

# El Canal de Valuación del Ajuste Externo en Economías Pequeñas y Abiertas\*

Juan Carlos Aquino\*\*

*Banco Central de Reserva del Perú*

## Resumen

Un problema común en finanzas internacionales consiste en la indeterminación del portfolio de activos en equilibrio en modelos de economía pequeña y abierta. El presente documento desarrolla un enfoque simple para calcular dicho portafolio bajo el supuesto de mercados financieros incompletos. El procedimiento involucra la asignación límite de una clase de economías mundiales con dos países en la cual el tamaño relativo de una de ellas tiende a cero. Dicho enfoque permite identificar el efecto de las decisiones de portafolio sobre la dinámica de la posición de activos externos netos de una economía pequeña y abierta de manera estructural. Como ilustración, una solución explícita aproximada es obtenida para un modelo altamente estilizado e isomorfo a la clase de modelos dinámicos y estocásticos de equilibrio general (DSGE) típicamente usados en la literatura.

**Clasificación JEL:** F32.

**Palabras clave:** activos externos netos, portafolios endógenos, economías pequeñas y abiertas, modelos DSGE.

---

\*Agradezco a Gaetano Antinolfi, Enrique Kawamura, Costas Azariadis, Daniel Heymann, Rodolfo Oviedo Moguel, Marco Vega y Paul Castillo por sus comentarios y sugerencias. El descargo usual aplica.

\*\*Subgerencia de Investigación Económica. Correo postal: Jirón Santa Rosa 441-445, Lima, Perú. Código postal 15001. Correo electrónico: [aquinojc0806@gmail.com](mailto:aquinojc0806@gmail.com).

# 1. Introducción

El proceso de integración financiera internacional de las últimas décadas ha incrementado notoriamente la respuesta de los activos externos netos de los países ante ganancias y pérdidas de capital sobre activos y pasivos externos, también conocida como el “canal de valuación” del ajuste externo (Lane y Shambaugh, 2010a), con efectos sobre sus correspondientes hojas de balance internacional. En particular, esto se vió reflejado en la última crisis financiera y la rápida propagación de sus efectos a través de la globalización de la banca. Bénétrix *et al.* (2015) analizan la reciente evolución de las exposiciones cambiarias internacionales, poniendo especial atención a los efectos valuación por monedas durante la crisis financiera global.

Aunque dicho efecto siempre ha sido considerado como plausible, su significancia ha crecido recientemente junto con el rápido crecimiento en el volumen de posiciones financieras transfronterizas. Por ejemplo, Bénétrix (2009) calcula el canal de valuación en base al marco contable de Lane y Milesi-Ferretti (2007) y encuentra que en economías avanzadas la integración financiera internacional es importante para episodios que exhiben una gran valuación incluso cuando estas economías no posean grandes posiciones netas, mientras que para economías de mercado emergentes y en desarrollo dichos episodios de valuación son determinados por grandes posiciones externas netas y grandes tasas de pérdida de capital. Además, evidencia relacionada por Lane y Shambaugh (2010b) sobre la variación a lo largo de un corte de países y series de tiempo de las exposiciones en moneda extranjera agregadas revela que mientras la economía sea más rica y abierta, mayor será su posición en moneda extranjera. También reportan que una mayor propensión a que una moneda se deprecie durante épocas malas está vinculada a una posición más larga en moneda extranjera, proporcionando así una cobertura ante fluctuaciones del producto interno.

Es en este sentido que existe una motivación para modelar la dinámica de la exposición de los activos externos netos de una economía a su portafolio agregado que a su vez refleja la posición en monedas (extranjeras). Precisamente, un requisito esencial para dicho propósito

consiste en calcular el portafolio endógeno de un país, a pesar de que una rama de la literatura asume que las decisiones de portafolio son exógenas (véase, por ejemplo, [Brzoza-Brzezina et al., 2017](#)) por una cuestión de simplicidad en la modelación.

Específicamente, se necesita relajar un supuesto comúnmente adoptado en macroeconomía que establece que existen tantos activos contingentes a estados como posibles estados de la naturaleza existan o, equivalentemente, que *los mercados financieros para riesgos asegurables son completos*. Para entornos económicos que satisfagan dicho supuesto, [Modigliani y Miller \(1958\)](#) concluyen que en equilibrio las decisiones de portafolio de los agentes son irrelevantes en la determinación de equilibrio de las variables restantes. Desde luego, dicha conclusión se contradice con la evidencia empírica antes citada.

Sin embargo, en la literatura de macroeconomía internacional, asumir que existen más riesgos de los que se pueden cubrir mediante el comercio internacional de activos disponibles (es decir, *los mercados financieros son incompletos*) para la clase de modelos basados en [King et al. \(1988\)](#) ha llevado a la indeterminación del portafolio de activos en equilibrio. La razón está en que (por construcción) todas las fuentes de incertidumbre son eliminadas y por lo tanto, cualquier argumento basado en riesgo es descartado en la determinación del portafolio.

Para superar dicho problema, [Devereux y Sutherland \(2011\)](#) proporcionan un método directo de solución que ha sido extendido en múltiples direcciones, exceptuando el estudio de economías pequeñas y abiertas. En el presente documento, extendemos dicho método para el caso del portafolio de activos de una economía pequeña y abierta. El principal atractivo de nuestro enfoque radica en su tratabilidad pues caracteriza una economía pequeña y abierta como parte de un marco de equilibrio general con dos países en donde el otro país se comporta como una economía grande y cerrada en el espíritu de [Obstfeld y Rogoff \(1995\)](#). El resultado principal es que la estructura mínima para hallar el portafolio de una economía pequeña y abierta esta dada por una condición de no arbitraje para el agente representativo (atomista) de la economía grande; lo cual a su vez impone una estructura adicional sobre las variables de resto del mundo en los modelos macro de economía abierta. Además, y en lugar de brindar

un marco general, proporcionamos un modelo estilizado e isomorfo a la clase de modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE) usados por [Clarida \*et al.\* \(1999\)](#) para análisis de política. En este ejemplo simplificado, por construcción, la variabilidad relativa de los choques de dotación afecta al portafolio de activos (como lo señalan [He \*et al.\*, 2015](#)) de una economía pequeña y abierta en una expresión de forma cerrada aproximada que se asemeja a la solución para el problema de portafolio obtenida por [Merton \(1969, ecuación 25\)](#). Por lo tanto, y en relación al punto anterior, el mismo ejemplo ilustra una forma viable de introducir argumentos de riesgo en modelos en tiempo discreto de manera similar a los modelos en tiempo continuo que abarcan, por ejemplo, desde [Grinols y Turnovsky \(1994\)](#) hasta [Bhamra \*et al.\* \(2014\)](#).

El resto del presente documento está organizado de la siguiente manera. La sección 2 provee una revisión (no exhaustiva) de la literatura relacionada. La sección 3 describe en detalle el entorno económico y todos los supuestos. La sección 4 define y caracteriza la noción de equilibrio a ser analizada. La sección 5 presenta el procedimiento en que el equilibrio es apropiadamente aproximado. La sección 6 resuelve explícitamente el modelo y analiza sus propiedades más relevantes. Finalmente, se concluye en la sección 7.

