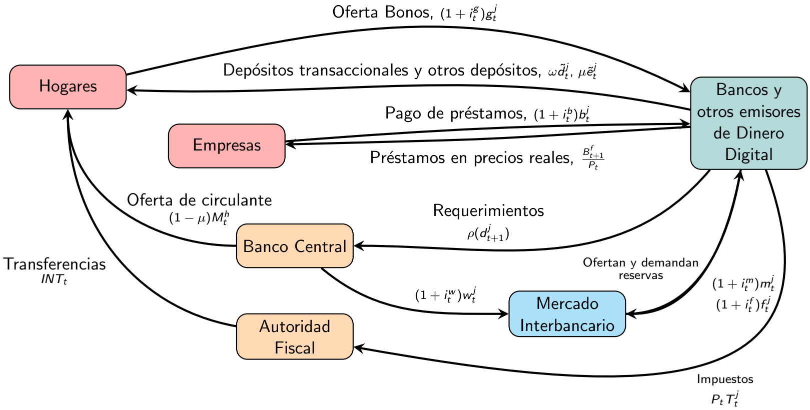
Yao, H., Zhang, W., & Wu, Z. (2024). Monetary policy rule under rare events: With implications by digital finance development. Pacific-Basin Finance Journal, 85(102376). https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2024.102376

Le, A., Copestake, A., Tan, B., Papageorgiou,E., Peiris, S. (2023). Macro-Financial Impacts of Foreign Digital Money. International Monetary Fund. 23(249). https://ssrn.com/abstract=4663315

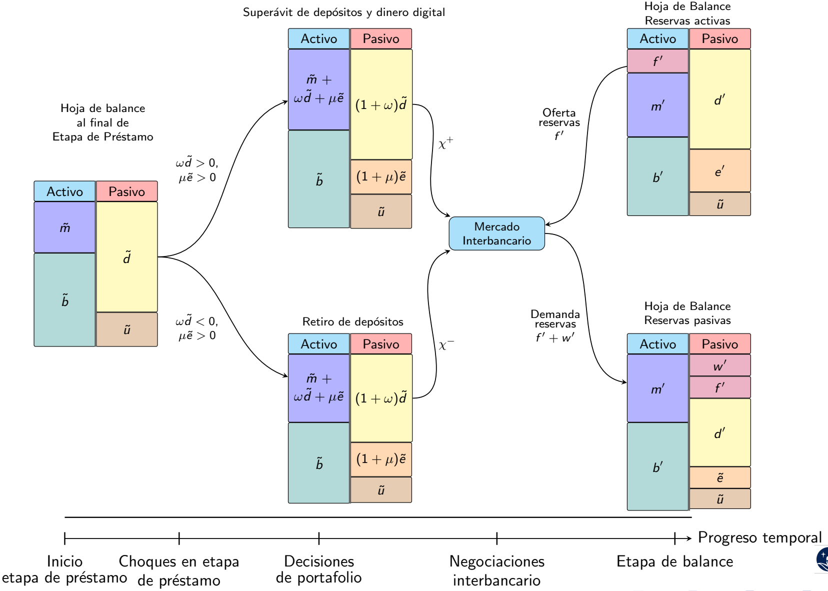
Bianchi, J. & Bigio, S., (2022). Banks, Liquity Managment and Monetary Policy. Econometrica, 90(1), 391- 454. https://doi.org/10.3982/ECTA16599

PUCP

Modelo teórico esquema del equilibrio general



Hoja de Balance de un Banco



$\omega_t^j \tilde{d}_{t+1}^j$
shock depósitos

$\mu_t^j \tilde{e}_{t+1}^j$
shock dinero digital

$(\tilde{g}_{t+1}^j - g_{t+1}^j)$
bonos

$\tilde{m}_{t+1}^j$
reservas previas

$\rho\,[\tilde{d}_{t+1}^j(1+\omega_t^j) + \tilde{e}_{t+1}^j(1+\mu_t^j)]$
requerimiento mínimo

$+\frac{1+i_t^d}{1+i_t^m}$ $\quad + \frac{1}{1+i_t^m}$ $\quad +$ $\quad +$ $\quad (-)$

$$s^j = \tilde{m}_{t+1}^j + \frac{1+i_t^d}{1+i_t^m}\,\omega_t^j\,\tilde{d}_{t+1}^j + \frac{1}{1+i_t^m}\,\mu_t^j\,\tilde{e}_{t+1}^j - \rho\Big[\tilde{d}_{t+1}^j(1+\omega_t^j) + \tilde{e}_{t+1}^j(1+\mu_t^j)\Big] + (\tilde{g}_{t+1}^j - g_{t+1}^j)$$

superávit / déficit

impacta vía decisiones y choques

$$m_{t+1}^j = \tilde{m}_{t+1}^j + \frac{1+i_t^d}{1+i_t^m}\omega_t^j\tilde{d}_{t+1}^j + \frac{1}{1+i_t^m}\mu_t^j\tilde{e}_{t+1}^j + (\tilde{g}_{t+1}^j - g_{t+1}^j) + f_{t+1}^j + w_{t+1}^j$$

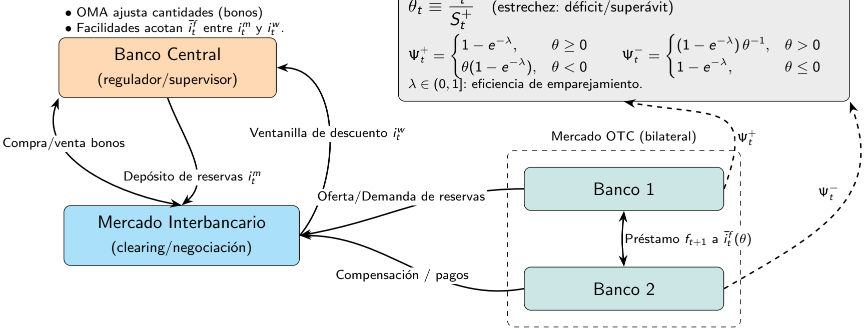
- $s^j > 0$: coloca reservas (interbancario).
- $s^j < 0$: vende bonos / pide reservas.
- ρ fija el "piso" de liquidez.

Mercado interbancario y OTC: instrumentos, flujos y estrechez

$\theta_t \equiv \dfrac{S_t^-}{S_t^+}$ (estrechez: déficit/superávit)

$\Psi_t^+ = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda}, & \theta \geq 0 \\ \theta(1 - e^{-\lambda}), & \theta < 0 \end{cases}$ $\quad \Psi_t^- = \begin{cases} (1 - e^{-\lambda})\,\theta^{-1}, & \theta > 0 \\ 1 - e^{-\lambda}, & \theta \leq 0 \end{cases}$

$\lambda \in (0, 1]$: eficiencia de emparejamiento.



