

Estimación estructural robusta a eventos de extrema variabilidad muestral

Alan Ledesma

Banco Central de Reserva del Perú

2024

Content

1 Introducción

2 Metodología

3 Aplicación

4 Resultados

Introducción

- Problema práctico a raíz de la pandemia de COVID-19:
 - Incremento pronunciado de la variabilidad muestral –[Ludvigson et al. 2020](#), [BCRP 2020](#)
 - Se deterioran relaciones empíricas bien establecidas → inestabilidad y distorsión en la estimación de coeficientes y filtro de estados –[Lenza and Primiceri 2022](#), [Carriero et al. 2022](#), [Bobeica and Hartwig 2023](#)
- ⇒ Se dificulta estimar descomposiciones históricas, estimación de variables latentes y de coeficientes profundos –Omitir datos no es suficiente
- Muchos esfuerzos en la literatura: [Durand and Fornero 2024](#), [Holston et al. 2023](#), [Furlanetto et al. 2023](#), [Canova 2020](#), [Grgurić and Nadoveza Jelić 2021](#), [Granados and Parra-Amado 2024](#), [Morley et al. 2023](#), ...

Introducción

Objetivo

- Obtener estimaciones (semi-)estructurales robustas a la pronunciada variabilidad muestral (producto de una crisis) sin alterar significativamente el algoritmo de estimación
 - Estimación de parámetros, variables latentes o descomposiciones históricas

Supuesto

- Eventos, como la pandemia, no gatillan cambios estructurales en las relaciones económicas → secuencia continua pero transitoria de observaciones atípicas

Introducción

¿Cómo?

- Tomar el escalamiento de [Lenza and Primiceri 2022](#) he introducirlo cuidadosamente en el modelo de espacio de estados
- Adaptar la recursión Bayesiana

¿Qué se obtiene?

- Elegir estados que absorban la volatilidad puede ser complicado
- Pero luego de esa elección, el ajuste al algoritmo tradicional es notablemente simple
- Se puede identificar la duración del evento de incremento extremo de variabilidad
- Con datos de [Holston et al. 2020](#): sin el ajuste por COVID-19 se puede subestimar la incertidumbre. En el caso de variables latentes, sus variaciones pueden estar sub/sobre estimadas.

Consideraciones

- Análogo a [Lenza and Primiceri 2022](#):
 - Mayor variabilidad muestral durante la pandemia → incrementos repentinos y pronunciados de la volatilidad de los choques de estado.
 - Diferencia: modelo estructural → selección de choques de estados que incrementan volatilidad
- Se “adapta” el filtro de Kalman para acomodar volatilidad extrema en períodos breves.

Representación de estado de los espacios

Ec. de espacio : $\mathbf{y}_t = \mathbf{Z}\alpha_t + \mathbf{B}\mathbf{x}_t + \varepsilon_t$ con $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{H})$

Ec. de estados : $\alpha_t = \mathbf{c} + \mathbf{T}\alpha_{t-1} + \mathbf{R}\eta_t$ con $\eta_t \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_t)$

Varianza de las variables de estado

Para $\boldsymbol{\eta}_t = [\eta_{1t} \dots \eta_{st}]' \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_t)$ se asume lo siguiente:

- η_{it} (para $i \in I$): Choques de estado que aumentan su volatilidad
- η_{jt} (para $j \notin I$): Choques de estado que no aumentan su volatilidad

$$\text{var}(\eta_{i,t}) = [Q_t]_{i,i} = \kappa_{i,t} q_{i,i}, \quad \forall i \in I$$

Definiendo $\kappa_{i,t}$ como:

$$\kappa_{i,t} = \begin{cases} 1, & \text{si } t < t^* \text{ o } t > t^* + \tau^* \\ \bar{\kappa}_{i,\tau}, & \text{si } t = t^* + \tau \text{ para } \tau \in \{0, \dots, \tau^*\} \text{ e } i \in I \end{cases}$$