## 2. Literatura relacionada

En un sentido amplio, [Tovar \(2009\)](#) señala la importancia de introducir un esquema específico de modelación para economías pequeñas y abiertas o economías de mercados emergentes (EME), en la cual se considera mecanismos de transmisión económicos relevantes entre sectores de la economía. De acuerdo a este autor, la manera en que los mercados financieros (es decir, las vulnerabilidades financieras) son modelados y la elección de portafolio en modelos de precios rígidos bajo mercados financieros incompletos son áreas que aún no han sido exitosamente incorporadas dentro de los modelos DSGE, aunque han llegado a ser cada vez más relevantes con la apertura financiera.

Entre los esfuerzos recientes por incorporar la elección endógena de portafolio en un marco

macroeconómico DSGE moderno destaca, el método de solución propuesto por [Devereux y Sutherland \(2011\)](#), el cual posee dos grandes ventajas: su facilidad de uso y su capacidad de ser integrado a herramientas ya disponibles para los economistas tales como Dynare (véase [Adjemian et al., 2011](#)). Por estas razones, dicho enfoque ha sido ampliamente usado en la literatura de macroeconomía abierta para calcular el llamado “portafolio de estado estacionario” y su respuesta a las fuentes de riesgo en estado estacionario en un escenario de economía mundial conformada por dos países de igual tamaño.

Además, a diferencia del enfoque de perturbación de [Judd \(1996\)](#) en donde el estado estacionario determinístico es definido como la posición de equilibrio del sistema en ausencia de choques (equivalencia certera), la noción de portafolio de estado estacionario empleada por [Devereux y Sutherland \(2011\)](#) está más vinculada al enfoque de estado estacionario riesgoso desarrollado por [Juillard \(2011\)](#) en donde el estado estacionario riesgoso es definido como el punto en el cual se tiene ausencia de choques en el período actual y los agentes deciden aguardar mientras esperan los choques en el futuro y conocen la distribución de probabilidad (así, el estado estacionario riesgoso es afectado por la incertidumbre futura).<sup>1</sup> Finalmente, desde un punto de vista computacional, el algoritmo iterativo de [Juillard \(2011\)](#) requiere una aproximación de segundo orden de todo el sistema dinámico y, por lo tanto, el estado estacionario riesgoso es determinado simultáneamente con las otras variables de interés. Dicho algoritmo difiere del método de 3 etapas de [Devereux y Sutherland \(2011\)](#), incluso a pesar de obtener resultados equivalentes al aplicar sus métodos en el problema de elección de portafolio.

Desde su introducción, varias extensiones han sido proporcionadas. Por ejemplo, [Okawa y van Wincoop \(2012\)](#) extienden el marco básico a una versión de  $N$  países para estudiar si es que una teoría de tenencias de activos bilaterales que toma una forma de ecuación de gravedad puede surgir. Estos autores concluyen que es necesario el uso de supuestos más restrictivos

---

<sup>1</sup>En una interpretación alternativa, los agentes (bancos) toman en cuenta la posibilidad de que el peor escenario con respecto a la rentabilidad de los activos se realice. Por lo tanto, los riesgos de mantener un activo afectan el portafolio de los bancos en el estado estacionario ([Aoki y Sudo, 2012, 2013](#)).

para poder derivar dicha teoría mientras que extensiones razonables al marco de  $N$  países no pueden ya generar una ecuación de gravedad. Además, [Bergin y Pyun \(2016\)](#) generalizan el método de solución para el caso de  $N$  países con  $N + 1$  activos y una estructura de covarianza no nula sobre los ingresos; y [Steinberg \(2018\)](#) generaliza el enfoque de solución para operar con cualquier tipo de problema de elección de portafolio dentro de un marco con muchos países y muchos activos. De manera similar, [Yu \(2015\)](#) explora las implicancias de bienestar para varios países en un marco de centro-periferia con elección endógena de portafolio (bajo varios escenarios de integración financiera) cuando el tamaño relativo de una de las economías es igual a 0.25 en un mundo con masa unitaria. Finalmente, [Heathcote y Perri \(2013\)](#) emplean un enfoque mucho más general. Específicamente, aplican una aproximación de tercer orden a las reglas de decisión de portafolio y una aproximación de segundo orden a las demás condiciones de equilibrio, debido a que ellos se enfocan en la dinámica del portafolio.

No obstante, el método de solución para portafolios basado en perturbaciones (locales) de [Devereux y Sutherland \(2011\)](#) no está exento de limitaciones ya que, por ejemplo, existe una dificultad en el uso del método bajo la presencia de restricciones de financiamiento y de riesgo idiosincrático en el ingreso como lo señala [Broer \(2017\)](#). Además, su desempeño ha sido comparado con el del método de solución global de [Rabitsch y Stepanchuk \(2014\)](#) quienes reportan que el método local funciona bien para frecuencias de ciclos económicos, tanto en entornos simétricos como asimétricos, mientras que surgen diferencias significativas en horizontes largos para entornos asimétricos. Más aún, [Rabitsch et al. \(2015\)](#) documentan que el método de [Devereux y Sutherland \(2011\)](#) 1) no captura el efecto directo de la presencia de riesgo en las decisiones de portafolio y 2) aproxima la función de política alrededor de posiciones de activos externos igual a cero, inclusive en presencia de diferencias entre países. Por estas razones, [Dlugoszek \(2017\)](#) propone un algoritmo que combina teoría de bifurcación y una aproximación de medias móviles no lineal, cuya implementación está basada en algoritmos para encontrar raíces y técnicas de punto fijo.

Vale la pena mencionar que en la literatura existen métodos alternativos de solución para el portafolio. Por ejemplo, [Evans y Hnatkovska \(2012\)](#) proponen un procedimiento numérico

que combina métodos de perturbación y aproximaciones en tiempo continuo de tal manera que permite capturar la heteroscedasticidad condicional del vector de estados y por lo tanto la no estacionariedad endógena que surge cuando los mercados financieros son incompletos. Dicho procedimiento en 2 etapas se basa primero en métodos de log-linealización y luego emplea técnicas iterativas. [Gavilán y Rojas \(2009\)](#) proponen un método de solución (de proyección) global que combina el Algoritmo de Parametrización de Expectativas (APE) con el algoritmo de Smolyak ya que el APE estándar no es computacionalmente factible. A diferencia de los métodos de perturbación local que se enfocan en el portafolio de estado estacionario, estos métodos tienen la ventaja de permitir el estudio del efecto de choques permanentes. [Tille y van Wincoop \(2010\)](#) se enfocan en la variación temporal de la asignación de portafolio al calcular una expansión de tercer orden de las condiciones de optimalidad para la elección del portafolio, la cual induce cambios de primer orden en las participaciones del portafolio. Finalmente, [Fanelli \(2017\)](#) desarrolla una técnica para aproximar la solución alrededor del estado estacionario determinístico con mercados localmente incompletos en el caso de economías pequeñas y abiertas.

Dada la exposición previa, y hasta donde tenemos conocimiento, desde un punto de vista metodológico quizás el trabajo más cercano al nuestro es el de [De Paoli \(2009\)](#) quien caracteriza una economía pequeña y abierta como el caso límite de modelo de equilibrio general con dos países, aunque esto se hace para un entorno que exhibe competencia monopolística, rigideces nominales y sesgo doméstico en el consumo.