$\chi_t(s) = \begin{cases} \chi_t^+ s, & s \geq 0 \\ \chi_t^- s, & s < 0 \end{cases}$ $\quad \chi_t^- = \Psi_t^-(\bar{i}_t^f - i_t^m) + (1 - \Psi_t^-)(i_t^w - i_t^m)$, $\chi_t^+ = \Psi_t^+(\bar{i}_t^f - i_t^m)$.

$\bar{i}_t^f(\theta) = i_t^m + \big(1 - \phi_t(\theta)\big)\,(i_t^w - i_t^m)$

$\phi_t(\theta)$: poder de negociación endógeno (depende de θ).

Portafolio de hogares

Depósitos D

$$\frac{D}{P_t} = \overline{D}_t\,(\beta^h)^{1/\gamma^d}\,(R_t^d)^{\frac{1}{\gamma^d}-1}$$

$\gamma^d > 0$ (aversión/elasticidad).

Bonos G

$$\frac{G}{P_t} = \overline{G}_t\,(\beta^h)^{1/\gamma^g}\,(R_t^g)^{\frac{1}{\gamma^g}-1}$$

Menos líquidos; rendimiento medio–alto.

τ grande $\Rightarrow$ sustitución $M \leftrightarrow E$ más sensible a R_t^e.

(*convenience yield* por seguridad/usabilidad).

Circulante M

$$\frac{M}{P_t} = (1-\mu)\,\overline{M}_t\,(\beta^h)^{1/\tau}\,(R_t^m)^{\frac{1}{\tau}-1}.$$

Dinero digital E

$$\frac{E}{P_t} = \mu\,\overline{E}_t\,(\beta^h)^{1/\tau}\,(R_t^e)^{\frac{1}{\tau}-1}$$

$\beta^h \uparrow$ $\beta^h \downarrow$

Firmas (sector productivo)

Demanda de crédito (capital de trabajo): $\dfrac{B^f_{t+1}}{P_t} = \Theta_t^b\,(R^b_{t+1})^{\epsilon^b},\ \epsilon^b < 0.$

Producción sensible al costo del crédito: $y_{t+1} = \Theta_t^y\,(R^b_{t+1})^{\epsilon^y}$ ($\epsilon^y < 0$ pequeña).

$\beta^h \uparrow$ (*pacientes*) $\Rightarrow$ ahorro $\uparrow \Rightarrow D, G \uparrow \Rightarrow R^b \downarrow \Rightarrow y \uparrow$.

$\beta^h \downarrow$ (*impacientes*) $\Rightarrow$ ahorro $\downarrow \Rightarrow D, G \downarrow \Rightarrow R^b \uparrow \Rightarrow y \downarrow$.

Etapa de préstamo (pre-choques): restricción presupuestal del Banco Central

Pago de reservas
$(\tilde{M}_t^{BC} - (1-\mu)M_t^h)(1+i_t^m)$

Nueva oferta monetaria
$\tilde{M}_{t+1}^{BC}$

Facilidades
$W_t^{BC}(i_t^w - i_t^m)$

Rend. préstamos previos
$B_t^{BC}(1 + i_t^b)$

+

BC_budget (préstamo, t)

$$(\tilde{M}_t^{BC} - (1-\mu)M_t^h)(1+i_t^m) + B_{t+1}^{BC} + G_{t+1}^{BC} = \tilde{M}_{t+1}^{BC} + W_t^{BC}(i_t^w - i_t^m) + B_t^{BC}(1+i_t^b) + G_t^{BC}(1+i_t^g) + P_t T_t - \text{INT}_t$$

$$(M_t^{BC} = M_t + (1-\mu)M_t^h)$$

+

Nuevos préstamos a bancos
B_{t+1}^{BC}

Nuevos bonos del gobierno
G_{t+1}^{BC}

Rend. bonos previos
$G_t^{BC}(1 + i_t^g)$

Ingresos fiscales netos
$P_t T_t - \text{INT}_t$

Valor ajustado al riesgo del patrimonio (banco)

$$\Omega_t = \max_{\{\bar{b},\bar{l},\bar{d},\bar{e}\}\geq 0} \left\{ \mathbb{E}_\omega [R_t^b \bar{b} + R_t^m \bar{l} - R_t^d \bar{d} - R_t^e \bar{e} + \bar{X}(\bar{l}, \bar{d}, \bar{e}, \omega, \mu)]^{1-\gamma} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

s.a. $\bar{b} + \bar{l} - \bar{d} - \bar{e} = 1, \quad \bar{d} \leq k_t.$

Valor del banco: $\nu_t = \dfrac{1}{1-\gamma} \left[1 + \left(\beta(1-\gamma)\Omega_t^{1-\gamma} \nu_{t+1} \right)^{1/\gamma} \right]^\gamma$

Política de payout: $\bar{c}_t = \dfrac{1}{1 + \left(\beta(1-\gamma)\Omega_t^{1-\gamma} \nu_{t+1} \right)^{1/\gamma}}$

Agregación de portafolios ($\forall x \in \{b, l, d, e\}$):
$X_{t+1} = P_t \, \bar{x}_t \, (1 - \bar{c}_t) \, U_t$

Ley de movimiento del patrimonio

$$U_{t+1} = \frac{P_t\left((1+i_{t+1}^b)\bar{b}_t + (1+i_{t+1}^m)\bar{m}_t + (1+i_{t+1}^g)\bar{g}_t\right)}{P_{t+1}} - \frac{P_t\left((1+i_{t+1}^d)\bar{d}_t + \bar{e}_t\right)(1-\bar{c}_t)U_t}{P_{t+1}} - \frac{(1+i_{t+1}^w)W_{t+1} + P_t T_t}{P_{t+1}}$$

Instrumentos de política — Tasas
$i_t^m, \; i_t^w, \; i_t^g$

Balances del BC
$B_t^{BC}, \; M_t^{BC}$

Bonos & fiscal
$G_t^{FA}, \; G_t^{BC}, \; T_t^h, \; T_t$

Parámetro de digitalización
μ_t

Variables bancarias agregadas

$$B_{t+1} = P_t\, \bar{b}_t\, (1-\bar{c}_t)\, U_t$$
$$L_{t+1} = P_t\, \bar{l}_t\, (1-\bar{c}_t)\, U_t$$
$$D_{t+1} = P_t\, \bar{d}_t\, (1-\bar{c}_t)\, U_t$$
$$E_{t+1} = P_t\, \bar{e}_t\, (1-\bar{c}_t)\, U_t$$

