

# Regla Fiscal Estructural y el Ciclo del Producto\*

## (Preliminar e incompleto)

Carlos Montoro<sup>†</sup> y Eduardo Moreno<sup>‡</sup>

July 3, 2006

### Abstract

En este trabajo se discute el efecto de reglas fiscales alternativas sobre la volatilidad del PBI en el contexto de un modelo macroeconómico neoclásico aumentado con variables fiscales. Modelos de este tipo son los estudiados por Baxter y King (1993), Ludvigson(1996), Galí(1994) y Guo y Harrison(2004). El experimento de política a analizar es el cambio de la regla de cierre de las cuentas fiscales, la cual pasa de una regla de meta de déficit como porcentaje del PBI a una regla de déficit estructural. La variable de interés es la volatilidad del PBI. Asimismo se estudia la equivalencia de dichas reglas en estado estacionario y sus diferencias en la dinámica de corto plazo de las principales variables macroeconómicas y sus implicancias para la determinación del equilibrio de la economía.

Las reglas de política consideradas son similares a las implementadas en la Unión Europea (límite al déficit fiscal y al saldo de la deuda pública), Perú (límite al déficit fiscal y al gasto del gobierno), Chile y Suiza (límite al déficit estructural). De esta manera, a diferencia de otros autores, los cuales han analizado reglas fiscales óptimas o bien diversas reglas ad-hoc para los ingresos y gastos del gobierno, este trabajo analiza reglas fiscales que han sido implementadas en la práctica por diversos países. Esto nos permite analizar problemas de implementación relevantes para la ejecución de la política fiscal que no han sido abordados en los estudios previos. Por otro lado, se proporciona un marco teórico para el estudio del impacto de reglas implementadas en la práctica sobre la volatilidad del producto.

Encontramos que en un contexto estándar, en el que se asume que la brecha del producto es observable, la regla de déficit primario estructural produce una menor varianza que las alternativas así como una postura contracíclica de la política fiscal. Esta menor volatilidad macro se traduce en una mayor volatilidad de la deuda pública, variable que absorbe el impacto en las cuentas fiscales de choques al PBI y a la tasa de interés. Encontramos además que una condición para que una regla estructural sea implementable es que la tasa de crecimiento tendencial sea mayor que la tasa de interés de largo plazo.

**Clasificación JEL:** E62, H3, H6

**Palabras clave:** Reglas Fiscales, Política fiscal, Volatilidad del Producto.

---

\*Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden a los de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

<sup>†</sup>Banco Central de Reserva del Perú y LSE. E-mail: carlos.montoro@bcrp.gob.pe

<sup>‡</sup>Banco Central de Reserva del Perú. E-mail: eduardo.moreno@bcrp.gob.pe

# 1 Introducción

En este documento se analizan algunos aspectos del diseño de reglas de política fiscal en el contexto de un modelo macroeconómico neoclásico simple. En particular se evalúa el impacto sobre la volatilidad macroeconómica (medida por la varianza del PBI) de pasar de una regla basada en metas al déficit convencional a una regla basada en el déficit estructural o ajustado por el ciclo económico. Asimismo evaluamos el impacto de fijar la meta fiscal en términos del déficit primario en lugar del déficit económico.

El estudio del diseño de reglas de la política fiscal es relevante puesto que que un grupo importante de países tanto desarrollados como emergentes han optado por esquemas de este tipo. Los ejemplos más notables son las reglas del Pacto de Estabilidad y Crecimiento (límite al déficit de 3 por ciento del PBI y de 60 por ciento del PBI para la deuda) y el "Freno de Deuda" utilizado en Suiza (límite nulo para el déficit estructural), entre otros. Entre los países de la región, Brasil, Perú y Chile cuentan con reglas fiscales de diverso tipo. La creciente popularidad de las reglas fiscales se explica en parte porque son vistas como una posible solución a los sesgos al déficit y acumulación excesiva de deuda pública presentes en un manejo discrecional de los instrumentos fiscales.<sup>1</sup>

Desde un punto de vista teórico, es además relevante analizar las implicancias para el equilibrio de la economía del uso de estas reglas. Este análisis es informativo respecto a la forma en que pueden diseñarse los ajustes en los instrumentos fiscales, de modo que se asegure la sostenibilidad de la deuda y la estabilidad del sistema. Así este documento se concentra en reglas fiscales implementables, por lo que se diferencia del análisis de la optimalidad de la política fiscal que en este contexto se relaciona con la derivación de secuencias de instrumentos fiscales que resuelven una clase de problema dinámico de Ramsey como por ejemplo en Chari, Christiano y Kehoe(1994). Por otro lado, aunque el modelo utilizado en este trabajo se basa en los estudios de Baxter y King(1993), Ludvigson(1996), Galí(1994) y Guo y Harrison(2004) el interés de este artículo no es derivar la respuesta de la economía a choques no esperados en los instrumentos fiscales, como se hace en los estudios citados, sino derivar el efecto de cambios en la parte sistemática (regla) de la formulación de la política fiscal, en particular sobre la volatilidad de la economía.

Encontramos que en un modelo de economía cerrada calibrado para replicar algunas características de la economía peruana (estructura del gasto agregado y varianzas relativas de sus componentes) en el que se incorporan tanto choques de oferta como de demanda, una regla de resultado primario estructural domina en términos de la varianza del PBI a una regla de déficit económico estructural así como a las reglas basadas en medidas convencionales (primario o económico) del déficit fiscal. Ello se explica porque una regla estructural origina una respuesta anticíclica de la política fiscal a choques económicos y reduce a su vez la varianza del gasto público, ya que éste no tiene que ajustarse ante perturbaciones en los ingresos fiscales para obtener una meta de déficit dada. En términos de los componentes de la demanda agregada, el supuesto de economía cerrada implica que la varianza del consumo privado aumenta con las reglas estructurales. Ello se eliminaría en un modelo de pequeña economía abierta en el se

---

<sup>1</sup>Drazen(2004) presenta un resumen de los argumentos de inconsistencia temporal y economía política que originan estos sesgos.

obtendría una mayor varianza en la cuenta corriente.

De otro lado, mediante el análisis de la determinación del equilibrio del modelo se encontró que para combinaciones de parámetros que implican que la tasa de crecimiento es menor a la tasa de interés sobre la deuda, una regla de déficit económico requiere, para que exista un equilibrio estable, que la reacción del gasto no financiero a choques en el PBI sea inclusive mayor que la asociada a una meta de déficit convencional. Asimismo, en este caso una regla basada en metas de resultado primario no puede asegurar la existencia del equilibrio. Sin embargo, cuando la tasa de crecimiento de la economía supera la tasa de interés de la deuda, una regla estructural (sea en el resultado económico o en el primario) es consistente con el equilibrio, mientras que una regla basada en el resultado económico convencional configura un caso límite en que la senda para la deuda pública tiene una raíz unitaria.

El resto del trabajo se divide en 3 secciones. En la siguiente sección se presenta el modelo utilizado. La sección tres contiene el análisis de estabilidad y los principales resultados de este estudio. En la última sección se presentan las limitaciones del análisis, la agenda de trabajo pendiente y algunas implicancias de política a manera de conclusión.

## 2 El Modelo

En esta sección se presenta un modelo muy simple de equilibrio general neoclásico que incorpora gastos y deuda del gobierno. El experimento de política a considerar es el efecto dinámico sobre la varianza del producto de reglas fiscales alternativas basados en una regla de déficit convencional y una regla de déficit estructural. Consideramos además reglas basadas en la medida del déficit económico y del déficit primario.

Seguimos muy de cerca a Baxter y King (1993), el cual incorpora las principales características necesarias para analizar política fiscal en equilibrio general. En dicho modelo la oferta laboral es variable y hay acumulación de capital. Nosotros incorporamos además la acumulación de deuda por parte del gobierno y crecimiento económico por desarrollo tecnológico. Estas variables son importantes para analizar las implicancias de la política fiscal y la dinámica de la deuda pública sobre la volatilidad del producto.