### 3. Modelo

Describiremos nuestro enfoque de solución a través de un marco de dos países altamente estilizado y basado en el trabajo seminal de [Obstfeld y Rogoff \(1995\)](#). El propósito principal de dicho enfoque es mostrar explícitamente la manera en que los agentes de la economía pequeña y abierta tienen el incentivo a coberturar riesgos inclusive cuando ambas economías (pequeña y grande) coinciden en todas sus características excepto por sus tamaños relativos

y distribuciones de sus choques de dotación correspondientes. Adicionalmente, y por una cuestión de claridad, la solución en forma cerrada (aproximada) obtenida ilustra los pasos necesarios y sus correspondientes implicancias de una manera transparente.

El tiempo es discreto ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ) y la economía mundial está habitada por un continuo de individuos indexados en el intervalo unitario  $[0, 1]$  y agrupados en dos países: Doméstico y Extranjero. La masa de individuos Domésticos idénticos entre sí es igual a  $n$  mientras que la masa de individuos Extranjeros idénticos entre sí es igual a  $1 - n$  con  $0 < n < 1$ .<sup>2</sup> Dado que los tamaños relativos de las economías Doméstica y Extranjera están denotados por  $n$  y  $1 - n$ , respectivamente, el caso de una economía pequeña y abierta surge siempre y cuando una de aquellas medidas tienda a cero. Por una cuestión de exposición, y sin pérdida de generalidad, en adelante nos enfocamos en el caso en que el país Doméstico constituye la economía pequeña y abierta ( $n \rightarrow 0$ ).

La sección A de la tabla 1 resume el problema de decisión que enfrenta el agente representativo de cada economía. Las correspondientes relaciones de preferencias están definidas sobre flujos de consumo en unidades del único bien (de aquí en adelante expresado *en términos reales*) y resumidas por la suma de utilidades instantáneas esperadas y descontadas (1) y (2). Para el objetivo del individuo representativo Doméstico (Extranjero) (1) ([2]), el término  $C_t$  ( $C_t^*$ ) denota su nivel de consumo individual en el período  $t$ . Además, se asume que la función de utilidad instantánea  $u : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  es estrictamente creciente, estrictamente cóncava, dos veces continuamente diferenciable y satisface las condiciones de Inada  $\lim_{x \downarrow 0} u'(x) = +\infty$  y  $\lim_{x \uparrow +\infty} u'(x) = 0$ . Asimismo, los supuestos sobre el factor de descuento subjetivo de los individuos Domésticos (Extranjeros)  $\theta_t$  ( $\theta_t^*$ ) corresponden a [Schmitt-Grohé y Uribe \(2003\)](#). En concreto, la especificación (3) ([4]) es adoptada para garantizar que todas las variables sean estacionarias en equilibrio, mientras que el término  $\bar{C}_t$  ( $\bar{C}_t^*$ ) denota el consumo “promedio” por individuo Doméstico (Extranjero). Además, se asume que los parámetros  $\omega$ ,  $\omega^*$ ,  $\eta$  y  $\eta^*$  son todos estrictamente positivos. Sin pérdida de generalidad, asumimos además que  $\omega = \omega^*$  y  $\eta = \eta^*$  para asegurar que los individuos Domésticos sean tan pacientes como sus

---

<sup>2</sup>Téngase en cuenta que  $n = 0$  está excluido del análisis.

contrapartes Extranjeras.

El único bien de consumo es no transable una vez que se convierte en propiedad de los individuos (es decir, el comercio internacional esta descartado). No obstante, existe una manera de transferir recursos entre países. Específicamente, existen dos activos de corta duración (un período): Doméstico y Extranjero, en la cual la tasa bruta de retorno de los activos Domésticos (Extranjeros) está denotada por  $R_t$  ( $R_t^*$ ). Además, sea  $B_t$  ( $B_t^*$ ) el monto real neto de los activos Domésticos en posesión de un individuo Doméstico (Extranjero) al inicio del período  $t$ . Así, la familia de restricciones presupuestarias para cada individuo Doméstico (Extranjero) se presenta en (5) ([6]) donde  $A_t$  ( $A_t^*$ ) denota la cantidad real de activos netos con que los individuos Domésticos (Extranjeros) empiezan al comienzo del período  $t$ .<sup>3</sup> Se supone además que las condiciones iniciales  $A_0$  y  $B_0$  ( $A_0^*$  y  $B_0^*$ ) para el problema del individuo Doméstico (Extranjero) estan dadas. Luego, todos los agentes toman sus decisiones mientras eligen la sucesión de tasas brutas de retorno  $\{R_t, R_t^*\}$  como dadas.<sup>4</sup> Finalmente, el término  $Y_t$  ( $Y_t^*$ ) denota la dotación real por período para un individuo Doméstico (Extranjero). Dicha dotación esta medida en las mismas unidades para todos los países.

Dentro de la representación anterior, vale la pena enfatizar que la incompletitud de los mercados financieros se refleja en el presente documento a través de dos propiedades. Primero, la expresión (5) resume una colección de restricciones presupuestarias, una por cada realización  $(R_t, R_t^*, A_t, B_t, Y_t)$  que consiste de retornos, un portafolio de activos y una dotación; para cada período  $t$ . Segundo, la ausencia de activos (contingentes) a la Arrow implica que ningun individuo es capaz de suavizar su consumo entre distintos estados de la natura-

---

<sup>3</sup>Donde  $\tilde{B}_t$  representa el monto real neto de activos Extranjeros mantenidos por un individuo Doméstico cuando el período  $t$  empieza. Así, la correspondiente restricción presupuestaria está dada entonces por  $C_t + B_{t+1} + \tilde{B}_{t+1} \leq R_t B_t + R_t^* \tilde{B}_t + Y_t$ . Asimismo, dado que  $A_t \equiv B_t + \tilde{B}_t$ , y algunas manipulaciones algebraicas adicionales nos permiten obtener (5). De igual modo, para obtener (6) se emplea un procedimiento análogo.

<sup>4</sup>Para todo  $t$  y  $j \geq 0$ , se tiene el factor de descuento  $D_{t+j}^*$  definido por 1 si  $j = 0$  y  $\prod_{k=1}^j R_{t+k}^{*-1}$  en caso contrario. Para que ambos problemas estén bien definidos, se impone la condición de no juego de ponzi, “no Ponzi game”, de este modo las condiciones  $\lim_{j \uparrow +\infty} E_t [D_{t+j}^* A_{t+j+1}] \geq 0$  y  $\lim_{j \uparrow +\infty} E_t [D_{t+j}^* A_{t+j+1}^*] \geq 0$  son impuestas.

leza. Un argumento idéntico se aplica para la familia de restricciones en (6).

Se asume que el activo Doméstico (Extranjero) es un derecho de un período de duración sobre una fracción  $0 < \alpha < 1$  ( $0 < \alpha^* < 1$ ) de la dotación Doméstica (Extranjera). Siendo la fuente de incertidumbre para la economía Doméstica (Extranjera) resumida por el proceso de dotación  $Y_t = Y \exp(u_t)$  ( $Y_t^* = Y^* \exp(u_t^*)$ ) donde  $Y$  ( $Y^*$ ) es una constante positiva. Además, por una cuestión de exposición, asumiremos que  $Y = Y^*$  y que  $\{u_t\}$  ( $\{u_t^*\}$ ) denota una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media zero y varianza positiva  $\sigma^2$  ( $\sigma^{*2}$ ). De este modo, en el período  $t$ , y una vez que la incertidumbre ha sido resuelta, el pago real a un derecho sobre participaciones Domésticas (Extranjeras) compradas en el período  $t-1$  esta dado por  $\alpha Y_t$  ( $\alpha^* Y_t^*$ ) mientras que su precio real es denotado por  $Z_{t-1}$  ( $Z_{t-1}^*$ ). Por lo tanto, la tasa bruta de rendimiento de los activos Domésticos (Extranjeros) esta dada por  $R_t = \alpha Y_t / Z_{t-1}$  ( $R_t^* = \alpha^* Y_t^* / Z_{t-1}^*$ ).<sup>5</sup> Finalmente, también asumimos que no hay riesgo de impago en ninguna economía.<sup>6</sup>

## 4. Equilibrio competitivo

El entorno económico descrito líneas arriba permite definir de manera consistente el correspondiente equilibrio competitivo como sigue (donde los precios y las asignaciones son expresados en términos reales).