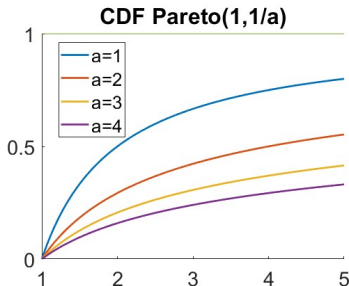
- Vector de parámetros con ajustes por pandemia $\mathbf{s} = \{\bar{\kappa}_{i,\tau}\}_{i \in I, \tau \in \{0, \dots, \tau^*\}}$, el resto de parámetros -habituales- se agrupan en $\boldsymbol{\theta}$.

Función de densidad posterior

La función de densidad posterior es:

$$p(\theta, \mathbf{s} | \mathbf{y}^T) \propto p(\mathbf{y}^T | \theta, \mathbf{s}) p(\theta) p(\mathbf{s})$$

- $p(\mathbf{y}^T | \theta, \mathbf{s})$: función de verosimilitud
 - Condicional a $\mathbf{s} \Rightarrow$ se puede estimar con el filtro de Kalman, incluso si la volatilidad cambia en el tiempo.
- $p(\theta)$, distribución *a priori* para θ : formulación estándar.
- $p(\mathbf{s})$, distribución *a priori* para $\mathbf{s}$, **consistente con valores extremos**.
 - Prior $\bar{\kappa}_{i,\tau} \sim \text{Pareto}(1, a_i^{-1})$, en Lenza and Primiceri 2022
 $a_i = 1$



Duración del evento

- Se puede diseñar un procedimiento para verificar el inicio y duración del evento de mayor volatilidad
- $\mathcal{M}_\tau$: Modelo con salto de volatilidad por $\tau + 1$ periodos.
- $\mathcal{M}_{-1}$: modelo sin ajuste.
- Evaluación secuencial con *posterior odds ratio*:

$$\text{por}(\tau, \tau - 1) = \frac{p(\mathcal{M}_\tau | \mathbf{y}^T)}{p(\mathcal{M}_{\tau-1} | \mathbf{y}^T)} = \frac{p(\mathbf{y}^T | \mathcal{M}_\tau)}{p(\mathbf{y}^T | \mathcal{M}_{\tau-1})} \frac{p(\mathcal{M}_\tau)}{p(\mathcal{M}_{\tau-1})}$$

- $p(\mathcal{M}_j | \mathbf{y}^T)$, $p(\mathcal{M}_j)$ y $p(\mathbf{y}^T | \mathcal{M}_j)$: probabilidad *posterior*, probabilidad *prior* y verosimilitud marginal del modelo $\mathcal{M}_j$, respectivamente.
 - 1 $\text{por}(0, -1) > 1$: ajuste Covid-19 es relevante en $t^* = 2020T1$.
 - 2 $\text{por}(j, j - 1) > 1$ para $j \in \{1, \dots, \tau\}$: ajuste relevante para periodos $t^*, \dots, t^* + j + 1$.
 - 3 $\text{por}(\tau + 1, \tau) < 1$: se concluye que más ajustes ya no son necesarios desde $t^* + \tau + 1$

Implementación



Jeffrey Wooldridge

@jmwooldridge

My motto: If I can't trick a Stata built-in command or (someone else's) user-written Stata command to do it then I'm not doing it.

- Se puede hacer en Dynare: opción “heteroskedastic_filter” en función “estimation”
 - Ajuste COVID-19: choques auxiliares que se activan sólo en un trimestre de elevada volatilidad de correlación 1 con choque principal
 - Ejemplo:

$$\varepsilon_{it}^{ajustado} = \varepsilon_{i,t} + (\bar{\kappa}_{i,0}^{1/2} - 1)\nu_{i,0} + \cdots + (\bar{\kappa}_{i,\tau^*}^{1/2} - 1)\nu_{i,\tau^*}$$

- Prior: si $\bar{\kappa}_{i,\tau} \sim \text{Pareto}(1, a_i^{-1}) \Rightarrow \log(\bar{\kappa}_{i,\tau})/a_i \sim \text{Weibull}(1, 1)$

Aplicación

- Modelo Nuevo Keynesiano basado en [Holston et al. 2020](#).
- Diferencias: Modelos de expectativas, estimación conjunta, enfoque bayesiano y tratamiento por Covid-19.
- Objetivo: evaluar el desempeño del algoritmo propuesto.