Precio del dinero y definiciones

$$R_t^e = \frac{1}{P_{t+1}/P_t}.$$
$$\Theta_t^x = \bar{X}_t(\beta^h)^{1/\gamma^x}, \quad \Theta_t^b = (\alpha A_{t+1})^{-\frac{\nu+1}{\alpha-(\nu+1)}}.$$

Crédito total B

$$\frac{B_{t+1}+B_{t+1}^{BC}}{P_t} = \Theta_t^b\,(R_t^b)^{\epsilon^b}$$

Depósitos D

$$\frac{D_{t+1}}{P_t} = \Theta_t^d\,(R_t^d)^{\epsilon^d}$$

Bonos del gobierno G

$$G_{t+1} = G_{t+1}^{FA} - \left(G_{t+1}^{BC} + P_t\,\Theta_t^g (R_t^g)^{\epsilon^g}\right)$$

Base del Banco Central M^{BC}

$$M_{t+1}^{BC} = M_{t+1} + (1-\mu)\, P_t\, \Theta_t^m\,(R_t^m)^{\epsilon^m}$$

Dinero digital E

$$E_{t+1} = \mu\, P_t\, \Theta_t^e\,(R_t^e)^{\epsilon^e}$$

Efectos en equilibrio general ($\mu \uparrow$) en Oferta Monetaria

1

Shock de adopción digital: $\mu \uparrow \Rightarrow$ hogares sustituyen $M^h \downarrow$ por $E \uparrow$.

$\Rightarrow$ Cambia la *base remunerada* y la composición de liquidez.

2

Dinámica de creación de dinero (etapa de préstamo)

Identidad: $\tilde{M}^{BC} + W^{BC} = M + M^h$.

Oferta en préstamo: $\tilde{M}^{BC}_{t+1} = (1-\mu)\, P_t\, \Theta^m_t (R^m_t)^{\epsilon^m} + P_t\, \bar{m}_t\, (1-\bar{c}_t)\, U_t$

(U_t: motor de demanda bancaria; $\bar{c}_t$: payout).

3

Clearing en activos líquidos (bonos & reservas)

$$\underbrace{P_t \bar{l}_t (1-\bar{c}_t) U_t}_{\text{liquidez bancaria}} + \underbrace{(1-\mu) P_t \Theta^m_t (R^m_t)^{\epsilon^m}}_{\text{circulante neto}} = \{M^{BC}_{t+1} - G^{BC}_{t+1}\} + \underbrace{G_{t+1} - G^h_{t+1}}_{\text{saldo de bonos}}$$

$\Rightarrow$ Liquidez alta $\Rightarrow$ mayor demanda de G (rendimientos a la baja).

PUCP

4

Rendimiento de bonos R_t^g (regla de cantidades/mercado):

$$R_t^g = \begin{cases} R_t^m + X_t^+, & \text{si } P_t \Theta_t^g (R_t^m + X_t^+)^{\epsilon^g} \leq G_t^s - G_t^{BC}, \\ \left[\dfrac{G_t^s - G_t^{BC}}{P_t \Theta_t^g} \right]^{1/\epsilon^g}, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Si falta liquidez, el BC aumenta G^{BC} (oferta) y R_t^g puede superar R_t^m.

$\downarrow$

5

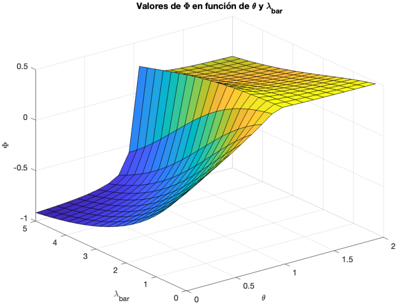
Mercado interbancario y fricción

El margen ($i_t^w - i_t^m$) y W_t^{BC} acomodan liquidez ($\leftrightarrow$ canal piso/techo).

Con liquidez holgada, $i_t^w - i_t^m \downarrow$; con escasez, $\uparrow$.

La fricción se refleja en $X_t^{\pm}$ al fijar R_t^g.

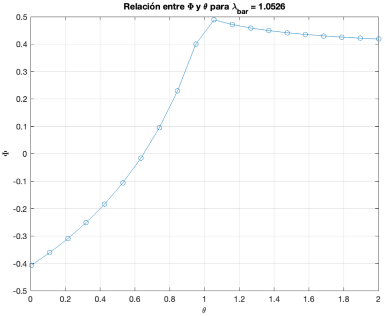
Figura: Eficiencia en el Mercado Interbancario, Estrechez de Mercado y Poder de mercado



En el gráfico se muestran las relaciones entre la estrechez de mercado θ, el poder de mercado de cada banco ϕ y la eficiencia λ.
El funcionamiento del mercado interbancario depende de estos 3 parámetros para encontrar el equilibrio.

Resultados de liquidez

Figura: Poder de Mercado ϕ y Estrechez de Mercado θ



En el gráfico se muestra la relación entre el Poder de Mercado y la Estrechez de Mercado ante una Eficiencia $\lambda = 1{,}0526$.

Interbancario (I): de $s(\omega, \mu)$ a θ

1 **Liquidez bruta por banco** $s(\omega, \mu)$

$$\tilde{s}(\omega, \mu) = \bar{l}_t + \left(\frac{1+i^d_{t+1}}{1+i^m_{t+1}}\right)\omega\, \bar{d}_t + \frac{1}{1+i^m_t}\, \mu\, \bar{e}_t - \rho\left[\bar{d}_t(1+\omega) + \bar{e}_t(1+\mu)\right]$$

$\mu \uparrow \Rightarrow \tilde{s} \uparrow$ (más excedentes).

2 **Umbrales de seguridad**

$$\omega^*_t = \frac{\rho - \bar{l}_t/\bar{d}_t}{\rho - \frac{R^d_{t+1}}{R^m_{t+1}}}, \qquad \zeta_t = \frac{\rho - \bar{l}_t/(\bar{d}_t + \bar{e}_t)}{\rho - \frac{R^d_{t+1}+R^e_{t+1}}{R^m_{t+1}}}.$$

Ganancia marginal del dinero digital:.

$$\frac{\partial \zeta_t}{\partial \bar{e}_t} = \frac{\bar{l}_t(1+i^m)}{\left[\rho(1+i^m) - (2+i^d)\right](\bar{d}_t + \bar{e}_t)^2} > 0.$$

ρ fija el *colchón*: mayor $\rho \Rightarrow$ umbral más exigente.