**Definition 1.** *Un equilibrio competitivo esta dado por sucesiones de precios de activos  $\{Z_t, Z_t^*\}$ , tasas brutas de retorno  $\{R_t, R_t^*\}$ , asignaciones individuales  $\{C_t, A_{t+1}, B_{t+1}\}$  y  $\{C_t^*, A_{t+1}^*, B_{t+1}^*\}$ , y asignaciones promedio  $\{\bar{C}_t, \bar{C}_t^*\}$  tales que para todo  $t$ :*

---

<sup>5</sup>Este resultado se deduce por la naturaleza de un período de los activos mientras que el caso de un árbol de Lucas conduce a  $R_t = (Z_t + \alpha Y_t) / Z_{t-1}$ . Además, los parámetros  $\alpha$  y  $\alpha^*$  reflejan el hecho que el rendimiento real de los activos está vinculado a la cantidad de bienes (de consumo) en cada economía. En un marco más general este parámetro puede representar, por ejemplo, la participación de capital en el producto.

<sup>6</sup>Específicamente, las condiciones  $R_t \{n B_{t-1} + (1-n) B_{t-1}^*\} = n \alpha Y_t$  y  $R_t^* \{n \tilde{B}_{t-1} + (1-n) \tilde{B}_{t-1}^*\} = (1-n) \alpha^* Y_t^*$  se cumplen para las economías Doméstica y Extranjera, respectivamente.

- a) Dados  $\{\bar{C}_t\}$ ,  $\{R_t, R_t^*\}$  y  $\{Y_t\}$ , las asignaciones individuales Domésticas  $\{C_t, A_{t+1}, B_{t+1}\}$  resuelven el problema de maximización de utilidad (1) sujeto a la definición del factor de descuento (3), las restricciones presupuestarias en (5) y las condiciones iniciales  $(A_0, B_0)$ ,
- b) Dados  $\{\bar{C}_t^*\}$ ,  $\{R_t, R_t^*\}$  y  $\{Y_t^*\}$ , las asignaciones individuales Extranjeras  $\{C_t^*, A_{t+1}^*, B_{t+1}^*\}$  resuelven el problema de maximización de la utilidad (2) sujeto a la definición del factor de descuento (4), la restricción presupuestaria en (6) y las condiciones iniciales  $(A_0^*, B_0^*)$ ,
- c) Los retornos brutos cumplen  $R_t = \alpha Y_t / Z_{t-1}$  y  $R_t^* = \alpha^* Y_t^* / Z_{t-1}^*$ ,
- d) Los activos netos mundiales son iguales a cero esto es, se cumple:  $nA_t + (1 - n)A_t^* = 0$  y  $nB_t + (1 - n)B_t^* = 0$ , y
- e) Para cada economía, los niveles de consumo promedio e individual son consistentes entre si:  $\bar{C}_t = C_t$  and  $\bar{C}_t^* = C_t^*$ .

Las condiciones (7)-(18) en la sección B de la tabla 1 caracterizan el equilibrio competitivo.<sup>7</sup> Específicamente, las expresiones (7) y (8) son condiciones de no arbitraje que requieren que la correspondiente utilidad marginal del consumo futuro no esté correlacionada con el excedente del retorno futuro.<sup>8</sup> Las condiciones (9) y (10) son ecuaciones de Euler donde la utilidad marginal del consumo actual es igual a la utilidad marginal esperada y descontada

---

<sup>7</sup>La caracterización completa también requiere que se cumplan las siguientes condiciones de transversalidad para mercados financieros incompletos (ver Magill y Quinzii, 1994):

$$\lim_{j \uparrow +\infty} E_t \left[ \omega C_t^{-\eta} \frac{u'(C_{t+j})}{u'(C_t)} A_{t+j+1} \right] = 0 \text{ and } \lim_{j \uparrow +\infty} E_t \left[ \omega^* C_t^{*- \eta} \frac{u'(C_{t+j}^*)}{u'(C_t^*)} A_{t+j+1}^* \right] = 0.$$

<sup>8</sup>Existe una interpretación alternativa para estas condiciones: ya que los activos locales y extranjeros constituyen formas alternativas de alcanzar el consumo del siguiente período, estos deben proporcionar la misma utilidad marginal esperada descontada del consumo futuro. De lo contrario, existe un incentivo para reasignar la composición del portafolio hacia el activo que ofrece mayores beneficios en términos de utilidad futura.

del consumo del siguiente período. Vale la pena notar que en equilibrio no hay distinción entre el consumo individual y promedio y por lo tanto, por construcción, también existe un efecto impaciencia del consumo.<sup>9</sup> Las ecuaciones (11) y (12) son las restricciones presupuestarias (vinculantes) que en equilibrio describen, dadas las decisiones de consumo y portafolio en equilibrio, la evolución de la posición de activos netos para cada economía. Así, las expresiones (13) y (14) describen los procesos de dotación exógenos y el vínculo entre las tasas (brutas) de retorno de los activos y sus correspondientes precios se encuentra explícito en (15) y (16). De otro lado, la condición de equilibrio de mercados (17) impone que el monto total de activos netos del mundo es igual a cero. En ese sentido, cualquier déficit en una economía debe ser financiado por un superávit en la otra economía y viceversa.<sup>10</sup> Sin pérdida de generalidad, en (18) asumimos además que la cantidad total de activos netos Domésticos es igual a cero.<sup>11</sup> El(La) lector(a) debe recordar que, en general, no es posible obtener una solución en forma cerrada para esta clase de modelos. Por esta razón, el uso de métodos de aproximación se ha vuelto muy habitual.<sup>12</sup> Adicionalmente, dado que la característica distintiva del presente modelo simplificado es la presencia de dos activos, en adelante nos enfocamos en las propiedades en equilibrio de la sucesión de montos netos (reales) de activos Domésticos que poseen los agentes Domésticos  $\{B_t\}$  y particularmente en su *media incondicional* o *valor de estado estacionario*  $B$  que tiene un efecto directo sobre la dinámica de los activos netos reales. Para dicho propósito, se pone un énfasis especial en las implicancias de

---

<sup>9</sup>En cada caso, se insertaron la condición  $e$  de la Definición 1 y las definiciones de  $\theta_t$  y  $\theta_t^*$ .

<sup>10</sup>Es decir, el mundo entero se comporta como una economía cerrada para cualquier  $0 < n < 1$ .