### 2.1 Preferencias

El agente representativo tiene un horizonte de planeamiento infinito y tiene preferencias sobre las secuencias de consumo, trabajo y gasto público a largo de su vida. Este agente maximiza a lo largo del tiempo su utilidad esperada, que tiene la forma:

$$U = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u_{t+s} \quad (1)$$

el flujo de utilidad de cada periodo es descontado por el factor  $\beta < 1$ , además:

$$u_t = \exp(v_t) \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \zeta \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \Gamma(G_t) \quad (2)$$

La utilidad depende positivamente en bienes de consumo producidos por el sector privado ( $C_t$ ) y por el sector público ( $G_t$ ), y negativamente en el trabajo ( $N_t$ ).  $v_t$  es un choque a las preferencias hacia el consumo privado, un incremento en  $v_t$  indica mayor demanda de bienes de consumo<sup>2</sup>.  $\sigma$  es la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal y  $\eta$  es la inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo<sup>3</sup>. Al igual que Baxter y King (1993), incluimos una función no-decreciente  $\Gamma$  para capturar los efectos del gasto público en la utilidad de los individuos, por ejemplo el efecto de gastos en defensa. Estos gastos no afectan directamente la producción privada ni las decisiones de consumo de los individuos.

---

<sup>2</sup>Se asume que  $v_t$  sigue un proceso autorregresivo de primer orden:

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \epsilon_{v,t}$$

donde  $\epsilon_{v,t}$  se distribuye independientemente e idénticamente  $N(0, \sigma_v^2)$ .

<sup>3</sup>En la parametrización necesitamos que  $\sigma = 1$  para tener una senda de crecimiento balanceado, al igual que en King, Plosser y Rebelo (1988a).

## 2.2 Tecnología

La tecnología disponible se resume en una función producción del tipo Cobb-Douglas con retornos a escala constantes:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} \quad (3)$$

donde  $0 < \alpha < 1$ ,  $Y_t$  es el producto,  $N_t$  es el trabajo,  $K_t$  el capital privado,  $A_t$  representa el nivel de la tecnología, el cual es exógeno y afecta la productividad del trabajo ("*labor augmenting*")<sup>4</sup>. Se asume que la tecnología esta compuesta por un componente determinístico y por uno exógeno, de la siguiente forma:

$$A_t = \Lambda_t \exp(a_t)$$

donde  $\Lambda_t$  es el componente determinístico que crece a una tasa bruta de  $\gamma > 1$ :

$$\Lambda_t = \gamma \Lambda_{t-1}$$

y  $a_t$  es el componente estocástico, el cual sigue un proceso autorregresivo de primer orden:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \epsilon_{a,t}$$

donde  $\epsilon_{a,t}$  se distribuye independientemente e idénticamente  $N(0, \sigma_a^2)$ .

El capital privado evoluciona de acuerdo a:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \quad (4)$$

donde  $I_t$  es la inversión bruta y  $\delta$  es la tasa de depreciación.

## 2.3 Restricciones presupuestarias

En cada periodo el agente representativo enfrenta la siguiente restricción presupuestaria:

$$C_t + I_t + B_t \leq (1 - \tau) Y_t + T_t + R_t B_{t-1} \quad (5)$$

donde  $\tau$  denota la tasa impositiva sobre el producto, la cual es fija en el tiempo<sup>5</sup>. Esta tasa se puede interpretar también como una tasa uniforme a la renta del capital y del trabajo.  $T_t$  son transferencias de suma alzada del gobierno.  $B_t$  es el saldo de bonos del agente representativo a fin del periodo  $t$  y  $R_t$  es la tasa de interés bruta.

De manera similar, la restricción presupuestaria del gobierno es la siguiente:

$$G_t + T_t + R_t D_{t-1} \leq \tau Y_t + D_t \quad (6)$$

donde  $D_t$  es el saldo de deuda pública a fin de periodo. El lado izquierdo de la expresión son los usos de fondos, que corresponden al gasto en bienes públicos, el pago de transferencias y pago

<sup>4</sup>Una condición para que el modelo tenga una senda de crecimiento balanceado es que el progreso técnico sea "labor augmenting".

<sup>5</sup>En el modelo asumimos que la tasa impositiva es fija en el tiempo, mientras que el gasto se ajusta cada periodo. Este supuesto se acerca a la observación que las tasas impositivas son cambiadas con menor frecuencia que el nivel de gasto público.

de amortización e intereses de la deuda. Las fuentes de fondos son los ingresos por impuestos y la emisión nueva deuda.

Como la economía es cerrada y los unicos agentes son el consumidor-productor y el gobierno, la posición neta de activos debe ser cero:

$$B_t + D_t = 0 \quad (7)$$

Luego de juntar la restricciones presupuestarias del agente representativo (5) y el gobierno (6) con la de la posición neta de deuda (7), tenemos la restricción total de recursos de la economía.

$$C_t + I_t + G_t \leq Y_t \quad (8)$$

La cual se cumple con igualdad dadas las condiciones de la función de utilidad que garantizan no-saciación en el consumo<sup>6</sup>.

## 2.4 Reglas fiscales

En el análisis comparamos los efectos sobre la volatilidad macroeconómica de 4 tipos de reglas fiscales. Estas reglas se basan en la definición del déficit convencional y en la definición del déficit estructural. La primera considera una medida del déficit considerando la situación actual del producto, mientras que la segunda considera la situación de la economía sobre su senda de crecimiento balanceado. Es decir, el déficit estructural elimina los efectos ciclicos del producto sobre el déficit.

Las reglas fiscales son evaluadas además con respecto a la medida del déficit económico y del déficit primario. El déficit económico es una medida del resultado de las operaciones del gobierno, el cual indica la evolución de la deuda del sector público. Es decir un déficit económico positivo (negativo) indica un incremento (una reducción) de la deuda pública. Por otro lado, el déficit primario considera el resultado de las operaciones del gobierno sin considerar el pago por los intereses de la deuda. Dado que los pagos por intereses provienen de la acumulación de deuda de periodos anteriores, el resultado primario considera unicamente el resultado de las operaciones provenientes en el periodo. Estas 4 reglas condicionan la evolución del gasto público a mantener cierta definición del déficit público balanceado.

Por simplicidad asumimos que las transferencias se mantienen como proporcion constante sobre el producto en la senda de crecimiento balanceado ( $\bar{Y}_t$ ), y todo el ajuste del gasto es sobre el gasto público  $G_t$ <sup>7</sup>.

$$T_t = \theta_T \bar{Y}_t = \bar{T}_t \quad (9)$$

La primera regla, la del déficit económico convencional, la definimos como aquella que condiciona la evolución del gasto público a mantener un ratio de deuda sobre el producto constante. Esta regla tiene la siguiente forma:

$$G_t = \tau Y_t - \bar{T}_t - (R_t - \gamma) D_{t-1} \quad (\text{Regla I})$$

<sup>6</sup>Más formalmente, necesitamos que  $u'(c) > 0$  y  $\Gamma'(g) > 0$  para todo  $c$  y  $g$ .

<sup>7</sup>En la practica, las transferencias del sector público tienen un rol redistributivo entre los agentes económicos. Sin embargo, en este modelo dado que sólo hay un agente representativo, las transferencias no cumplen ese rol. Las transferencias se consideran en el modelo para tener una calibración de los componentes de la demanda agregada más cercana a la realidad.

Esta regla origina que el déficit económico medido de forma convencional se encuentre en equilibrio<sup>8</sup>.

De manera similar, la regla de déficit primario convencional elimina los efectos transitorios de los pagos de intereses de la deuda sobre el ajuste del gasto público:

$$G_t = \tau Y_t - \bar{T}_t - (\bar{R} - \gamma) \bar{D}_t \quad (\text{Regla II})$$

Esta regla considera sólo el pago de intereses de la senda de crecimiento balanceado, y es consistente también con el mismo ratio de deuda/producto en estado estacionario de la regla anterior.