3 **Déficit/Excedente agregados**

Sin diferenciación: $\tilde{S}^-_t = (1-\bar{c}_t)U_t \int_0^{\omega^*_t} s\, d\Phi, \quad \tilde{S}^+_t = (1-\bar{c}_t)U_t \int_{\omega^*_t}^1 s\, d\Phi.$

Con diferenciación: $\tilde{S}^-_t = (1-\bar{c}_t)U_t \int_0^{\omega^*_t}\int_0^{\mu^*_t} s\, d\mu\, d\omega, \; \tilde{S}^+_t = (1-\bar{c}_t)U_t \int_{\omega^*_t}^1\int_{\mu^*_t}^1 s\, d\mu\, d\omega.$

$\bar{e}_t \uparrow \Rightarrow \tilde{S}^+_t \uparrow, \; \tilde{S}^-_t \downarrow.$

Estrechez de mercado

$$\theta = \frac{\tilde{S}^-_t}{\tilde{S}^+_t},$$

con dinero digital:

$$\theta = \frac{\tilde{S}^-_t}{\tilde{S}^+_t - \bar{g}_t} < 1.$$

$\tilde{S}^+_t \uparrow \Rightarrow \theta \downarrow$

Lectura rápida: $\mu \uparrow \Rightarrow \tilde{s} \uparrow \Rightarrow$ umbrales activos (ω^*, ζ) garantizan colchón; $\tilde{S}^+_t$ domina $\Rightarrow \theta \downarrow < 1$.

Interbancario (II): de θ a tasas, poder y bonos

Punto de partida $\theta = \dfrac{\tilde{S}_t^-}{\tilde{S}_t^+ - \bar{g}_t} < 1, \quad (\mu \uparrow \Rightarrow \theta \downarrow).$

$\downarrow \theta \downarrow$

Tasa interbancaria efectiva y poder

$\bar{i}_t^f(\theta) = i_t^m\,\phi(\theta) + \big(1-\phi(\theta)\big)\,i_t^w,$
$\phi'(\theta) < 0 \Rightarrow$ cuando $\theta \downarrow$, $\phi \uparrow$ y $\bar{i}_t^f \downarrow$ (hacia el piso i^m).

Matching y posición del banco:

Si $\theta < 1$, $\Psi_t^+(\theta) > \Psi_t^-(\theta)$; $\quad \chi_t^+ = \Psi_t^+\left(\bar{i}_t^f - i_t^m\right)$.

$\downarrow \phi \uparrow \quad \bar{i}_t^f \downarrow$

Bonos: precio y rendimiento

$$R_t^g = \begin{cases} R_t^m + X_t^+, & \text{si } P_t \Theta_t^g (R_t^m + X_t^+)^{\epsilon^g} \leq G_t^s - G_t^{BC}, \\ \left[\dfrac{G_t^s - G_t^{BC}}{P_t \Theta_t^g}\right]^{1/\epsilon^g}, & \text{otro caso.} \end{cases}$$

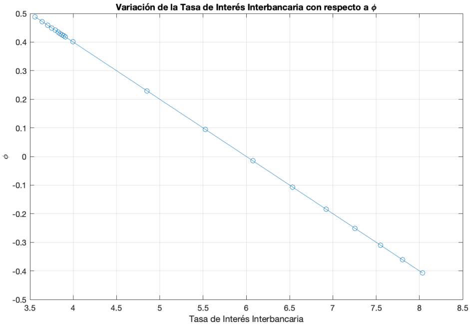
Mecánica precio–yield: demanda $G \uparrow \Rightarrow$ precio $\uparrow \Rightarrow R_t^g \downarrow$; demanda $G \downarrow \Rightarrow$ precio $\downarrow \Rightarrow R_t^g \uparrow$.

$\downarrow$ demanda $G \uparrow \Rightarrow R_t^g \downarrow$

Hipótesis central (resumen): $\mu \uparrow \Rightarrow \theta \downarrow \Rightarrow \phi \uparrow \Rightarrow \bar{i}_t^f \downarrow$ (cerca de i^m); el exceso de liquidez eleva la demanda por bonos (precio $\uparrow$) y presiona el rendimiento R_t^g a la baja.

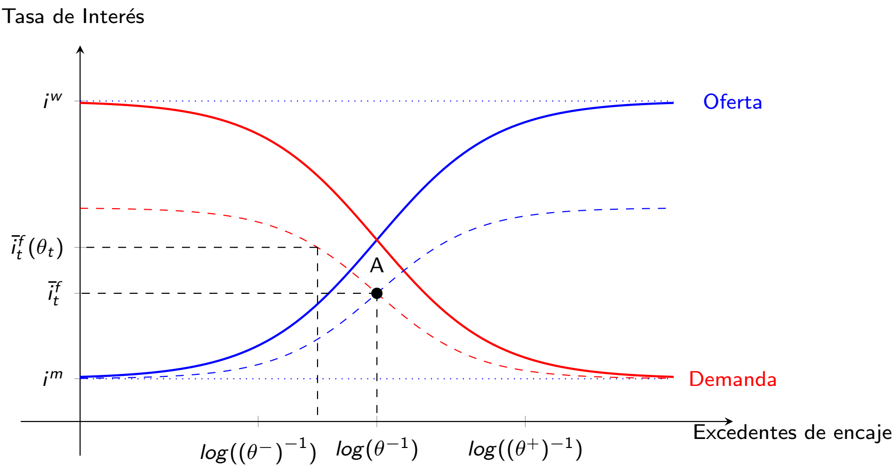
Resultados de liquidez

Figura: Configuración de la simulación



En el gráfico se puede ver la relación entre el poder de mercado ϕ y la tasa de interés interbancaria promedio, $\hat{i}^f(\theta)$.

Mercado de Préstamos en el Mercado Interbancario



Prima de Riesgo

Maximización del Portafolio:

$$R^u \equiv R^b\bar{b} + R^{\mathrm{m}}\bar{l} - R^d\bar{d} - R^e\bar{e} + \bar{X}(\bar{b}, \bar{l}, \bar{d}, \bar{e}). \tag{1}$$

Prima de Riesgo del Dinero Digital:

$$R^e - R^{\mathrm{m}} = (1+\rho)(R^b - R^{\mathrm{m}}) + \left(\frac{R^e}{R^{\mathrm{m}}} - \rho\right) \frac{\mathrm{Cov}_\mu\left[(R^u)^{-\gamma}, X_\mu\right]}{\mathbb{E}_\mu\left[(R^u)^{-\gamma}\right]} - k_r^\mu e, \tag{2}$$

El dinero digital tiene un riesgo bajo por su baja covarianza con shocks sistémicos ya que depende de la demanda de los agentes. La regulación $(k_r^\mu e)$ reduce la prima de riesgo.