<sup>11</sup>La adopción de este supuesto y el de no impago, las restricciones presupuestarias y la identidad de activos netos mundiales nulos, para derivar la restricción de recursos de toda la economía mundial

$$nC_t + (1 - n) C_t^* = nY_t + (1 - n) Y_t^*.$$

<sup>12</sup>King *et al.* (1988) y Campbell (1994) adoptan este enfoque en la literatura de ciclos económicos. De otro lado, en la literatura de macroeconomía internacional, el estudio de Obstfeld y Rogoff (1995) constituye un trabajo pionero.

Cuadro 1: Resumen del modelo

**A. Problema del hogar**

$$\begin{aligned} \max_{\{C_t, A_{t+1}, B_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t u(C_t) \text{ sujeto a} & \quad (1) & \max_{\{C_t^*, A_{t+1}^*, B_{t+1}^*\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t^* u(C_t^*) \text{ sujeto a} & \quad (2) \\ \theta_{t+1} = \theta_t \omega \bar{C}_t^{-\eta}, \theta_0 = 1 & \quad (3) & \theta_{t+1}^* = \theta_t^* \omega^* \bar{C}_t^{*- \eta^*}, \theta_0^* = 1 & \quad (4) \\ C_t + A_{t+1} \leq R_t^* A_t + (R_t - R_t^*) B_t + Y_t & \quad (5) & C_t^* + A_{t+1}^* \leq R_t^* A_t^* + (R_t - R_t^*) B_t^* + Y_t^* & \quad (6) \end{aligned}$$

**B. Equilibrio**

Sector financiero:

$$E_t [u'(C_{t+1}) (R_{t+1} - R_{t+1}^*)] = 0 \quad (7) \quad E_t [u'(C_{t+1}^*) (R_{t+1} - R_{t+1}^*)] = 0 \quad (8)$$

Sector no financiero:

$$u'(C_t) = E_t [\omega C_t^{-\eta} u'(C_{t+1}) R_{t+1}^*] \quad (9) \quad u'(C_t^*) = E_t [\omega^* C_t^{*- \eta^*} u'(C_{t+1}^*) R_{t+1}^*] \quad (10)$$

$$C_t + A_{t+1} = R_t^* A_t + (R_t - R_t^*) B_t + Y_t \quad (11) \quad C_t^* + A_{t+1}^* = R_t^* A_t^* + (R_t - R_t^*) B_t^* + Y_t^* \quad (12)$$

$$Y_t = Y \exp(u_t) \quad (13) \quad Y_t^* = Y^* \exp(u_t^*) \quad (14)$$

$$R_t = \alpha Y_t / Z_{t-1} \quad (15) \quad R_t^* = \alpha^* Y_t^* / Z_{t-1} \quad (16)$$

$$nA_t + (1-n)A_t^* = 0 \quad (17) \quad nB_t + (1-n)B_t^* = 0 \quad (18)$$

**C. Equilibrio (aproximación)**

Sector financiero:

$$E_t [(r_{t+1} - r_{t+1}^*) - \rho c_{t+1} (r_{t+1} - r_{t+1}^*)] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (19) \quad E_t [(r_{t+1} - r_{t+1}^*) - \rho c_{t+1}^* (r_{t+1} - r_{t+1}^*)] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (20)$$

Sector no financiero:

$$-\rho c_t = E_t [-\eta c_t - \rho c_{t+1} + r_{t+1}^*] + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (21) \quad -\rho c_t^* = E_t [-\eta c_t^* - \rho c_{t+1}^* + r_{t+1}^*] + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (22)$$

$$\frac{C}{Y} c_t + a_{t+1} = \frac{1}{\beta} a_t + \frac{B}{\beta Y} (r_t - r_t^*) + y_t + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (23) \quad \frac{C^*}{Y^*} c_t^* + a_{t+1}^* = \frac{1}{\beta} a_t^* + \frac{B^*}{\beta Y^*} (r_t - r_t^*) + y_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (24)$$

$$y_t = u_t + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (25) \quad y_t^* = u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (26)$$

$$r_t = y_t - z_{t-1} + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (27) \quad r_t^* = y_t^* - z_{t-1} + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (28)$$

$$nY a_t + (1-n)Y^* a_t^* = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (29) \quad nB + (1-n)B^* = 0 \quad (30)$$

las condiciones de no arbitraje Doméstica y Extranjera (7) y (8) que implican

$$E_t \{ [u'(C_{t+1}) - u'(C_{t+1}^*)] (R_{t+1} - R_{t+1}^*) \} = 0. \quad (31)$$

En (31), ya que (en equilibrio) las utilidades marginales del consumo futuro de cada economía (Doméstica y Extranjera) no están correlacionadas con el diferencial de retornos (como en las condiciones [7] y [8]), debe cumplirse que el diferencial de utilidades marginales del consumo futuro a su vez no esta correlacionado con el diferencial de retornos. Cabe enfatizar que la condición (31) constituye la expresión clave para calcular el portafolio aproximado en equilibrio ya que proporciona una condición necesaria que filtra candidatos que de otra manera serían potenciales candidatos.

## 5. Aproximación

La caracterización anterior es isomorfa (es decir, posee la misma estructura o forma) a la clase de modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (en adelante, DSGE), debido a que esta conformado por agentes que maximizan su utilidad y condiciones de equilibrio de mercados. Además, es bien sabido que la solución para la clase anterior de modelos se calcula hasta un orden de aproximación elegido por el investigador. Para tal propósito, seleccionamos una expansión de Taylor alrededor del *estado estacionario* del modelo, lo cual es equivalente a aplicar los métodos convencionales de log-linealización (véase Uhlig, 1999). De este modo, la siguiente expresión denota

$$x_t \equiv \frac{X_t - X}{X}$$

a menos que se diga lo contrario, la desviación porcentual de  $X_t$  respecto de su valor de estado estacionario  $X > 0$ . Además, como referencia futura, denotaremos  $\mathcal{O}(\epsilon^j)$  como los “términos de orden  $j$ -ésimo y superior.” Las expresiones (19)-(29) en la sección C de la tabla 1 resumen la aproximación de las condiciones (7)-(17) que caracterizan al equilibrio competitivo, respectivamente, junto con (30) que consitituye la version del estado estacionario de (18). Dentro de dicha representación,  $\rho \equiv -Y u''(Y)/u'(Y) > 0$  denota el coeficiente de aversión relativa al riesgo evaluado en el valor de estado estacionario del proceso de dotación y  $\beta \equiv \omega Y^{-\eta} \in (0, 1)$  denota el factor de descuento en estado estacionario. Siguiendo a Devereux y Sutherland (2011), se toma una aproximación de segundo orden solo a las llamadas condiciones del “Sector financiero” (7) y (8) que lleva a (19) y (20). El argumento principal es que la aproximación de primer orden implícitamente reduce a los agentes económicos a ser neutrales al riesgo y a preocuparse solamente por sus retornos futuros esperados, sin importar el riesgo. No obstante, se necesitan argumentos de aversión al riesgo para poder hallar el portafolio de equilibrio.<sup>13</sup> Se toman las aproximaciones estándar de primer orden a las condiciones restantes (9)-(17) que conducen a (21)-(29), siendo los desvíos de la posición neta de activos  $a_t \equiv (A_t - A)/Y$  y  $a_t^* \equiv (A_t^* - A^*)/Y^*$ , respectivamente.

---

<sup>13</sup>Para el caso de un marco de dos países Tille y van Wincoop (2010) proporcionan un método de solución alternativo que se basa en argumentos de punto fijo.