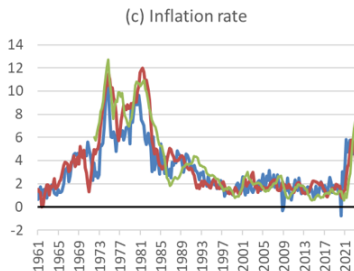
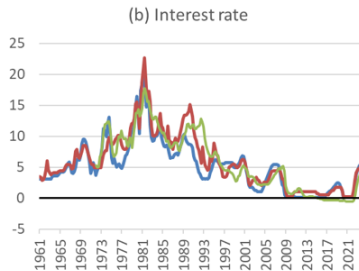
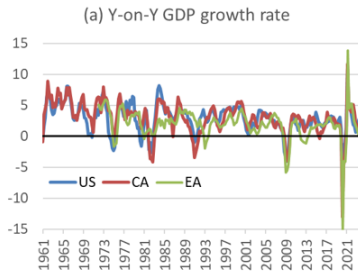
Ecuaciones de espacio

$$y_t^{obs} = \bar{y}_t + \hat{y}_t + \epsilon_t^y, \quad \epsilon_t^y \sim N(0, h_y^2)$$

$$\pi_t^{obs} = \bar{\pi} + \hat{\pi} + \epsilon_t^\pi, \quad \epsilon_t^\pi \sim N(0, h_\pi^2)$$

$$i_t^{obs} = i_t + \epsilon_t^i, \quad \epsilon_t^i \sim N(0, h_i^2)$$

Aplicación



Aplicación: Sistema de estados Ciclos

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_t &= a_{ye} [a_y (a_{y1} \hat{y}_{t-1} + a_{y2} \hat{y}_{t-2}) + (1 - a_y) E_t \hat{y}_{t+1}] \\
 &\quad - a_\psi [(1 - a_{\psi 1}) \psi_t + a_{\psi 1} (1 - a_{\psi 2}) \psi_{t-1} + a_{\psi 1} a_{\psi 2} \psi_{t-2}] \\
 &\quad + \varepsilon_t^{\hat{y}}, \quad \varepsilon_t^{\hat{y}} \sim N(0, \kappa_{\hat{y}, t} q_{\hat{y}}^2) \\
 \hat{\pi}_t &= b_{\pi 0} \left[b_\pi \hat{\pi}_{t-1} + (1 - b_\pi) \frac{E_t \hat{\pi}_{t+4} + E_t \hat{\pi}_{t+3} + E_t \hat{\pi}_{t+2} + E_t \hat{\pi}_{t+1}}{4} \right] \\
 &\quad + b_y [(1 - b_{y1}) \hat{y}_t + b_{y1} (1 - b_{y2}) \hat{y}_{t-1} + b_{y1} b_{y2} \hat{y}_{t-2}] \\
 &\quad + \varepsilon_t^{\hat{\pi}}, \quad \varepsilon_t^{\hat{\pi}} \sim N(0, q_{\hat{\pi}}^2) \\
 \psi_t &= i_t - E_t \pi_{t+1} - \bar{r}_t
 \end{aligned}$$