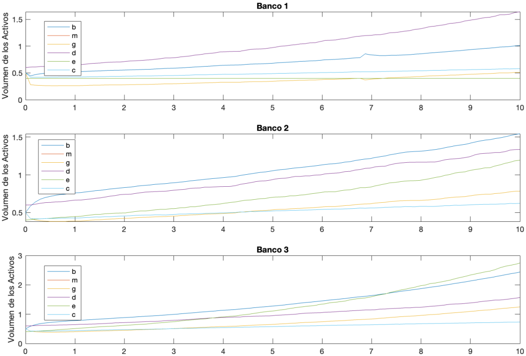
Préstamos y Reservas:

$$R^b - R^m = \bar{\chi}^+ + (\bar{\chi}^- - \bar{\chi}^+) \cdot \underbrace{F(\zeta^*)}_{\text{prob. de déficit}} \cdot \underbrace{\frac{\mathbb{E}_\zeta\left[(R^u)^{-\gamma} \mid \zeta < \zeta^*\right]}{\mathbb{E}_\omega\left[(R^u)^{-\gamma}\right]}}_{\text{corrección de aversión al riesgo}}. \tag{3}$$

Las tasas de préstamo (R^b) aumentan con la probabilidad de déficit $(F(\zeta^*))$ y la corrección por aversión al riesgo.

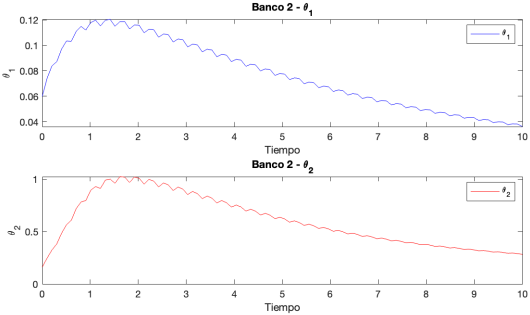
Composición de la simulación

Figura: Composición del portafolio bancario



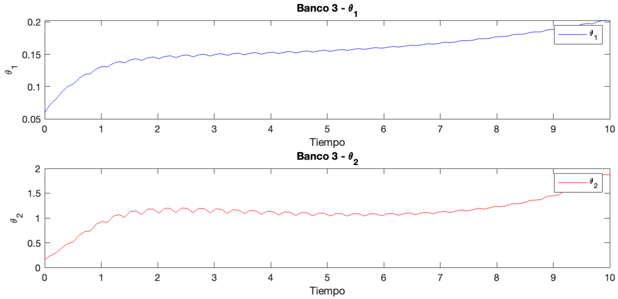
En el gráfico se observa al primer banco con una serie de dinero digital plana, sin choques de dinero digital. El segundo banco muestra choques similares al de los choques de depósitos, con predominancia del segundo.
El tercer banco muestra mayor aumento en el aumento de dinero digital que el volumen de depósitos.

Figura: Estrechez de mercado del banco 2



En el gráfico θ_1 representa la estrechez de mercado como resultado de una regulación por encaje únicamente. θ_2 representa la estrechez de mercado como resultado de una regulación por encaje independiente para depósitos y dinero digital.

Figura: Estrechez de mercado del banco 3



En el gráfico θ_1 representa la estrechez de mercado como resultado de una regulación por encaje únicamente.
θ_2 representa la estrechez de mercado como resultado de una regulación por encaje independiente para depósitos y dinero digital.

Cambios Estructurales del Sistema Financiero

Impacto del Dinero Digital en la Oferta Monetaria:

- **Sustitución de circulante por dinero digital** (hogares): $M^h \downarrow$, $E \uparrow$.
  - Reducción de la base no remunerada del BC; mayor peso de pasivos bancarios (si E es bancario).
  - *Nota:* si E fuera *CBDC*, el pasivo permanece en el BC.
- **Incremento de liquidez bancaria**:
  - Menor estrechez $\theta = \tilde{S}^- / \tilde{S}^+$.
  - Desplaza la demanda de activos líquidos $\longrightarrow$ mayor demanda de G.
- **Riesgo sistémico bajo**:
  - Baja covarianza con shocks agregados $\Rightarrow$ prima de riesgo menor.
  - Regulación específica (encaje/colchón para E) reduce aún más la prima.

Relaciones clave (cadena corta):

$$\mu \uparrow \Rightarrow \tilde{S}^+ \uparrow \Rightarrow \theta \downarrow \Rightarrow \bar{i}^f_t \downarrow \Rightarrow \text{demanda } G \uparrow \Rightarrow R^g_t \downarrow$$

$$\text{Déficit de reservas } (\tilde{S}^- \uparrow) \Rightarrow \theta \uparrow \Rightarrow \bar{i}^f_t \uparrow \Rightarrow \text{spread interbancario} \uparrow$$

Conclusiones

Decisiones de Portafolio del Banco:

- **Reservas en interbancario:**
  - Con estrechez ($\theta \uparrow$): $\bar{i}_t^f \uparrow$ y el margen frente a i^m aumenta.
- **Préstamos a agentes:**
  - Con superávit de liquidez: prima de riesgo $\downarrow \Rightarrow$ costo de crédito $\downarrow$ y **volumen** $B\uparrow$.
  - ROE puede **subir por volumen** aun con yields de mercado más bajos.

Implicaciones para la Política Monetaria:

- **Marco mixto (piso/techo + cantidades):**
  - Ajustes en W^{BC}, G^{BC} y OMA para estabilizar θ y $\bar{i}_t^f$.
  - Encaje dual (ρ_d, ρ_e) para depósitos y dinero digital.
- Inclusión financiera: adopción de E sin sacrificar estabilidad.

Relaciones clave:

$$\text{Superávit de reservas} \Rightarrow \text{prima de riesgo de crédito} \downarrow \Rightarrow B \uparrow \Rightarrow \text{ROE} \uparrow$$

$$\theta \uparrow \Rightarrow \bar{i}_t^f \uparrow \Rightarrow \text{spread interbancario} \uparrow \quad (\text{mayor dependencia de } i^w)$$

Avances, recomendaciones y extensiones del modelo

1) Estructura de mercado y concentración
▷ Endogeneizar número/tamaño de bancos; ligar eficiencia λ a concentración (p.ej., HHI).
▷ Mapear θ y ϕ a métricas de competencia para evaluar spreads $(\bar{i}^f - i^m)$.