Hasta este punto, el(la) lector(a) debe notar que la caracterización presentada en la sección C de la tabla 1 difiere en cierto modo del enfoque estándar usado en la literatura. Sin embargo, la representación minimalista en ella permite contar con la estructura mínima requerida para calcular el portafolio en equilibrio de una economía pequeña y abierta.

## 6. Solución en forma cerrada

Adicionalmente a los detalles de la sección previa, introducimos una nueva perspectiva al análisis. Específicamente, nótese que una porción significativa de la literatura relevante trabaja sus modelos imponiendo directamente el supuesto de economía pequeña y abierta (es decir, se asume también que  $n = 0$ ) junto con procesos exógenos para las variables del resto del mundo (variables con una estrella como super índice). Proceder de dicha manera no es inocuo pues existe una estructura relevante que es implícitamente excluída a la vez y clave para resolver consistentemente el modelo para las variables de interés. Por el contrario, la estructura impuesta sobre las variables externas resulta ser relevante.<sup>14</sup> Para entender mejor esto, lo comparamos con otros enfoques. En primer lugar, considérese una situación en la cual aproximamos el equilibrio de tal manera que implícitamente asumimos agentes neutrales al riesgo y variables del resto del mundo exógenas. Tal caso surge si nos basáramos solamente en la *Paridad Descubierta de Intereses*  $E_t[r_{t+1} - r_{t+1}^*] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  en lugar de (19) e impusieramos un proceso autorregresivo exógeno que describa a las variables externas. Es fácil mostrar que en este caso el portafolio Doméstico sigue indeterminado (es decir, aún existe un grado de libertad) debido a que se asume implícitamente que los agentes decisores son neutrales al riesgo en el margen. En segundo lugar, considérese una aproximación que abarca agentes Domésticos aversos al riesgo (condición [19]) y asúmase un proceso autoregresivo exógeno para las variables del resto del mundo. Una vez más, es fácil mostrar que calcular la solución requiere del uso de métodos numéricos ya que emerge una no-linealidad al resolver el modelo.

---

<sup>14</sup>Esto ya se ha hecho previamente en la literatura (por ejemplo, [Faia y Monacelli \(2008\)](#)), aunque con propósitos distintos.

## 6.1. Resolviendo el sector no financiero de la economía grande y cerrada

Finalmente, nos enfocamos nuevamente en el marco estructural con agentes Domésticos y Extranjeros aversos al riesgo considerados originalmente. Como es usual, la economía Extranjera se comporta como una economía cerrada a medida que  $n \rightarrow 0$  y por lo tanto se puede obtener una solución en forma cerrada para el ratio de estado estacionario  $B/(\beta Y)$ . Específicamente, para cualquier  $0 < n < 1$ , sustitúyase las tenencias de activos Domésticos por Extranjeros  $B^* = -[n/(1-n)]B$  de la condición de equilibrio de mercados en (30) dentro de los activos netos futuros de la economía Extranjera  $a_{t+1}^*$  en (24) para obtener

$$a_{t+1}^* = \frac{1}{\beta} a_t^* - \left( \frac{n}{1-n} \right) \frac{B}{\beta Y} (r_t - r_t^*) + y_t^* - \frac{C^*}{Y^*} c_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad (32)$$

y nótese que, por construcción, el efecto de la composición del portafolio Doméstico  $B/(\beta Y)$  sobre  $a_{t+1}^*$  se desvanece a medida que  $n \rightarrow 0$ . Además, nótese que esto se aleja de la práctica común en la cual se fija  $n = 1/2$  basado en estudios previos (como es mencionado por [Trani, 2012](#)). Por otro lado, la condición de equilibrio de mercados (29), al considerar  $n \rightarrow 0$ , colapsa hacia  $a_t^* = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  (es decir, los activos netos del mundo son iguales a cero) que a su vez reduce (32) a  $c_t^* = y_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  (es decir, el resto del mundo solo consume su propia dotación). Para calcular los retornos y precios de los activos en equilibrio, se sustituye el resultado anterior en (22) para obtener los  $E_t r_{t+1}^* = -(\rho - \eta)u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  lo que a su vez implica por (28) que  $z_t^* = (\rho - \eta)u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$ .

Una vez que una solución parcial es calculada para el resto del mundo (una economía grande y cerrada), el procedimiento de solución para la economía pequeña y abierta se resume como sigue:

*Paso 1.* Provisto(as) de la solución (ya calculada) para las variables del resto del mundo, se resuelve las condiciones del “sector no financiero” de la economía pequeña y abierta (21), (23), (25), (27) y (29), las cuales están basadas en una aproximación de primer orden. Como es de esperarse, los resultados dependerán del ratio del portafolio  $B/(\beta Y)$

aún indeterminado.

*Paso 2.* Usar los resultados del *Paso 1* para resolver el ratio de portafolio en estado estacionario que satisface la versión aproximada de (31), presentada implícitamente por las condiciones del “sector financiero” (19) y (20).

## 6.2. Resolviendo para el sector no financiero de la economía pequeña y abierta

Para el caso de una economía pequeña y abierta, la restricción presupuestaria (23) (después de sustituir el proceso de dotación [25]) y la ecuación de Euler (21) pueden ser representada en forma compacta mediante

$$\begin{bmatrix} a_{t+1} \\ E_t c_{t+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/\beta & -1 \\ 0 & 1 - \eta/\rho \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} a_t \\ c_t \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -(1 - \eta/\rho) & 0 \end{bmatrix}}_{\gamma} \begin{bmatrix} u_t \\ u_t^* \\ \frac{B}{\beta Y} \xi_t \end{bmatrix} + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (33)$$

donde  $\xi_t \equiv r_t - r_t^*$  denota el retorno excedente. Además, hasta una aproximación de primer orden la *Paridad Descubierta de Tasas de Intereses*  $E_t[r_{t+1} - r_{t+1}^*] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  se mantiene y en el caso particular de este modelo el retorno excedente está expresado como el diferencial de los choques de dotación:

$$r_t - r_t^* = u_t - u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (34)$$

para todo  $t$  (véase el Apéndice A). Adicionalmente, en (33), ya que las entradas de la diagonal principal de  $\mathbf{A}$  satisfacen  $|1/\beta| > 1$  y  $|1 - \eta/\rho| < 1$ , y dado que hay solo una variable no predeterminada (consumo Doméstico  $c_t$ ), se tendrá que las condiciones de Blanchard y Kahn (1980, Proposición 1) se cumplen y la única solución hacia adelante para  $c_t$  estaría dada por (véase el Apéndice B)

$$\begin{aligned} c_t &= \left[ \frac{1}{\beta} - \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) \right] a_t + \left[ 1 - \beta \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) \right] u_t \\ &\quad + \beta \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) u_t^* + \left[ 1 - \beta \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) \right] \frac{B}{\beta Y} \xi_t + \mathcal{O}(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (35)$$

En ese sentido, como se mencionó anteriormente, dicha representación *parcial* en el espacio de estados para  $c_t$  todavía depende de un valor particular de estado estacionario  $B/(\beta Y)$  (es decir, existe un grado de libertad).