Por otro lado, la regla basada en el deficit económico estructural considera un déficit tal que el producto se encuentra sobre su senda de crecimiento balanceado:

$$G_t = \tau \bar{Y}_t - (R_t - \gamma) D_{t-1} \quad (\text{Regla III})$$

Esta regla elimina los efectos ciclicos del producto sobre la recaudación de impuestos. Por ello, un aumento del producto sobre su tendencia originaria un aumento en los ingresos sin un incremento en el gasto público. Ingresos extraordinarios en la recaudación debido a a la fase expansiva del ciclo son ahorrados para cuando el producto se encuentre en su fase recesiva.

Similarmente, la regla del déficit primario estructural elimina los efectos transitorios en los pagos de intereses en el ajuste del gasto público.

$$G_t = \tau \bar{Y}_t - (\bar{R} - \gamma) \bar{D}_{t-1} \quad (\text{Regla IV})$$

Bajo esta última regla, el gasto público no es afectado ni por cambios transitorios en el producto que afectan la recaudación ni por cambios transitorios en los pagos de intereses de la deuda.

Para simplificar el análisis y para poder analizar mixturas entre las reglas, es conveniente escribir las cuatro reglas en una sola:

$$G_t = \lambda_e \tau \bar{Y}_t + (1 - \lambda_s) \tau Y_t - [\lambda_p (\bar{R} - \gamma) \bar{D}_{t-1} + (1 - \lambda_p) (R_t - \gamma) D_{t-1}] \quad (10)$$

donde  $\lambda_e$  y  $\lambda_p$  son indicadores que determinan si una regla es definida sobre el déficit estructural y/o el déficit primario. Los cuales estan definidos de la siguiente forma:

$$\begin{array}{ll} \lambda_e = 1 \rightarrow \text{regla estructural} & \lambda_e = 0 \rightarrow \text{regla convencional} \\ \lambda_p = 1 \rightarrow \text{regla de deficit primario} & \lambda_p = 0 \rightarrow \text{regla de déficit económico} \end{array}$$

El coeficiente  $\lambda_e$  define el grado de ajuste del gasto público a cambios transitorios en la recaudación. Cuando la regla es estructural,  $\lambda_e = 1$ , el gasto no se ajusta ante cambios cíclicos

---

<sup>8</sup>En la práctica, en algunos países que han llevado una regla de déficit convencional, como en el caso del Perú, han considerado una versión de la regla que mantenga un déficit económico no mayor de una meta en porcentaje del PBI. La cual tiene la siguiente forma:

$$G_t = \tau Y_t - \bar{T}_t - (R_t - 1) D_{t-1} + \text{Meta de Déficit (\%PBI)}$$

La regla I corresponde a una regla de meta de déficit, tal que el ratio de deuda/PBI de estado estacionario y la meta de déficit son consistentes entre si.

en el producto. Por otro lado, un coeficiente  $\lambda_e$  negativo originaría que  $(1 - \lambda_e) > 1$ , lo que indicaría un ajuste mayor que 1 ante un cambio transitorio en la recaudación. Similarmente,  $\lambda_p$  controla el ajuste del gasto público a cambios en el pago de intereses. Una regla basada en el déficit primario,  $\lambda_p = 1$ , no ajusta el gasto ante cambios transitorios en los pagos de intereses, mientras que un coeficiente  $\lambda_p$  negativo indicaría un ajuste en el gasto público más que proporcional a fluctuaciones en el pago de intereses.

Las cuatro reglas estan resumidas de la siguiente forma por la combinación de los parámetros:

Regla I	Déficit Económico Convencional	$\lambda_e = 0$	$\lambda_p = 0$
Regla II	Déficit Primario Convencional	$\lambda_e = 0$	$\lambda_p = 1$
Regla III	Déficit Económico Estructural	$\lambda_e = 1$	$\lambda_p = 0$
Regla IV	Déficit Primario Estructural	$\lambda_e = 1$	$\lambda_p = 1$

## 2.5 Equilibrio Macroeconomico

Dadas las condiciones iniciales de la economía, resumidas por  $(K_{t-1}, D_{t-1})$ , el equilibrio competitivo esta definido por una secuencia de cantidades y precios consistentes con (3)-(10) y que satisfacen el problema de maximización del agente representativo. Los detalles del proceso de optimización se encuentran en el apendice. Las siguientes condiciones de primer orden son:

La condición de primer orden respecto al saldo de bonos nos da la secuencia optima de consumo, también conocida como la ecuación de Euler:

$$E_t \left[ \beta \frac{\exp(v_{t+1}) C_{t+1}^{-\sigma}}{\exp(v_t) C_t^{-\sigma}} R_{t+1} \right] = 1 \quad (11)$$

La condición de primer orden respecto al trabajo presenta la secuencia optima de trabajo. Esta secuencia satisface que la tasa marginal de sustitucion entre trabajo y consumo es igual a la productividad marginal del trabajo:

$$\zeta \exp(-v_t) C_t^\sigma N_t^\eta = (1 - \alpha) (1 - \tau) \frac{Y_t}{N_t} \quad (12)$$

Similarmente, de la condición de primer orden respecto al capital, la tasa de interes bruta es igual a la productividad marginal del capital:

$$R_t = \alpha (1 - \tau) \frac{Y_t}{K_{t-1}} + (1 - \delta) \quad (13)$$

## 2.6 Version log-lineal del modelo

Para hallar la versión log-lineal del modelo es necesario transformar todas las variables no-estacionarias en estacionarias. Para ello dividimos todas las variables (con excepción de  $N_t$  y  $R_t$ ) por  $\Lambda_t$ . Las variables transformadas las denotamos con  $\widehat{X}_t = X_t/\Lambda_t$ . Similarmente, el

estado estacionario de estas variables transformadas esta definido con  $\bar{X} \equiv \bar{X}_t/\Lambda_t$ , donde  $\bar{X}_t$  corresponde a variables en la senda de crecimiento balanceado. El detalle del estado estacionario del modelo se puede ver en el apendice.

Procedemos a log-linearizar las ecuaciones del modelo con respecto a las variables estacionarias transformadas  $\hat{X}_t$ . Variables en minusculas corresponden a la log-linearización de estas variables, por ejemplo  $x_t = \log \hat{X}_t - \log \bar{X}$ . El sistema esta compuesto por 10 ecuaciones para 8 variables endogenas  $\{n_t, y_t, k_t, c_t, i_t, r_t, d_t, g_t\}_{t=0}^{\infty}$  y 2 variables exogenas (choques)  $\{a_t, v_t\}_{t=0}^{\infty}$ . Hemos definido  $\theta_x = \bar{X}/\bar{Y}$  como el ratio de la variable  $X_t$  con respecto al producto en estado estacionario. Las ecuaciones que definen las variables endogenas son las siguientes: La función de producción:

$$y_t = (1 - \alpha) a_t + \alpha k_{t-1} + (1 - \alpha) n_t \quad (14)$$

La demanda agregada:

$$y_t = \theta_c c_t + \theta_g g_t + \theta_i i_t \quad (15)$$

La demanda por inversión

$$i_t = \frac{\theta_i}{\theta_k} [k_t - (1 - \delta) k_{t-1}] \quad (16)$$

La demanda por consumo (ecuación de euler):

$$c_t - E_t c_{t+1} = -\frac{1}{\sigma} r_{t+1} + (v_t - v_{t+1}) \quad (17)$$

El equilibrio del mercado de trabajo:

$$\sigma c_t + \eta n_t - v_t = y_t - n_t \quad (18)$$

El equilibrio del mercado de capitales (la tasa de interés):

$$r_t = (1 - \beta (1 - \delta)) (y_t - k_{t-1}) \quad (19)$$

La restricción presupuestaria del gobierno:

$$\theta_d \left( d_t - \frac{\bar{R}}{\gamma} d_{t-1} \right) = \theta_g g_t + \frac{\theta_d}{\gamma} r_t - \tau y_t \quad (20)$$

La regla fiscal

$$\theta_g g_t = (1 - \lambda_e) \tau y_t - (1 - \lambda_p) \frac{\theta_d}{\gamma} [(\bar{R} - \gamma) d_{t-1} + r_t] \quad (21)$$

para  $\lambda_e$  y  $\lambda_p$  definidos previamente.