2) Grado de digitalización y regulación
▷ Hacer μ_t dependiente del país/tiempo; comparar economías por elasticidad τ.
▷ Encaje dual: ρ_d (depósitos) y ρ_e (dinero digital) para estabilizar θ sin frenar adopción.

3) Horizonte largo y asset allocation
▷ Incorporar costo de oportunidad de liquidez: reasignación hacia b y g cuando el exceso persiste.
▷ Regla de portafolio con umbral de permanencia del uso de E; vínculo con la tasa libre de riesgo R^m.

4) Recomendaciones de política
▷ Esquema mixto piso/techo + cantidades (ajustes en W^{BC}, G^{BC}, OMA) ante cambios en θ.
▷ Monitorear $\Psi^{\pm}(\theta, \lambda)$ y spreads como indicadores tempranos de fricción.

Apéndice: Etapa de balance

Transferencia de una unidad de depósitos se liquida con $\frac{1+i_t^d}{1+i_t^m}$

Al final de la etapa de balance los bancos deben tener un mínimo de reserva de balance:

$$m_{t+1}^j \geq \rho(d_{t+1}^j + e_{t+1}^j), \quad \rho \in [0,1] \tag{4}$$

El banco debe ser capaz de calzar la liquidez con reservas ante un retiro idiosincrásico. De seguir en déficit han de prestarse reservas en el mercado interbancario.

Etapa de balance

El superávit $s^j > 0$ o déficit $s^j < 0$ está dado por:

$$s^j \equiv \left(\tilde{m}^j_{t+1} + \frac{(1+i^d_t)}{(1+i^m_t)} \omega^j_t \tilde{d}^j_{t+1} + \frac{1}{(1+i^m_t)} \mu^j_t \tilde{e}^j_{t+1} \right) - \rho \left[\tilde{d}^j_{t+1}(1+\omega^j_t) + \tilde{e}^j_{t+1}(1+\mu^j_t) \right] + (\tilde{g}^j_{t+1} - g^j_{t+1}) \tag{5}$$

Las reservas con las que el banco termina el periodo:

$$m^j_{t+1} = \tilde{m}^j_{t+1} + \frac{(1+i^d_t)}{(1+i^m_t)} \omega^j_t \tilde{d}^j_{t+1} + \frac{1}{(1+i^m_t)} \mu^j_t \tilde{e}^j_{t+1} + (\tilde{g}^j_{t+1} - g^j_{t+1}) + f^j_{t+1} + w^j_{t+1} \tag{6}$$

Análisis de la Liquidez de un Banco

$$E_0 \sum_{t \geq 0} \beta^t u(c_t^j), \tag{7}$$

Donde

$$u(c) \equiv \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma}$$

$$\beta < 1, \gamma \geq 0$$

Sujeto a dos restricciones en la etapa de préstamo:
Restricción de presupuesto

$$\begin{aligned} P_t c_t^j + \tilde{b}_{t+1}^j + \tilde{m}_{t+1}^j + \tilde{g}_{t+1}^j - \tilde{d}_{t+1}^j - \tilde{e}_{t+1}^j \\ = (1+i_t^b)b_t^j + (1+i_t^m)m_t^j + (1+i_t^g)g_t^j - (1+i_t^d)d_t^j - e_t^j \\ - (1+\bar{i}_t^f)f_t^j - (1+i_t^w)w_t^j - P_t T_t^j \end{aligned} \tag{8}$$

Restricción de requerimiento de capital

$$\tilde{d}_{t+1}^j = k(\tilde{b}_{t+1}^j + \tilde{m}_{t+1}^j + \tilde{g}_{t+1}^j - \tilde{d}_{t+1}^j - \tilde{e}_{t+1}^j) \tag{9}$$

Dado el shock idiosincrásico de retiro o ingreso de fondos ω_t^j en los depósitos

$$d_{t+1}^j = \tilde{d}_{t+1}^j(1+\omega_t^j) \tag{10}$$

Cuando $\omega_t^j > 0$, el banco recibe depósitos netos de otros bancos. Cuando $\omega_t^j < 0$ el banco pierde depósitos.

Se experimenta un shock $1 > \mu_t^j > 0$ idiosincrásico de preferencias por dinero digital $\mu_t^j \tilde{e}_{t+1}^j$ por parte de los agentes. Lo cual representa un pasivo adicional a los depósitos para los bancos. La evolución de emisión sigue el siguiente proceso,

$$e_{t+1}^j = \tilde{e}_{t+1}^j(1+\mu_t^j) \tag{11}$$

Mercado interbancario

La estrechez del mercado interbancario se denota como el ratio entre el superávit y el déficit bancario, $\theta_t \equiv \frac{S_t^-}{S_t^+}$.

Dado θ, la cantidad de préstamos en el mercado interbancario y préstamos de la ventana de descuento para un banco con excedente s_t^j es:

$$(f_{t+1}^j, w_{t+1}^j) = \begin{cases} (-s_t^j(\Psi_t^-(\theta), 1-\Psi_t^-(\theta)), & \text{para } s_t^j < 0 \\ (-s_t^j(\Psi_t^+(\theta), 0), & \text{para } s_t^j \geq 0 \end{cases} \tag{12}$$

El promedio de la tasa de interés interbancaria es

$$\bar{i}_t^f(\theta) = \phi_t(\theta) i_t^m + (1-\phi_t(\theta)) i_t^w$$

tasa de interés

Las probabilidades de transacción de un préstamo de acuerdo con la pocisión de superávit Ψ_t^+, o déficit Ψ_t^-, están dadas por,

$$\Psi^+ = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda} & \text{si } \theta \geq 0 \\ \theta(1 - e^{-\lambda}) & \text{si } \theta < 0 \end{cases} \quad \Psi^- = \begin{cases} (1 - e^{-\lambda})\theta^{-1} & \text{si } \theta > 0 \\ 1 - e^{-\lambda} & \text{si } \theta \leq 0 \end{cases} \tag{13}$$

Rendimientos que se ganan por una colocación de excedentes, $s_t^j \geq 0$, o un préstamo por déficit, $s_t^j < 0$.

$$\chi_t(s) = \begin{cases} \chi_t^+ s & \text{si } s \geq 0, \\ \chi_t^- s & \text{si } s < 0. \end{cases} \tag{14}$$

$$\chi_t^- = \Psi_t^-(\bar{i}_t^f - i_t^m) + (1 - \Psi_t^-)(i_t^w - i_t^m), \quad \chi_t^+ = \Psi_t^+(\bar{i}_t^f - i_t^m).$$