### 6.3. Portafolio de estado estacionario no estocástico

Por otro lado, cabe notar que las expresiones (19) y (20) conllevan a:

$$E_t [-\rho (c_{t+1} - c_{t+1}^*) (r_{t+1} - r_{t+1}^*)] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (36)$$

que aproxima la condición (31) que, una vez más, establece que si cada utilidad marginal del consumo (Doméstico y Extranjero), no esta correlacionado con el retorno excedente, entonces debe ocurrir que el diferencial de utilidades marginales del consumo entre países también debe estar no correlacionado con el diferencial de retornos. Nótese que el lado izquierdo de (36) constituye un segundo momento expresado como el producto de dos términos de primer orden que a su vez pueden calcularse separadamente:  $c_{t+1} - c_{t+1}^*$  y  $r_{t+1} - r_{t+1}^*$ . Dada esta propiedad, adicionalmente la sustitución de (34), (35) y el resultado obtenido para el consumo de la economía grande y cerrada  $c_t^* = u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  dentro de (36) y resolviendo para  $B/(\beta Y)$  nos conduce a (véase el Apéndice C)

$$\frac{B}{\beta Y} = -\frac{1}{1 + \sigma^2/\sigma^{*2}} + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (37)$$

la cual es una expresión que se asemeja a la obtenida por Merton (1969, ecuación 25) para el caso de funciones de utilidad instantáneas con un coeficiente de aversión relativa al riesgo constante.

En este punto es preciso mencionar algunos comentarios relevantes. Primero, dado que el presente modelo constituye una configuración para una economía mundial de un solo bien, la expresión (37) sugiere un sesgo hacia los activos Extranjeros. Una explicación simple se basa en el hecho de que, dado que (en el estado estacionario) los activos netos son iguales a cero y las fluctuaciones de los precios de activos están determinadas por la economía Extranjera, los individuos Domésticos tienen el incentivo de coberturar sus riesgos manteniendo posiciones

largas en activos Extranjeros que son financiadas con posiciones cortas en activos Domésticos. Sin embargo, dicho resultado contradice la evidencia empírica que reporta que muchos portafolios a nivel de país permanecen fuertemente sesgados hacia los activos Domésticos, un hecho conocido como el *rompecabezas de la diversificación internacional* o “*international diversification puzzle*” (véase, por ejemplo, [Heathcote y Perri, 2013](#)). Segundo, tomando en consideración la descripción previa, en la expresión (37) podemos afirmar que *ceteris paribus* un incremento en la volatilidad de los activos Domésticos (mayor  $\sigma^2$ ) conlleva que los activos Extranjeros sean relativamente más atractivos, lo cual a su vez permite que la posición corta en activos Domésticos sea más grande en valor absoluto. Finalmente, los resultados anteriores pueden ser empleados para expresar el comportamiento de las variables relevantes ( $c_t$  y  $a_{t+1}$ ) a través de una representación de estado-espacio

$$c_t = \left[ \frac{1}{\beta} - \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] a_t + \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] u_t + \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) u_t^* + \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] \frac{B}{\beta Y} (u_t - u_t^*) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad (38)$$

$$a_{t+1} = \underbrace{\frac{1}{\beta} a_t}_{\text{efecto riqueza}} + \underbrace{\frac{B}{\beta Y} (u_t - u_t^*)}_{\text{efecto composición}} + \underbrace{u_t}_{\text{dotación}} - \underbrace{c_t}_{\text{consumo}} + \mathcal{O}(\epsilon^2). \quad (39)$$

la cual provee un análisis estructural de la cuenta corriente de la economía pequeña y abierta. En particular se puede apreciar que además del habitual *efecto riqueza* (una mayor riqueza conduce a retornos más elevados) la volatilidad relativa de los choques posee no solo un efecto directo a través del llamado *efecto composición* sino también a través de un efecto indirecto reflejado en la respuesta del consumo en (38).

## 7. Conclusiones

Aunque altamente estilizado, el marco de dos países en este documento contiene dos elementos clave en la clase de modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (DSGE). Concretamente, una ecuación de Euler y una ley de movimiento para cada economía. La principal diferencia se basa en la introducción de condiciones marginales que determinan

el portafolio de países en equilibrio. Dentro de estos márgenes, el componente de riesgo (contenido en los segundos momentos de los retornos reales) ya no es ignorado. Esto ocurre porque el orden de aproximación empleado no impide que los agentes decisores sean neutrales al riesgo. Por lo tanto, la indeterminación del portafolio en equilibrio ya no se cumple. Finalmente, desde un punto de vista macroeconómico, el presente documento permite no solo abordar la relevancia del “canal de valuación” (como es enfatizado por [Curcuru \*et al.\*, 2011](#)) sino hacerla consistente con el hecho que las fluctuaciones en la riqueza financiera son también importantes.

## Apéndice A Retornos excedentes

Las condiciones (19) y (20) conducen a

$$E_t [r_{t+1} - r_{t+1}^*] = 0 + \underbrace{E_t [\rho c_{t+1} (r_{t+1} - r_{t+1}^*)]}_{\mathcal{O}(\epsilon^2)} + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (\text{A.1})$$

y

$$E_t [r_{t+1} - r_{t+1}^*] = 0 + \underbrace{E_t [\rho c_{t+1}^* (r_{t+1} - r_{t+1}^*)]}_{\mathcal{O}(\epsilon^2)} + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (\text{A.2})$$

lo cual implica que, hasta una aproximación de primer orden, la sucesión de retornos excedentes futuros  $\{r_{t+1} - r_{t+1}^*\}$  se comporta como una sucesión de variables aleatorias con media cero.

Para el modelo específico bajo consideración, las condiciones (25), (26), (27) y (28) implican

$$r_{t+1} = u_{t+1} - z_t + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (\text{A.3})$$

$$r_{t+1}^* = u_{t+1}^* - z_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2). \quad (\text{A.4})$$

Las condiciones (A.2), (A.3) y (A.4) implican  $z_t = z_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$  para todo  $t$  lo que a su vez implica

$$r_t - r_t^* = u_t - u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2), \text{ para todo } t. \quad (\text{A.5})$$

## Apéndice B Consumo en equilibrio

En la ecuación (33), defínase:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/\beta & -1 \\ 0 & 1 - \eta/\rho \end{bmatrix} \text{ y } \gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -(1 - \eta/\rho) & 0 \end{bmatrix}.$$

Entonces, es fácil verificar que  $\mathbf{A} = \mathbf{BJC}$  donde

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1/\beta - (1-\eta/\rho)} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \eta/\rho & 0 \\ 0 & 1/\beta \end{bmatrix} \text{ y} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{1/\beta - (1-\eta/\rho)} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Ademas, defínase

$$\gamma \equiv \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -(1 - \eta/\rho) & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

La solución hacia adelante para  $c_t$  se obtiene de la ecuación (3) de acuerdo a [Blanchard y Kahn \(1980\)](#), lo cual nos lleva a la ecuación (35) en el texto.

## Apéndice C Portafolio en equilibrio

La solución en (35), junto con  $c_t^* = u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2)$ , implica que:

$$\begin{aligned} c_{t+1} - c_{t+1}^* &= \left[ \frac{1}{\beta} - \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] a_{t+1} \\ &+ \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] u_{t+1} - \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] u_{t+1}^* \\ &+ \left[ 1 - \beta \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right) \right] \left( \frac{B}{\beta Y} \right) (u_{t+1} - u_{t+1}^*). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Finalmente, sustituyendo (C.1) en (36) y resolviendo para  $B/(\beta Y)$  obtenemos a la expresión (37) en el texto.