### 3 Efectos Macroeconomicos de las Reglas Fiscales

En esta sección resolvemos el modelo presentado en la sección previa para las distintas reglas fiscales. En la primera sub-sección analizamos las condiciones bajo las cuales las reglas fiscales de la sección 2 satisfacen la estabilidad del modelo. En la segunda sub-sección resolvemos el modelo bajo las reglas fiscales alternativas y analizamos sus efectos sobre la dinámica y la volatilidad macroeconómica. Consideramos además una extensión del modelo, en línea con Baxter y King, en la cual introducimos inversión pública y analizamos los efectos cuando la reglas fiscales se basan en ajustar la inversión pública en lugar del gasto corriente.

#### 3.1 Calibración

El objetivo del modelo es analizar los efectos de un cambio de regla fiscal en una economía como la peruana. Por ello se han considerado en la calibración del modelo la composición promedio de la demanda agregada de Perú y la volatilidad de sus componentes. La calibración utilizada es la siguiente:

Tabla 1 - Calibración

---

---

<b>I. Modelo base con Gasto Corriente de Gobierno</b>
A. Preferencias
$\beta = 0.99$ , elegido para tener una tasa de interés real de 4% al año
$\sigma = 1$ para tener una senda de crecimiento balanceado, como en KPR (1998a) .
$\eta = 1$ , estandar en la literatura
B. Función de Producción
$\gamma = 1.0125$ , implica una tasa de crecimiento anual de 5%
$\delta = 0.025$ , implica una tasa de depreciación anual de 10%
$\alpha = 0.60$ , promedio de estimaciones para Perú (Ver Carranza et.al 2004).
C. Sector Privado
$\theta_c = 0.71$ , promedio Perú 1994-2005
$\theta_i = 0.16$ , consistente con la fracción del consumo y gasto de gobierno
D. Gobierno
$\tau = 0.18$ , promedio presión tributaria Perú 1994-2005
$\theta_g = 0.13$ , promedio Perú 1994-2005
$\theta_d = 0.0875$ , consistente con el ratio deuda/PBI anual promedio de 0.35
$\theta_T = 0.0502$ , consistente con el resto de la parametrización.
E. Choques
$\rho_a = 0.95, \sigma_a = 0.0023, \rho_v = 0.5, \sigma_v = 0.01$
Ajusta volatilidad del modelo base a datos de Perú 1994-2005

---

---

Utilizamos como modelo base la regla de déficit económico convencional, debido a que es la regla más parecida a la que ha seguido el Perú según la "Ley de Responsabilidad y Transparencia Fiscal", y analizamos los efectos macroeconómicos de usar las otras 3 reglas alternativas. La calibración de los choques de demanda y de oferta estan hechos para que la volatilidad de los componentes de la demanda agregada del modelo base sea cercana a la observada en el Perú durante 1994-2005. Los resultados de la calibración en el modelo base son los siguientes:

PERU: volatilidad del ciclo  
Trimestral (1994-2005)

	DATOS*		MODELO BASE (REGLA I)**	
	Desviación	Volatilidad Relativa	Desviación	Volatilidad Relativa
	Éstandar ( $\sigma_x$ )	al PBI ( $\sigma_x/\sigma_y$ )	Éstandar ( $\sigma_x$ )	al PBI ( $\sigma_x/\sigma_y$ )
Producto Pruto Interno	0.019	1.000	0.019	1.000
Consumo Privado	0.018	0.936	0.019	0.970
Consumo Público	0.031	1.587	0.028	1.444
Inversión Privada	0.076	3.670	0.047	2.424

(\*) Fuente: Castillo, Montoro, Tuesta (2006) y elaboración propia

(\*\*) Elaboración propia

### 3.2 Estabilidad del modelo

Las reglas fiscales sobre el gasto público presentadas en la sección 2 tienen consecuencias sobre la senda de la deuda pública del modelo. Para poder resolver el modelo es importante que la deuda pública tenga un comportamiento estacionario. Es decir, que no tenga comportamiento explosivo en relación al producto. Si existiera un comportamiento explosivo de la deuda, no se estaría cumpliendo la condición de transversalidad del agente representativo, por lo que dichas reglas no sería sostenibles en el largo plazo.

En esta sub-sección analizamos las condiciones bajo las cuales dichas reglas mantienen la estabilidad del modelo. Estas condiciones son un indicador de la implementabilidad de las reglas en la practica, y son importante pues indican si la deuda pública tienen un comportamiento sostenible en el largo plazo.

La dinámica de la deuda se puede analizar en la siguiente ecuación:

$$\theta_d \left[ d_t - \left( 1 + \lambda_p \frac{\theta_d}{\gamma} (\bar{R} - \gamma) \right) d_{t-1} \right] = \lambda_e \tau y_t + \lambda_p \frac{\theta_d}{\gamma} r_t$$

La cual proviene de reemplazar el gasto de gobierno de la regla fiscal (21) en la restricción presupuestaria del gobierno (20), en sus versiones log-lineales. Esta expresión es una ecuación en diferencia para  $d_t$ , en función de las variables  $y_t$  y  $r_t$ . Una forma sencilla de analizar la estabilidad del modelo es considerar que  $y_t$  y  $r_t$  en equilibrio no dependen de  $d_t$ <sup>9</sup>.

**Resultado:** bajo el supuesto que  $y_t$  y  $r_t$  no dependen de  $d_{t-1}$ , la deuda publica mantiene un patrón estable si:

$$\left| 1 + \lambda_p \frac{\theta_d}{\gamma} (\bar{R} - \gamma) \right| < 1$$

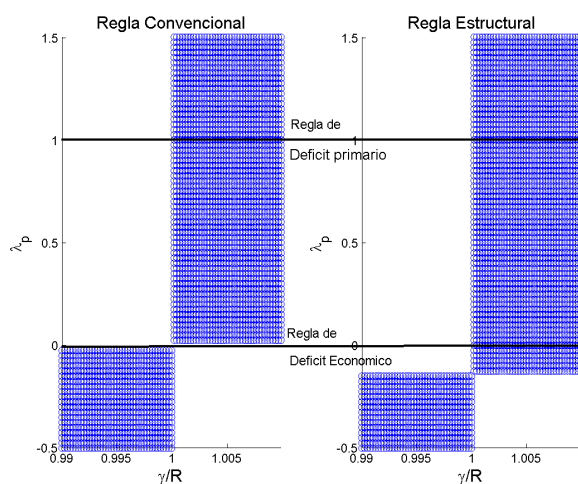
Lo cual es cierto si  $\lambda_p < 0$  cuando la tasa de crecimiento es mayor que la tasa de interés de estado estacionario ( $\gamma > \bar{R}$ ) o si  $\lambda_p > 0$  en caso contrario ( $\gamma < \bar{R}$ ). Dado que  $\lambda_p$  es el indicador de ajuste del gasto público por pagos de interesés de la regla fiscal, un  $\lambda_p < 0$  ( $\lambda_p > 0$ )

<sup>9</sup>Sin embargo,  $y_t$  y  $r_t$  si dependen de  $d_t$  salvo en el caso especial que la oferta laboral es fija ( $N_t = \bar{N}$ ). Pero abstrayendo de esas complicaciones es posible determinar algunas condiciones para la estabilidad del modelo. Para el caso general hacemos simulaciones numéricas para analizar cuando el equilibrio es estable.

considera un ajuste del gasto mayor (menor) que proporcional a pagos de intereses. De esta parte se puede concluir que elementos importantes para la estabilidad de la deuda pública (y del modelo) son los parametros de política y la relación entre la tasa de crecimiento y la tasa de interés de estado estacionario.

Sin embargo, en el modelo la dinámica de  $y_t$  y  $r_t$  si dependen de la evolución de la deuda ( $d_t$ ), lo que origina que la estabilidad de la deuda tenga que ser analizada en el contexto de equilibrio general. En el apendice C se detallan las condiciones de estabilidad del modelo y a continuación presentamos resultados numéricos de aquellas condiciones.