Tendencias

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_t &= \bar{y}_{t-1} + \bar{g}_{t-1} + \varepsilon_t^{\bar{y}}, \quad \varepsilon_t^{\bar{y}} \sim N(0, \kappa_{\bar{y}, t} q_{\bar{y}}^2) \\
 \bar{g}_t &= \bar{g}_{t-1} + \varepsilon_t^{\bar{g}}, \quad \varepsilon_t^{\bar{g}} \sim N(0, q_{\bar{g}}^2) \\
 \bar{\pi}_t &= \bar{\pi}_{t-1} + \varepsilon_t^{\bar{\pi}}, \quad \varepsilon_t^{\bar{\pi}} \sim N(0, q_{\bar{\pi}}^2) \\
 \bar{r}_t &= \bar{g}_t + \bar{z}_t \text{ con } \bar{z}_t = \bar{z}_{t-1} + \varepsilon_t^{\bar{z}}, \quad \varepsilon_t^{\bar{z}} \sim N(0, q_{\bar{z}}^2)
 \end{aligned}$$

Duración del evento

Log of posterior odd ratios

	$\mathcal{M}_0$ Vs. $\mathcal{M}_{-1}$ in 2019Q1	$\mathcal{M}_0$ Vs. $\mathcal{M}_{-1}$	$\mathcal{M}_1$ Vs. $\mathcal{M}_0$	$\mathcal{M}_2$ Vs. $\mathcal{M}_1$	$\mathcal{M}_3$ Vs. $\mathcal{M}_2$
US	-0.55	1.12	52.84	25.65	-0.98
CA	-0.99	0.85	76.71	31.02	-3.82
EA	-0.79	1.82	132.11	49.70	-1.03

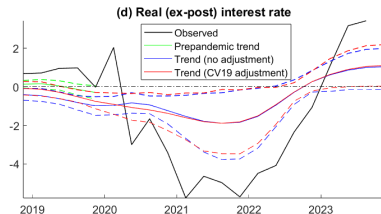
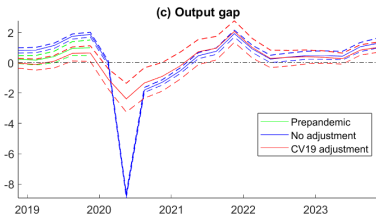
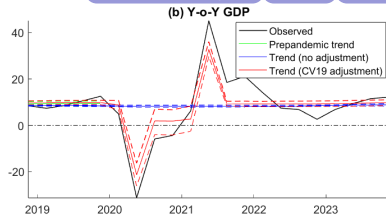
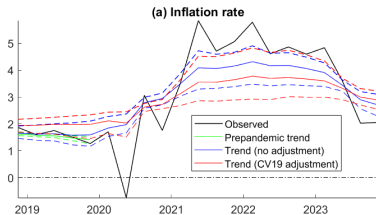
Nota: En la primera columna, la razón de probabilidades posterior se evaluó en una fecha aleatoria antes del brote de Covid-19. Desde la segunda columna, las evaluaciones comenzaron en el primer trimestre de 2020. Los valores en la tabla son $\log[\text{por}(j, j-1)]$, un valor positivo o negativo indica preferencia por el modelo $\mathcal{M}_j$ o $\mathcal{M}_{j-1}$, respectivamente.

Estimación de coeficientes

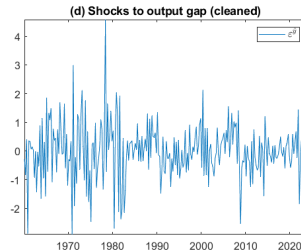
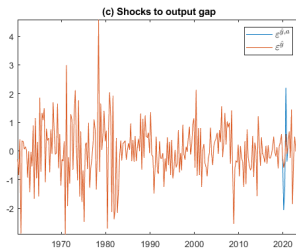
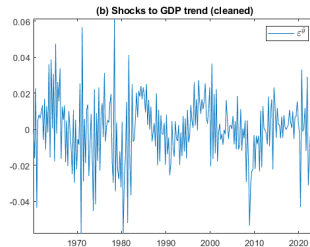
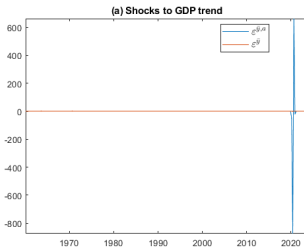
Sample and algorithm		Log data density	Dev. from pre Covid-19
US	Pre Covid-19 & linear	-1283,56	
	Complete sample & linear	-1468,56	0,72
	Complete sample & corrected	-1404,54	0,62
CA	Pre Covid-19 & linear	-1404,62	
	Complete sample & linear	-1607,97	0,41
	Complete sample & corrected	-1512,27	0,10
EA	Pre Covid-19 & linear	-927,63	
	Complete sample & linear	-1223,18	0,74
	Complete sample & corrected	-1050,11	0,55