## Referencias

- Adjemian, S., Bastani, H., Juillard, M., Karamé, F., Mihoubi, F., Perendia, G., Pfeifer, J., Ratto, M., y Villemot, S. (2011). Dynare: Reference manual, version 4. Dynare working papers, CEPREMAP.
- Aoki, K. y Sudo, N. (2012). Asset Portfolio Choice of Banks and Inflation Dynamics. Bank of Japan Working Paper Series 12-E-5, Bank of Japan.
- Aoki, K. y Sudo, N. (2013). Bank's regulation, asset portfolio choice of banks, and macroeconomic dynamics. CARF F-Series CARF-F-323, Center for Advanced Research in Finance, Faculty of Economics, The University of Tokyo.
- Bénétrix, A. (2009). The anatomy of large valuation episodes. *Review of World Economics (Weltwirtschaftliches Archiv)*, 145(3):489–511.
- Bénétrix, A. S., Lane, P. R., y Shambaugh, J. C. (2015). International currency exposures, valuation effects and the global financial crisis. *Journal of International Economics*, 96(S1):S98–S109.
- Bergin, P. R. y Pyun, J. H. (2016). International portfolio diversification and multilateral effects of correlations. *Journal of International Money and Finance*, 62(C):52–71.
- Bhamra, H. S., Coeurdacier, N., y Guibaud, S. (2014). A dynamic equilibrium model of imperfectly integrated financial markets. *Journal of Economic Theory*, 154(C):490–542.
- Blanchard, O. J. y Kahn, C. M. (1980). The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations. *Econometrica*, 48(5):1305–11.
- Broer, T. (2017). The home bias of the poor: Foreign asset portfolios across the wealth distribution. *European Economic Review*, 92(C):74–91.
- Brzoza-Brzezina, M., Kolasa, M., y Makarski, K. (2017). Monetary and macroprudential policy with foreign currency loans. *Journal of Macroeconomics*, 54(PB):352–372.

- Campbell, J. Y. (1994). Inspecting the mechanism: An analytical approach to the stochastic growth model. *Journal of Monetary Economics*, 33(3):463–506.
- Clarida, R., Galí, J., y Gertler, M. (1999). The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. *Journal of Economic Literature*, 37(4):1661–1707.
- Curcucu, S. E., Thomas, C. P., Warnock, F. E., y Wongswan, J. (2011). US International Equity Investment and Past and Prospective Returns. *American Economic Review*, 101(7):3440–3455.
- De Paoli, B. (2009). Monetary Policy under Alternative Asset Market Structures: The Case of a Small Open Economy. *Journal of Money, Credit and Banking*, 41(7):1301–1330.
- Devereux, M. B. y Sutherland, A. (2011). Country Portfolios In Open Economy Macro-Models. *Journal of the European Economic Association*, 9(2):337–369.
- Dlugoszek, G. (2017). Solving DSGE Portfolio Choice Models with Asymmetric Countries. Annual Conference 2017 (Vienna): Alternative Structures for Money and Banking 168182, Verein für Socialpolitik / German Economic Association.
- Evans, M. D. y Hnatkovska, V. (2012). A method for solving general equilibrium models with incomplete markets and many financial assets. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(12):1909–1930.
- Faia, E. y Monacelli, T. (2008). Optimal Monetary Policy in a Small Open Economy with Home Bias. *Journal of Money, Credit and Banking*, 40(4):721–750.
- Fanelli, S. (2017). Optimal monetary policy and portfolio choice. Technical report, Massachusetts Institute of Technology.
- Gavilán, A. y Rojas, J. A. (2009). Solving Portfolio Problems with the Smolyak-Parameterized Expectations Algorithm. Working Papers 0838, Banco de España; Working Papers Homepage.

- Grinols, E. L. y Turnovsky, S. J. (1994). Exchange rate determination and asset prices in a stochastic small open economy. *Journal of International Economics*, 36(1-2):75–97.
- He, D., Luk, P., y Zhang, W. (2015). The Internationalisation of the Renminbi as an Investing and a Funding Currency: Analytics and Prospects. Working Papers 012015, Hong Kong Institute for Monetary Research.
- Heathcote, J. y Perri, F. (2013). The International Diversification Puzzle Is Not as Bad as You Think. *Journal of Political Economy*, 121(6):1108–1159.
- Judd, K. L. (1996). Approximation, perturbation, and projection methods in economic analysis. En Amman, H. M., Kendrick, D. A., y Rust, J., editores, *Handbook of Computational Economics*, volumen 1 de *Handbook of Computational Economics*, capítulo 12, pp. 509–585. Elsevier.
- Juillard, M. (2011). Local approximation of DSGE models around the risky steady state. wp.comunite 0087, Department of Communication, University of Teramo.
- King, R. G., Plosser, C. I., y Rebelo, S. T. (1988). Production, growth and business cycles : I. The basic neoclassical model. *Journal of Monetary Economics*, 21(2-3):195–232.
- Lane, P. R. y Milesi-Ferretti, G. M. (2007). A Global Perspective on External Positions. En *G7 Current Account Imbalances: Sustainability and Adjustment*, NBER Chapters, pp. 67–102. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Lane, P. R. y Shambaugh, J. C. (2010a). Financial Exchange Rates and International Currency Exposures. *American Economic Review*, 100(1):518–40.
- Lane, P. R. y Shambaugh, J. C. (2010b). The long or short of it: Determinants of foreign currency exposure in external balance sheets. *Journal of International Economics*, 80(1):33–44.
- Magill, M. y Quinzii, M. (1994). Infinite Horizon Incomplete Markets. *Econometrica*, 62(4):853–880.

- Merton, R. C. (1969). Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3):247–57.
- Modigliani, F. y Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *American Economic Review*, 48(3):261–297.
- Obstfeld, M. y Rogoff, K. (1995). Exchange Rate Dynamics Redux. *Journal of Political Economy*, 103(3):624–60.
- Okawa, Y. y van Wincoop, E. (2012). Gravity in International Finance. *Journal of International Economics*, 87(2):205–215.
- Rabitsch, K. y Stepanchuk, S. (2014). A two-period model with portfolio choice: Understanding results from different solution methods. *Economics Letters*, 124(2):239–242.
- Rabitsch, K., Stepanchuk, S., y Tsyrennikov, V. (2015). International portfolios: A comparison of solution methods. *Journal of International Economics*, 97(2):404–422.
- Schmitt-Grohé, S. y Uribe, M. (2003). Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61(1):163–185.
- Steinberg, J. (2018). International Portfolio Diversification and the Structure of Global Production. *Review of Economic Dynamics*, 29:195–219.
- Tille, C. y van Wincoop, E. (2010). International capital flows. *Journal of International Economics*, 80(2):157–175.
- Tovar, C. E. (2009). DSGE Models and Central Banks. *Economics - The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, 3:1–31.
- Trani, T. (2012). Funding under Borrowing Limits in International Portfolios. IHEID Working Papers 01-2012, Economics Section, The Graduate Institute of International Studies.

Uhlig, H. (1999). A toolkit for analysing nonlinear dynamic models easily. En Marimon, R. y Scott, A., editores, *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, capítulo 3, pp. 30–61. Oxford University Press.

Yu, C. (2015). Evaluating international financial integration in a center-periphery economy. *Journal of International Economics*, 95(1):129–144.