El siguiente gráfico muestra el area de estabilidad del modelo para el caso de una regla basada en el déficit convencional y otra en el déficit estructural. El area oscura muestra combinaciones de parametros  $\gamma/\bar{R}$  y  $\lambda_p$  tal que el equilibrio es estable<sup>10</sup>.



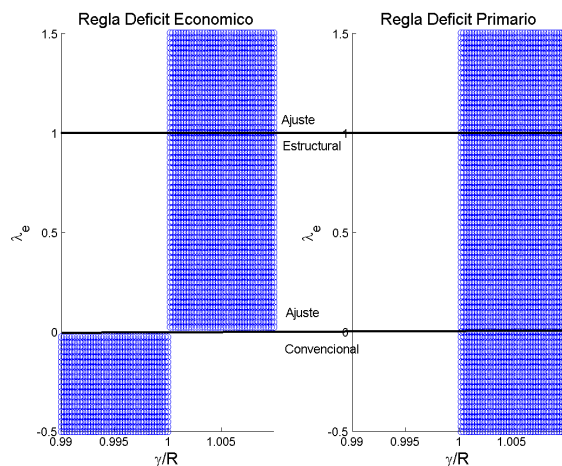
Area de Estabilidad: Regla Convencional vs. Regla Estructural.

El gráfico muestra que cuando la tasa de crecimiento es mayor que la tasa de interés de estado estacionario, ambas reglas basadas en el déficit convencional y en el estructural son estables para  $\lambda_p \geq 0$ . Es decir, ambas reglas basadas en el déficit económico y en el déficit primario dan una dinámica estable y sostenible de la deuda.

Sin embargo, en el caso contrario cuando  $\gamma < \bar{R}$  es necesario que  $\lambda_p < 0$  para que el modelo sea estable. Es decir, cuando la tasa de crecimiento es menor que la tasa de interés de estado estacionario, es necesario que el ajuste mayor que 1 del gasto a los interés de la deuda, bajo ambas reglas basadas en el déficit convencional y el estructural.

Por otro lado, el siguiente gráfico muestra el area de estabilidad para el caso de una regla de déficit económico y una regla de déficit primario.

<sup>10</sup>El equilibrio es estable cuando las raices características relacionadas al capital y a la deuda son menores que 1.



Area de Estabilidad: Regla Deficit Economico vs. Deficit Primario

De manera similar al gráfico anterior, se muestra que cuando  $\gamma > \bar{R}$  ambas reglas dan estabilidad al modelo para distintas combinaciones de  $\lambda_e \geq 0$ <sup>11</sup>. Sin embargo, cuando  $\gamma < \bar{R}$  la regla de déficit primario no es estable en ningún caso y la regla de déficit económico es estable para  $\lambda_e < 0$ .

Estos resultados indican que si la tasa de crecimiento de largo plazo es menor que la tasa de interés, una regla de déficit económico estructural y una regla de déficit primario estructural generarían problemas de estabilidad en la economía y la deuda no sería sostenible. Por el contrario, sería recomendable reglas con  $\lambda_e < 0$  y/o  $\lambda_p < 0$ , tal que el ajuste del gasto público a fluctuaciones en la recaudación y/o al pago de intereses sea mayor que proporcional<sup>12</sup>.

### 3.3 Efectos en el ciclo económico

#### 3.3.1 Cambios en la volatilidad

La siguiente tabla muestra los resultados de la volatilidad relativa de las distintas reglas alternativas con respecto a la regla de déficit económico convencional. Los resultados muestran que las reglas de déficit estructural producen una menor volatilidad en el producto que las reglas de déficit convencional. Además, las reglas basadas en el déficit primario reducen a su vez una menor volatilidad del PBI que las reglas basadas en el déficit convencional. Según estos

<sup>11</sup>Cuando  $\gamma > \bar{R}$  la regla de déficit primario es estable inclusive para  $\lambda_e < 0$ .

<sup>12</sup>En este sentido, una regla de déficit económico cero nominal, del tipo

$$\theta_g g_t = \tau y_t - \frac{\theta_d}{\gamma} [(\bar{R} - 1) d_{t-1} + r_t]$$

daría la estabilidad necesaria a la economía.

resultados, la regla que produce una menor volatilidad en el producto es la regla de déficit primario estructural.

Simulación: Volatilidad Relativa Con Modelo Base (Regla I)

	REGLA II (Déficit primario convencional)	REGLA III (Déficit económico estructural)	REGLA IV (Déficit primario estructural)
Producto Pruto Interno	0.977	0.953	0.945
Consumo Privado	0.993	1.189	1.164
Consumo Público	0.937	0.978	0.000
Inversión Privada	0.987	0.964	0.956

Elaboración propia

La reglas basadas en el déficit estructural reducen la volatilidad del producto porque la política fiscal se vuelve anti-cíclica. Por un lado, al estar la regla basada en el producto en su senda de crecimiento balanceado, el gasto público no varía ante cambios en el ciclo económico. Además, la recaudación de impuestos al ser proporcional al producto realiza su función de estabilizador automático, lo que disminuye la volatilidad del producto. En contraste, en una regla de déficit convencional una expansión del producto aumenta el límite del gasto, reduciendo el poder anti-cíclico de los impuestos, lo cual puede generar que la política fiscal sea inclusive pro-cíclica.

Los efectos de una regla de déficit estructural se pueden ver también por los componentes de la demanda agregada. En este modelo, la volatilidad del gasto público y la inversión se reduce con una regla de déficit estructural. Sin embargo, la volatilidad del consumo aumenta, lo cual proviene del supuesto de una economía cerrada. Dado que en una regla estructural, la deuda pública se vuelve más volátil, pues se acumulan los cambios en la recaudación debido a las fluctuaciones cíclicas del producto. En una expansión el sector público ahorra y en una recesión desahorra. Esto origina que el ahorro privado sea más volátil, por lo que el consumo se hace a su vez más volátil. Este efecto sobre el consumo se eliminaría al considerar una economía abierta con integración financiera, pues en este caso la volatilidad de la deuda pública generaría mayor volatilidad en el ahorro de la cuenta corriente, disminuyendo la volatilidad del consumo.

En forma similar, las reglas basadas en el déficit primario muestran una menor volatilidad que las reglas de déficit económico, pues aíslan en el gasto público los efectos adicionales que tiene el ciclo económico sobre la carga financiera. En una expansión aumenta la recaudación y disminuye la deuda pública, lo cual disminuye los gastos financieros en los periodos siguientes. En una regla de déficit económico esto implicaría una expansión en el gasto no financiero, pero en una regla de déficit primario este efecto es eliminado.