PUCP

Firma

Demanda de préstamos:

$$\frac{B^f_{t+1}}{P_t} = \Theta^b_t (R^b_{t+1})^{\epsilon^b} \tag{15}$$

Producción:

$$y_{t+1} = \Theta^y_t (R^b_{t+1})^{\epsilon^y} \tag{16}$$

Hogares

Tenencias de depósitos y bonos de gobierno:

$$\frac{X}{P_t} = \begin{cases} \overline{X}_t \left(\beta^h\right)^{1/\gamma^x} (R^x_t)^{1/\gamma^x - 1} & \text{si } R^x_t < \frac{1}{\beta^h}, \\ [\overline{X}_t, \infty) & \text{si } R^x_t = \frac{1}{\beta^h}, \\ \infty & \text{si } R^x_t > \frac{1}{\beta^h} \text{ para } x \in \{d, g\}. \end{cases} \tag{17}$$

Sector no financiero: Hogares

Demanda de circulante y dinero digital:

$$\frac{M}{P_t} = \begin{cases} (1-\mu)\overline{M}_t \left(\beta^h\right)^{1/\tau} (R_t^m)^{1/\tau - 1} & \text{si } R_t^m < \frac{1}{\beta^h}, \\ [\overline{M}_t, \infty) & \text{si } R_t^m = \frac{1}{\beta^h}, \\ \infty & \text{si } R_t^m > \frac{1}{\beta^h}. \end{cases} \tag{18}$$

$$\frac{E}{P_t} = \begin{cases} \mu\overline{E}_t \left(\beta^h\right)^{1/\tau} (R_t^e)^{1/\tau - 1} & \text{si } R_t^e < \frac{1}{\beta^h}, \\ [\overline{E}_t, \infty) & \text{si } R_t^e = \frac{1}{\beta^h}, \\ \infty & \text{si } R_t^e > \frac{1}{\beta^h}. \end{cases} \tag{19}$$

Donde $\Theta^x = X_t^{\bar{x}}(\beta^h)^{\frac{1}{\gamma^x}}$

Balance de las autoridades fiscales y monetarias

La oferta de pasivos del Banco Central: $M^{BC} = M + (1-\mu)M^h$.
Al consolidar los ingresos/gastos del Banco Central y la autoridad fiscal, tenemos que:

$$\begin{aligned}(\tilde{M}_t^{BC} - (1-\mu)M_t^h)(1+i_t^m) + B_{t+1}^{\mathrm{BC}} + G_{t+1}^{\mathrm{BC}} = \tilde{M}_{t+1}^{\mathrm{BC}} + W_t^{\mathrm{BC}}(i_t^w - i_t^m) \\ + B_t^{\mathrm{BC}}(1+i_t^b) + G_t^{\mathrm{BC}}(1+i_t^g) + P_t T_t - \mathrm{INT}_t\end{aligned} \tag{20}$$

Protocolo para impuestos a los bancos:

$$T_t P_t = (i_t^m - \pi_t)M_t + (i_t^g - \pi_t)G_t - (i_t^b - \pi_t)B_t^{BC} - (i_t^w - i_t^m)W_t \tag{21}$$

Dinámica transitoria

Condiciones de equilibrio del modelo política de gobierno mediante las variables, $\{i_t^m, i_t^w, i_t^g, B_t^{BC}, M_t^{BC}, G_t^{FA}, G_t^{BC}, T_t^h, T_t\}$ que satisfacen la restricción presupuestaria del banco central y autoridades fiscales.

El equilibrio produce una solución para:

- Variables bancarias $\{\bar{b}_t, \bar{l}_t, \bar{d}_t, \bar{e}_t, \bar{c}_t, \Omega_t, \nu_t\}$
- Variables agregadas $\{B_t, M_t, D_t, E_t, G_t, U_t\}$
- Sistema de precios y rendimientos reales $\{P_t, R_t^b, R_t^m, R_t^g, R_t^d, \bar{X}_t^+, \bar{X}_t^-\}$

Se busca solución para las variables. Además hay una variable de estado endógena U_t, a partir de la cual se resuelve el equilibrio.

Se tiene el siguiente problema, donde Ω, es el valor del patrimonio neto del banco ajustado por riesgo:

$$\Omega_t \equiv \max_{\{\bar{b}_t, \bar{l}_t, \bar{d}_t, \bar{e}_t\} \geq 0} \left\{ \mathbb{E}_\omega \left[R_t^b \bar{b} + R_t^m \bar{l} - R_t^d \bar{d} - \bar{e} + \bar{X}_t(\bar{l}, \bar{d}, \bar{e}, \omega, \mu) \right]^{1-\gamma} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}}, \qquad (22)$$

$\bar{b} + \bar{l} - \bar{d} - \bar{e} = 1,$
$\bar{d} \leq k_t.$

El valor del problema del banco es:

$$\nu_t = \frac{1}{1-\gamma} \left[1 + \left(\beta(1-\gamma)\Omega_t^{1-\gamma} \nu_{t+1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} \qquad (23)$$

Variables bancarias

Los dividendos del banco dependen del valor de sus beneficios ν y el patrimonio neto Ω, tal como sigue,

$$\bar{c}_t = \frac{1}{1 + \left(\beta(1-\gamma)\Omega_t^{1-\gamma}\nu_{t+1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \tag{24}$$

A partir de estas ecuaciones se encuentra la solución para las variables portafolio, $\{\bar{b}_t, \bar{l}_t, \bar{d}_t, \bar{e}_t, \bar{c}_t, \Omega_t, \nu_t\}$, de acuerdo con la trayectoria de rendimientos $\{R_t^b, R_t^m, R_t^g, R_t^d, \bar{X}_t\}$.