Note: The term 'Deviation from pre-Covid-19' denotes the square root of the average squared change in coefficient estimations between the model utilizing the complete sample and the model employing the pre-pandemic sample.

Estimación de variables no observables (EUA)

[Ver muestra completa](#)[Ver CA](#)[Ver UE](#)

Estimación de variables no observables (EUA)



Aplicación: estimación de variables no observables

- La ausencia de la corrección subestima la incertidumbre durante y después de la pandemia.
- La estimación lineal sobreestima el efecto de la pandemia en la brecha producto.
- La brecha producto parece converger entre las estimaciones lineal y corregida a partir de 2022.
- La mayor parte del impacto de pandemia es absorbido por el nivel de PBI tendencia ($\bar{y}$), en lugar que la tasa de crecimiento de largo plazo $\bar{g}$
- La estimación lineal aísla por completo a la tendencia del efecto de la pandemia.

Conclusiones

- Se desarrolló un algoritmo de estimación estructural robusto a eventos de cola persistentes.
- En la aplicación realizada, comprobamos que el tratamiento Covid-19 propuesto mejora el ajuste del modelo y estabiliza los coeficientes
- Por otro lado, la omisión de de la corrección del Covid-19 genera problemas como incertidumbre subestimada, respuestas excesivas de la brecha producto, respuestas inadecuadas del producto tendencial y la estimación sesgada de variables no observables.

Referencias I

-  Ludvigson, Sydney C, Sai Ma, and Serena Ng (2020). *COVID-19 and the macroeconomic effects of costly disasters*. Tech. rep. National Bureau of Economic Research.
-  BCRP (2020). *Reporte de inflación. Recuadro 4: Impactos agregados del choque COVID-19*.
-  Lenza, Michele and Giorgio E Primiceri (2022). “How to estimate a vector autoregression after March 2020”. In: *Journal of Applied Econometrics* 37.4, pp. 688–699.
-  Carriero, Andrea et al. (2022). “Addressing COVID-19 outliers in BVARs with stochastic volatility”. In: *Review of Economics and Statistics*, pp. 1–38.
-  Bobeica, Elena and Benny Hartwig (2023). “The COVID-19 shock and challenges for inflation modelling”. In: *International journal of forecasting* 39.1, pp. 519–539.

Referencias II



Durand, Luigi and Jorge A. Fornero (2024). “Estimating the output gap in times of COVID-19”. In: *Latin American Journal of Central Banking* 5.4, p. 100129.



Holston, Kathryn, Thomas Laubach, and John C Williams (2023). “Measuring the Natural Rate of Interest after COVID-19”. In: *FRB of New York Staff Report* 1063.



Furlanetto, Francesco et al. (2023). “Norges Bank output gap estimates: Forecasting properties, reliability, cyclical sensitivity and hysteresis”. In: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 85.1, pp. 238–267.



Canova, Fabio (2020). *FAQ: How do I extract the output gap?* Tech. rep. Sveriges Riksbank Working Paper Series.

Referencias III



Grgurić, Lovorka and Ozana Nadoveza Jelić (2021). “The The interplay of supply and demand shocks: measuring potential output in the COVID-19 pandemic”. In: *Public sector economics* 45.4, pp. 459–493.



Granados, Camilo and Daniel Parra-Amado (2024). “Estimating the output gap after COVID: How to address unprecedented macroeconomic variations”. In: *Economic Modelling* 135, p. 106711.