Simulación: Volatilidad Absoluta - Distintas Reglas

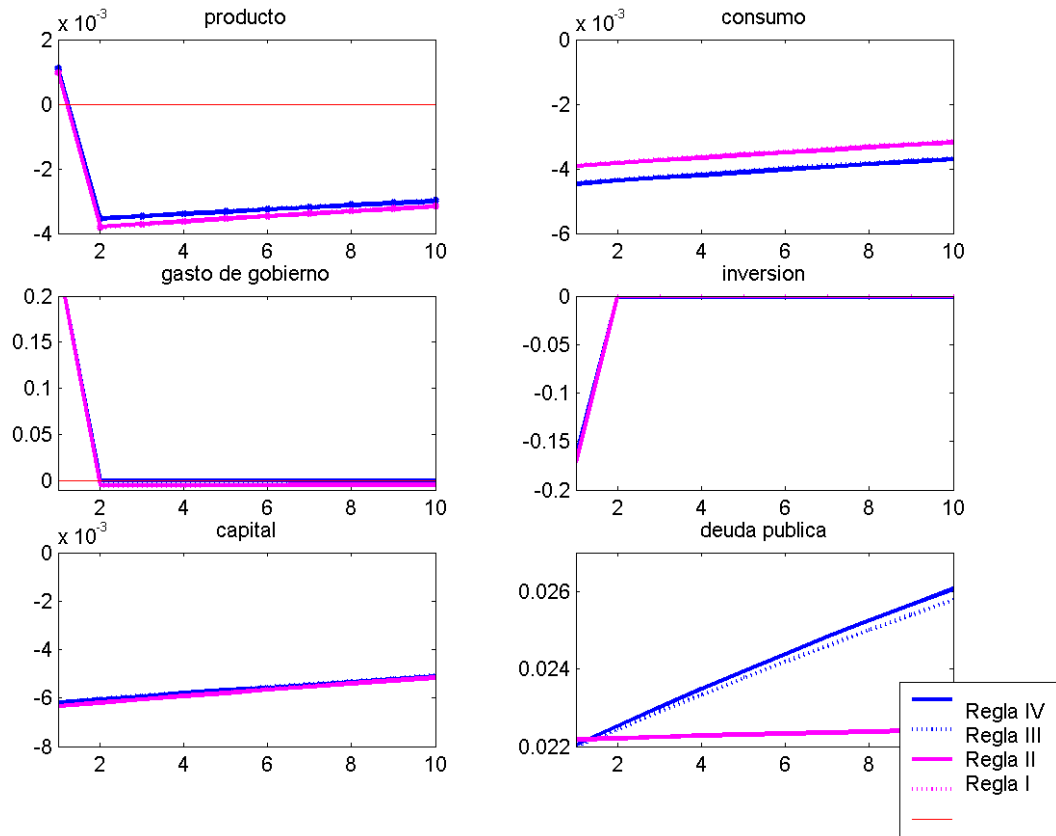
	REGLA I (Déficit económico convencional)	REGLA II (Déficit primario convencional)	REGLA III (Déficit económico estructural)	REGLA IV (Déficit primario estructural)
Producto Pruto Interno	0.0194	0.0189	0.0184	0.0183
Consumo Privado	0.0188	0.0186	0.0223	0.0219
Consumo Público	0.0280	0.0262	0.0274	0.0000
Inversión Privada	0.0469	0.0463	0.0452	0.0448
Capital	0.0000	0.0230	0.0237	0.0236
Deuda pública	0.0000	0.0293	1.0814	0.3762

Elaboración propia

### 3.3.2 Respuestas a impulsos

Presentamos a continuación los efectos de en las variables macroeconómicas de un choque en el gasto público. Consideramos un choque sin autocorrelación para mostrar como se corrige bajo las 4 reglas una desviación en la regla de política del gasto público, es decir un error de política. Los resultados muestran que, dada cualquiera de las 4 reglas, un choque de política fiscal tiene poco efecto sobre las senda futura del gasto público. Es decir, bajo estas reglas fiscales, un error de política tiene poco efecto sobre el comportamiento fiscal en el futuro.

Con respecto al producto, no existe una respuesta muy diferente entre reglas de déficit económico y de déficit primario, pero si entre reglas de déficit estructural y convencional. En este modelo, un aumento no esperado del gasto público aumenta inicialmente el producto, pero lo disminuye en los periodos siguientes por los efectos de la acumulación de deuda pública. Mayor deuda pública implica en este modelo mayor ahorro privado y por consecuencia menor consumo (por las consideraciones de economía cerrada mencionadas anteriormente). Debido a que en una regla de déficit estructural la acumulación de deuda es mayor que bajo una regla de déficit convencional, el efecto sobre el consumo y el producto es mayor. Cabe mencionar que en las cuatro reglas el efecto en la deuda de un choque fiscal es cero en el largo plazo, pero dada la calibración de la tasa de crecimiento y la tasa de interés, el patrón de la deuda demora en converger.



Respuesta a un choque de gasto publico

## 4 Agenda de Investigación

Este estudio ha mostrado algunas ventajas de una regla estructural respecto a una regla basada en el resultado económico convencional. No obstante, el análisis se ha limitado a una economía cerrada sin política monetaria ni imperfecciones de mercado. Por ello es importante extender el modelo para considerar:

1. Economía abierta: es necesario incorporar el impacto de choques en términos de intercambio, así como choques en la tasa de interés internacional.
2. Política monetaria: Es necesario incorporar la interrelación de las reglas fiscales consideradas con reglas de política monetaria. Con este fin el modelo debe ampliarse para considerar agentes formadores de precios (competencia monopolística) y alguna forma de rigidez nominal que de cabida a impactos reales ante choques en la política monetaria.
3. Gasto público útil: Se debe ampliar el modelo para considerar efectos del gasto público bien en la función de utilidad de los agentes o en la función de producción.
4. Consumidores no optimizadores: Una crítica a los modelos neoclásicos es que los datos parecen apoyar la idea que ante choques fiscales no esperados el consumo privado aumenta. El modelo neoclásico utilizado predice que el consumo cae ante un choque de gasto público debido al efecto riqueza negativo que afecta a los agentes. Sin embargo, el modelo puede ampliarse para considerar agentes con restricciones de liquidez que ajustan su consumo de acuerdo a los ingresos de cada periodo, por lo que no pueden suavizar la senda de su consumo. Esta modificación permitiría que en el modelo, al aumentar el PBI luego de un choque fiscal, la fracción del consumo privado correspondiente a esta clase de consumidores aumente lo que haría que la respuesta agregada del consumo sea menos negativa (y eventualmente, positiva) ante un choque fiscal.

Esperamos que el resultado principal del estudio, que una regla estructural reduce la volatilidad del PBI sea robusto a estas modificaciones del modelo debido principalmente a que el resultado se basa en la menor varianza de una de los componentes de la demanda agregada (el gasto del gobierno) lo que no cambiaría de incorporarse rigideces nominales, inflación y comercio internacional al modelo.

## 5 Conclusiones y Recomendaciones de Política

En este trabajo se ha analizado, en un modelo neoclásico simple ampliado con variables de política fiscal, el impacto de cuatro reglas fiscales alternativas sobre la volatilidad de la economía. Estas reglas consisten en fijar metas al déficit en su versión convencional o estructural, y al nivel del resultado primario o del resultado económico. Este ejercicio indica que:

1. Las reglas con metas estructurales implican una menor varianza del PBI que reglas con metas en déficit convencional.
2. La ganancia en volatilidad es mayor si la regla estructural fija metas al déficit primario respecto a una regla estructural con metas al déficit económico.
3. La volatilidad de la deuda pública aumenta con reglas estructurales, respecto a las reglas con metas al resultado convencional. Ello es así porque con una regla estructural los choques en el PBI ya no se trasladan al gasto público, por lo que tanto la varianza del déficit y de la deuda pública aumentan.
4. Se reduce la volatilidad de la inversión privada pero aumenta la del consumo. La mayor varianza del consumo es reflejo del resultado anterior: con una regla estructural aumenta la varianza de la deuda, lo que implica que debe aumentar la volatilidad del ahorro privado en la economía cerrada analizada. Esta mayor volatilidad del ahorro implica una mayor varianza para el consumo privado.
5. Una condición necesaria para que una regla de déficit estructural proporcione un equilibrio macroeconómico estable es que la tasa de crecimiento tendencial sea mayor que la tasa de interés de largo plazo. En caso contrario, la deuda pública como porcentaje del PBI crecería en forma explosiva. En tal caso sería necesaria una regla de déficit estructural modificada, en la que el gasto financiero responda en más de 1 a cambios en los gastos financieros, para que la deuda tenga una trayectoria estable.

La reducción en la varianza del PBI está asociada al hecho que con una regla estructural el resultado fiscal se torna claramente procíclico (aumenta en los auges y se reduce en las recesiones) lo que indica que con esta regla operan los estabilizadores automáticos presentes en el sistema fiscal (en el modelo, la tasa proporcional de impuestos sobre los ingresos). Esto permite concluir que la regla estructural dota al manejo fiscal de un elemento contracíclico que está ausente en el caso de una regla basada en el resultado convencional.