Variables agregadas

Variables bancarias agregadas a partir de la homogeneidad de las funciones política se obtiene el portafolio bancario agregado.

$$B_{t+1} = P_t \bar{b}_t (1 - \bar{c}_t) U_t$$

$$L_{t+1} = P_t \bar{l}_t (1 - \bar{c}_t) U_t$$
$$D_{t+1} = P_t \bar{d}_t (1 - \bar{c}_t) U_t$$
$$E_{t+1} = P_t \bar{e}_t (1 - \bar{c}_t) U_t$$

Evolución del patrimonio agregado real

$$U_{t+1} = \frac{P_t \left((1 + i^b_{t+1})\bar{b}_t + (1 + i^m_{t+1})\bar{m}_t + (1 + i^g_{t+1})\bar{g}_t - (1 + i^d_{t+1})\bar{d}_t - \bar{e}_t\right)(1 - \bar{c}_t) U_t}{P_{t+1}} - \frac{(1 + i^w_{t+1}) W_{t+1} + P_t T_t}{P_{t+1}} \tag{25}$$

Condiciones de equilibrio de mercado

$$\frac{B_{t+1} + B_{t+1}^{BC}}{P_t} = \Theta_t^b (R_t^b)^{\epsilon^b} \tag{21.1}$$

$$\frac{D_{t+1}}{P_t} = \Theta_t^d (R_t^d)^{\epsilon^d} \tag{21.2}$$

$$M_{t+1}^{BC} = M_{t+1} + (1-\mu) P_t \Theta_t^m (R_t^m)^{\epsilon^m} \tag{21.3}$$

$$G_{t+1} = G_{t+1}^{FA} - \left(G_{t+1}^{BC} + P_t \Theta_t^g (R_t^g)^{\epsilon^g} \right) \tag{21.4}$$

$$E_{t+1} = \mu P_t \Theta_t^e (R_t^e)^{\epsilon^e} \tag{26}$$

Donde $\Theta^x = \bar{X}_t^x (\beta^h)^{\frac{1}{\gamma^x}}$, $R^x = \frac{1+i_{t+1}^x}{\frac{P_{t+1}}{P_t}}$ y $R^e = \frac{1}{\frac{P_{t+1}}{P_t}}$

En el equilibrio general se determinan las tasas reales y las trayectorias de precios. Usando las condiciones de equilibrio se puede determinar $\bar{m}$, $\bar{l}$.

$$\tilde{M}^{BC} + W^{BC} = M + M^h. \tag{27}$$

$$\tilde{M}^{BC}_{t+1} = (1-\mu)P_t\Theta^m_t(R^m_t)^{\epsilon^m} + P_t\bar{m}(1-\bar{c}_t)U_t. \tag{28}$$

$$P_t\bar{l}(1-\bar{c}_t)U_t + (1-\mu)P_t\Theta^m_t(R^m_t)^{\epsilon^m} = \{M^{BC}_{t+1} - G^{BC}_{t+1}\} + G_{t+1} - G^h_{t+1}. \tag{29}$$

Bonos de gobierno

$$R^g_t = \begin{cases} R^m_t + X^+_t & \text{si } P_t\Theta^g_t\left(R^m_t + X^+_t\right)^{\epsilon^g} \leq G^s_t - G^{BC}_t, \\ \left[\frac{G^s_t - G^{BC}_t}{P_t\Theta^g_t}\right]^{\frac{1}{\epsilon^g}} & \text{otro caso} \end{cases} \tag{30}$$

Mercado interbancario: Estrechez de Mercado

Definición de estrechez:

$$\theta = \frac{\tilde{S}_t^-}{\tilde{S}_t^+}.$$

Interpretación:

- Si $\tilde{S}_t^+$ (excedentes) aumenta, θ disminuye: menos estrechez, exceso de liquidez.
- Si $\tilde{S}_t^-$ (déficit) aumenta, θ incrementa: mayor estrechez, menor liquidez.

Relación clave con dinero digital:

$$\tilde{s}(\omega, \mu) = \bar{l}_t + \left(\frac{1 + i_{t+1}^d}{1 + i_{t+1}^m}\right)\omega\bar{d}_t + \frac{1}{1 + i_t^m}\mu\bar{e}_t - \rho[\bar{d}_t(1+\omega) + \bar{e}_t(1+\mu)].$$

El dinero digital impacta $\tilde{s}(\omega, \mu)$, modificando los excedentes y déficits, lo que a su vez afecta la estrechez del mercado.

Umbral óptimo de depósitos:

$$\omega_t^* = \frac{\rho - \bar{l}_t/\bar{d}_t}{\rho - (R_{t+1}^d)/(R_{t+1}^m)}.$$

Umbral combinado para depósitos y dinero digital:

$$\zeta_t = \frac{\rho - \bar{l}_t/(\bar{d}_t + \bar{e}_t)}{\rho - (R_{t+1}^d + R_{t+1}^e)/(R_{t+1}^m)}.$$

Ganancia marginal del dinero digital:

$$\frac{\partial \zeta_t}{\partial \bar{e}_t} = \frac{\bar{l}_t(1 + i^m)}{[\rho(1 + i^m) - (2 + i^d)](\bar{d}_t + \bar{e}_t)^2} > 0.$$

Interpretación:

- Aumentar $\bar{e}_t$ incrementa el superávit de reservas.
- Esto reduce la estrechez y amplía el margen de maniobra de los bancos con dinero digital.

Mercado interbancario: Déficit y Superávit de Reservas

Posición bancaria con reservas para dinero digital y depósitos sin diferenciación,

$$\tilde{S}_t^- = (1-\bar{c}_t)U_t \int_0^{\omega_t^*} s(\omega,\mu)d\Phi,$$

$$\tilde{S}_t^+ = (1-\bar{c}_t)U_t \int_{\omega_t^*}^1 s(\omega,\mu)d\Phi.$$

Posición bancaria con reservas para dinero digital y depósitos con diferenciación,

$$\tilde{S}_t^- = (1-\bar{c}_t)U_t \int_0^{\omega_t^*}\int_0^{\mu_t^*} s(\omega,\mu)\,d\mu\,d\omega,$$

$$\tilde{S}_t^+ = (1-\bar{c}_t)U_t \int_{\omega_t^*}^1\int_{\mu_t^*}^1 s(\omega,\mu)\,d\mu\,d\omega.$$

Interpretación:

- El doble umbral (ω_t^*, μ_t^*) asegura que las reservas sean suficientes para prevenir riesgos de liquidez.
- Un mayor dinero digital aumenta $\tilde{S}_t^+$ y disminuye $\tilde{S}_t^-$.

Mercado interbancario: Impacto en la Estrechez de Mercado

Relación entre Excedentes y Déficits:

$$\theta = \frac{\tilde{S}_t^-}{\tilde{S}_t^+}.$$

Con Dinero Digital:

$$\theta = \frac{\tilde{S}_t^-}{\tilde{S}_t^+ - \bar{g}_t} < 1.$$

Efectos:

- Menor estrechez implica exceso de liquidez.
- Bancos con mayor excedente de reservas controlan la oferta de crédito y disminuyen las tasas interbancarias.

Posición del Banco:

$$\chi_t^+ = \Psi_t^+(\bar{i}_t^f - i_t^m), \quad \bar{i}_t^f(\theta_t) = i_t^m \phi(\theta_t) + (1 - \phi(\theta_t)) i_t^w.$$

Resultado: Los bancos con liquidez excesiva aumentan su poder de mercado.

PUCP