Morley, James et al. (2023). “Estimating the euro area output gap using multivariate information and addressing the COVID-19 pandemic”. In: *European Economic Review* 153, p. 104385.

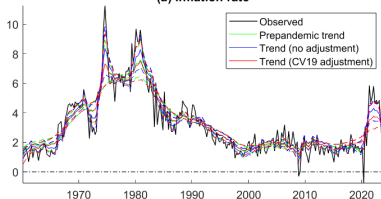


Holston, Kathryn, Thomas Laubach, and John C Williams (2020). “Adapting the Laubach and Williams and Holston, Laubach, and Williams models to the COVID-19 pandemic”. In: *Federal Reserve Bank of New York Note*.

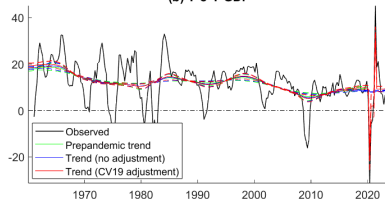
Estimación de variables no observables (EUA) toda la muestra

[Regresar](#)

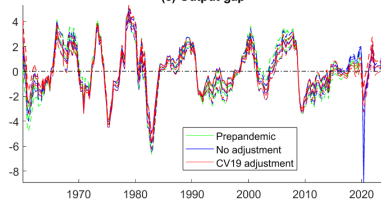
(a) Inflation rate



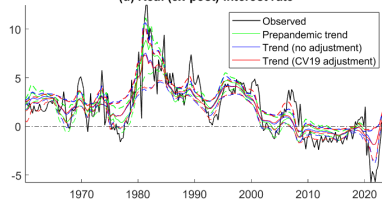
(b) Y-o-Y GDP



(c) Output gap

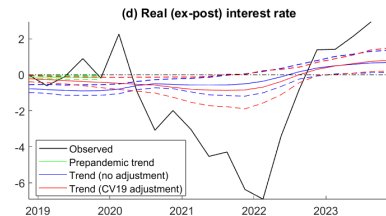
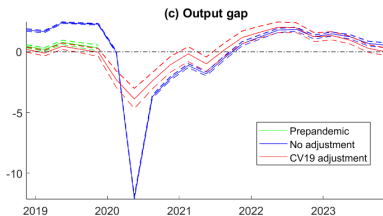
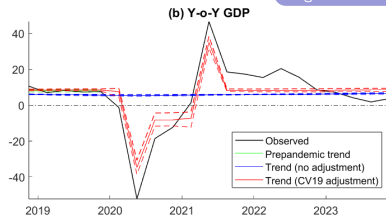
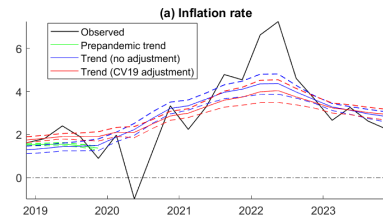


(d) Real (ex-post) interest rate



Estimación de variables no observables (CA)

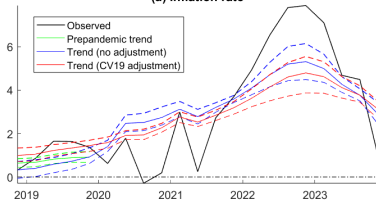
[Regresar a EUA](#)



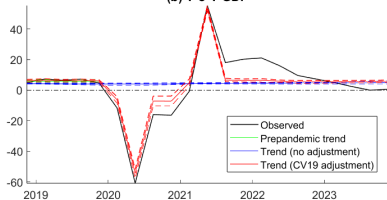
Estimación de variables no observables (EU)

[Regresar a EUA](#)

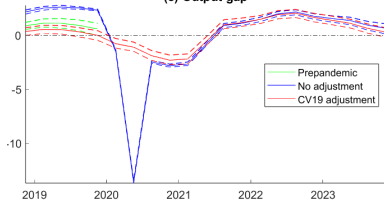
(a) Inflation rate



(b) Y-o-Y GDP



(c) Output gap



(d) Real (ex-post) interest rate