Así, los resultados de este trabajo apoyan la idea las reglas fiscales basadas en el resultado ajustado por el ciclo (déficit estructural) pueden, en principio, ser superiores a reglas basadas en medidas convencionales del déficit fiscal, tanto en términos de la volatilidad macroeconómica como por la eliminación del sesgo procíclico en el manejo de las finanzas públicas. No obstante, los problemas de implementación práctica de una regla estructural pueden ser importantes, ya que dicha regla se basaría en magnitudes no observables como la brecha del PBI, la que tendría que ser estimada en tiempo real, y de parámetros cuya estimación estará sujeta a incertidumbre (elasticidad de los ingresos y gastos fiscales respecto del ciclo y de los términos de intercambio,

en el caso de una economía abierta) lo que indica que un criterio de prudencia podría sugerir emplear la regla estructural como una guía para establecer resultados observables *ex-ante* a los cuales se comprometería el fisco, de modo que sea fácil que los agentes evalúen *ex-post* el cumplimiento de los mismos. El análisis formal de las implicancias de estos problemas se encuentra fuera del alcance de este trabajo.

## References

- [1] Baxter, M. King, R.(1993) "Fiscal Policy in general Equilibrium". American Economic Review. Vol. 83 Nr 3. pg 315-334. June 1993.
- [2] Benigno, Pierpaolo and Michael Woodford (2003), "Optimal Monetary Policy and Fiscal Policy", *NBER Macroeconomic Annual 2003*, Cambridge, MA: MIT Press
- [3] Carranza, E, J.Fernández-Baca y E. Morón (2004). "Perú: Markets, Government and the Sources of Growth", Universidad del Pacífico, mimeo.
- [4] Castillo, P, C. Montoro y V. Tuesta (2006), "Hechos Estilizados de la Economía Peruana", Banco Central de Reserva del Perú, Documento de Trabajo 2006-005.
- [5] Chari, V. Christiano L. Kehoe, P. (1994) "Optimal Fiscal Policy in a Business Cycle Model". Journal of Political Economy. Vol. 102 Nr. 4 August 1994.
- [6] Drazen, A. (2004) "Fiscal Rules form a political economy perspective". En George Kopits (Ed.) "Rules Based Fiscal Policy in Emerging Markets". Washington. IMF. 2004.
- [7] Galí, J.(1994) "Government Size and Macroeconomic Stability" European Economic Review. Vol 38. pg 117-132. 1994.
- [8] Guo, J. Harrison, S. (2004) "Balance Budget Rules and Macroeconomic (In)Stability". Journal of Economic Theory. Vol 119 pag 357-363.
- [9] Ludvigson, S.(1996) "The Macroeconomic Effects of Government Debt in a Stochastic Growth Model". Journal of Monetary Economics. Vol. 38 Nr 1. pg 25-45. 1996.
- [10] King, R., Ch. Plosser y S. Rebelo (1998a), Production, Growth and the Business Cycle: I. The Basic Neoclassical Model, Journal of Monetary Economics 21, pp. 309-401.
- [11] King, R., Ch. Plosser y S. Rebelo (1998a), Production, Growth and the Business Cycle: II New Directions, Journal of Monetary Economics 21, pp. 309-401.
- [12] Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe (2005), "Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Medium-Scale Macroeconomic Model".NBER Macroeconomics Annual 2005, MIT Press: Cambridge MA, 2006, 383-425
- [13] Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe (2006), Optimal Simple And Implementable Monetary and Fiscal Rules with Stephanie Schmitt-Grohe, Journal of Monetary Economics, forthcoming.
- [14] Woodford, M. (2003), "Interest & Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy", Princeton University Press.

## A Problema de optimización

En este modelo el consumidor – productor elige secuencias de consumo, trabajo y acumulación de activos (capital y deuda pública) consistentes con la restricción presupuestal (x) y la tecnología (x) con el objetivo de maximizar el valor presente descontado (con el factor  $\beta < 1$ ) de la utilidad obtenida durante el periodo de planeación (infinito). En este proceso de optimización el consumidor – productor toma como datos tanto al gasto del gobierno como a las transferencias y la tasa impositiva, y cuenta con valores iniciales (positivos) del acervo de capital, deuda e infraestructura públicas. Formalmente:

$$\begin{aligned} & \underset{C_t, N_t, K_{t+1}, D_{t+1}}{Max} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U(C_{t+s}, N_{t+s}) \\ & \text{sujeto a} \\ & C_t + K_t + D_t = (1 - \delta)K_{t-1} + R_t D_{t-1} + (1 - \tau)Y_t + T_t \\ & Y_t = K_{t-1}^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} \\ & K_{-1} > 0 \\ & D_{-1} > 0 \end{aligned}$$

Si se denota por  $\lambda_t$  al multiplicador de Lagrange de la restricción presupuestal, las condiciones de primer orden (CPO) de este problema de optimización son:

Para el consumo:

$$\lambda_t = \beta^t C_t^{-\sigma}$$

Para el trabajo:

$$\lambda_t = \frac{\beta^t \theta N_t^\eta}{(1 - \tau)(1 - \alpha) \frac{Y_t}{N_t}}$$

Para el acervo de capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left[ \lambda_{t+1} \left( (1 - \tau_t) \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_t} + (1 - \delta) \right) \right]$$

Para la deuda pública:

$$\lambda_t = \beta E_t [\lambda_{t+1} (R_{t+1})]$$

la caracterización del comportamiento del consumidor productor se completa con las condiciones de transversalidad relevantes para la deuda y el acervo de capital.

Las CPO para el acervo de capital y la deuda del gobierno implican la condición de arbitraje:

$$R_{t+1} = (1 - \tau) \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_t} + (1 - \delta)$$

que indica que el retorno sobre la deuda pública debe ser similar al retorno sobre el capital. Asimismo, la CPO para el consumo y el capital implican la Ecuación de Euler:

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t [C_{t+1}^{-\sigma} (R_{t+1})]$$

mientras que las CPO del consumo y el trabajo implican:

$$(1 - \tau)(1 - \alpha) \frac{Y_t}{C_t^\sigma N_t} = \theta N_t^\eta$$

## B Sistema de ecuaciones no-lineal

El sistema de ecuaciones para las 8 variables endogenas  $\{N_t, Y_t, K_t, C_t, I_t, R_t, D_t, G_t\}_{t=0}^{\infty}$  que sirve para hallar el equilibrio general es el siguiente:

La función de producción:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha}$$

La demanda agregada:

$$Y_t = C_t + G_t + I_t$$

La ecuación de euler:

$$E_t \left[ \beta \frac{\exp(v_{t+1}) C_{t+1}^{-\sigma}}{\exp(v_t) C_t^{-\sigma}} R_{t+1} \right] = 1$$

La demanda por inversión

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1}$$

El equilibrio del mercado de trabajo:

$$\zeta \exp(-v_t) C_t^\sigma N_t^\eta = (1 - \alpha) (1 - \tau) \frac{Y_t}{N_t}$$

La tasa de interes (Bruta):

$$R_t = \alpha (1 - \tau) \frac{Y_t}{K_{t-1}} + (1 - \delta)$$

La restricción presupuestaria del gobierno:

$$D_t - R_t D_{t-1} = G_t + \bar{T}_t - \tau Y_t$$

donde  $\bar{T}_t = \theta_T \bar{Y}_t$  como esta definido en el texto.

**Regla fiscal:**

$$G_t = \lambda_s \tau \bar{Y} (1 - \lambda_s) \tau Y_t - \bar{T}_t - [\lambda_p (\bar{R} - \gamma) \bar{D}_{t-1} + (1 - \lambda_p) (R_t - \gamma) D_{t-1}]$$

Este sistema de 8 ecuaciones no lineales es el que corresponde a las ecuaciones en su forma log-lineal de la sección 2.6. La log-linearización se hace en el estado estacionario de las variables en su senda de crecimiento balanceado.

### B.1 La senda de crecimiento balanceado

En la senda de crecimiento balanceado  $\{Y_t, K_t, C_t, I_t, D_t, G_t\}_{t=0}^{\infty}$  crecen todas a la misma tasa de crecimiento de la tecnología ( $\gamma$ ). Dado que estas variables son no estacionarias, definimos las variables estacionarias  $\hat{X}_t = X_t / \Lambda_t$  para todas las variables endogenas, a excepción de  $N_t$  y  $R_t$  que son estacionarias. De convertir todas las variables no-estacionarias en estacionarias, el nuevo sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\widehat{Y}_t &= \widehat{K}_t^\alpha (\exp(a_t) N_t)^{1-\alpha} \\
\widehat{Y}_t &= \widehat{C}_t + \widehat{G}_t + \widehat{I}_t \\
1 &= E_t \left[ \beta \frac{\exp(v_{t+1}) \widehat{C}_{t+1}^{-1} / \gamma}{\exp(v_t) \widehat{C}_t^{-1}} R_{t+1} \right] \\
\widehat{I}_t &= \widehat{K}_t - \frac{(1-\delta)}{\gamma} \widehat{K}_{t-1} \\
\zeta \exp(-v_t) \widehat{C}_t N_t^\eta &= (1-\alpha)(1-\tau) \frac{\widehat{Y}_t}{N_t} \\
R_t &= \alpha(1-\tau) \gamma \frac{\widehat{Y}_t}{\widehat{K}_{t-1}} + (1-\delta) \\
\widehat{D}_t - \frac{R_t}{\gamma} \widehat{D}_{t-1} &= \widehat{G}_t + \overline{T}_t - \tau \widehat{Y}_t \\
\widehat{G}_t &= \lambda_s \tau \overline{Y} + (1-\lambda_s) \tau \widehat{Y}_t - \overline{T} - \frac{1}{\gamma} \left[ \lambda_p (\overline{R} - \gamma) \overline{D} + (1-\lambda_p) (R_t - \gamma) \widehat{D}_{t-1} \right]
\end{aligned}$$

donde se ha calibrado  $\sigma = 1$  para poder tener una senda de crecimiento balanceado<sup>13</sup>.

## B.2 Estado estacionario

En el estado estacionario, bajo la ausencia de choques, las variables endógenas en su versión estacionaria son constantes:  $\widehat{X}_t = \overline{X}$ ,  $N_t = \overline{N}$  y  $R_t = \overline{R}$ . El estado estacionario se define de reemplazar estas variables en el sistema de la sub-sección previa. Definimos además los ratios:  $\theta_x = \overline{X}/\overline{Y}$ , los cuales satisfacen:

$$\begin{aligned}
1 &= \theta_c + \theta_g + \theta_i \\
\theta_i &= \theta_k (1 - (1-\delta)/\gamma) \\
\theta_d &= \frac{\tau - \theta_g - \theta_T}{\overline{R} - \gamma} \\
\overline{R} &= 1/\beta
\end{aligned}$$

---

<sup>13</sup>Si  $\sigma \neq 1$  la oferta de trabajo no es estacionaria, y convergería a cero a infinito.

## C La dinamica del capital y la deuda

Reemplazamos la ecuación del equilibrio del mercado de trabajo (18) en la función de producción (14) y resolvemos para  $y_t$  :

$$y_t = \phi_k k_{t-1} + \phi_c c_t \quad (22)$$

donde  $\phi_k = \frac{\alpha(1+\eta)}{\eta+\alpha}$  y  $\phi_c = -\frac{\sigma(1-\alpha)}{\eta+\alpha}$

Reemplazamos la regla fiscal (21), la demanda por inversión (16) y (22) en la ecuación de la demanda agregada:

$$k_t = aa_1 c_t + aa_2 k_{t-1} + aa_3 d_{t-1} \quad (23)$$

donde:  $cc_1 = \left[ \phi_c \left( 1 - (1 - \lambda_e) \tau - (1 - \lambda_p) \frac{\psi}{\gamma} \theta_d \right) - \theta_c \right] / \theta_k$ ,

$$aa_2 = \left[ \phi_k \left( 1 - (1 - \lambda_e) \tau \right) - (1 - \phi_k) \left( 1 - \lambda_p \right) \frac{\psi}{\gamma} \theta_d + \frac{1-\delta}{\gamma} \right] / \theta_k, \quad aa_3 = (1 - \lambda_p) \frac{\psi}{\gamma} \theta_d (\bar{R} - \gamma)$$

Similarmente, reemplazamos la regla fiscal (21), la tasa de interés (19) y (22) en la restricción presupuestaria del gobierno:

$$d_t = bb_1 c_t + bb_2 k_{t-1} + bb_3 d_{t-1} \quad (24)$$

donde:  $bb_1 = - \left( \lambda_e \tau - \lambda_p \frac{\psi}{\gamma} \right) \phi_c$ ,  $bb_2 = - \left( \lambda_e \frac{\tau \phi_k}{\theta_d} + \lambda_p \frac{\theta_d}{\gamma} (\phi_k - 1) \right)$ ,  $bb_3 = 1 + \lambda_p \left( \frac{\bar{R}}{\gamma} - 1 \right)$

Finalmente, reemplazamos la tasa de interés (27) y (22) en la demanda por consumo (17):

$$c_t = cc_1 E_t c_{t+1} + cc_2 k_t \quad (25)$$

donde:  $cc_1 = 1 - \frac{\psi}{\sigma} \phi_c$  y  $cc_2 = (1 - \phi_k) \frac{\psi}{\sigma}$

Las ecuaciones (23)-(25) forman un sistema de tres ecuaciones en diferencias para  $\{c_t, k_t, d_t\}$ . La solución del sistema es función de las variables predeterminadas  $\{k_{t-1}, d_{t-1}\}$ . Si asumimos la solución del consumo de la forma:

$$c_t = \varphi_k k_{t-1} + \varphi_d d_{t-1} \quad (26)$$

entonces el sistema se puede reducir a dos ecuaciones:

$$\begin{vmatrix} k_t \\ d_t \end{vmatrix} = F \begin{vmatrix} k_{t-1} \\ d_{t-1} \end{vmatrix} \quad (27)$$

donde los elementos de la matriz  $F$  son:

$$\begin{aligned} F_{11} &= \varphi_k aa_1 + aa_2 & F_{12} &= \varphi_d aa_1 + aa_3 \\ F_{21} &= \varphi_k bb_1 + bb_2 & F_{22} &= \varphi_d bb_1 + bb_3 \end{aligned} \quad (28)$$

Para resolver  $\varphi_k$  y  $\varphi_d$  reemplazamos las ecuaciones (23) y (24) en (26):

$$\varphi_k k_{t-1} + \varphi_d d_{t-1} = cc_1 [\varphi_k (F_{11} k_{t-1} + F_{12} d_{t-1}) + \varphi_d (F_{21} k_{t-1} + F_{22} d_{t-1})] + cc_2 (F_{11} k_{t-1} + F_{12} d_{t-1}) \quad (29)$$

Aplicamos el método de coeficientes indeterminados a (29), y los coeficientes  $\varphi_k$  y  $\varphi_d$  deben satisfacer:

$$\varphi_k = cc_1 [\varphi_k F_{11} + \varphi_d F_{21}] + cc_2 F_{11}$$

y

$$\varphi_d = cc_1 [\varphi_k F_{12} + \varphi_d F_{22}] + cc_2 F_{12}$$

que es un sistema de ecuaciones no-lineal en  $\varphi_k$  y  $\varphi_d$ . Se resuelve para  $\varphi_k$  y  $\varphi_d$  y se reemplaza en (28), con lo que se obtiene la matriz  $F$  en función de los parámetros profundos del modelo.

### **Estabilidad**

El sistema es estable si las dos raíces características de la matriz  $F$  tienen módulo menor a la unidad. Siguiendo a Woodford (2003), demostramos que esto se cumple si se satisfacen las tres condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} \det F &< 1 \\ \det F - trF &> -1 \\ \det F + trF &> -1 \end{aligned}$$

donde  $\det F$  y  $trF$  son el determinante y la traza de la matriz  $F$ , respectivamente.

Estas condiciones se evalúan en forma numérica para las distintas combinaciones de parámetros  $\lambda_e$ ,  $\lambda_p$  y  $\gamma/\bar{R}$ , tal como se muestra en la sección 3.