# El Efecto Composición de la Cuenta Corriente en Economías Pequeñas y Abiertas

Juan Carlos Aquino Chávez

Banco Central de Reserva del Perú

30 de octubre de 2018

# Esquema

- Motivación y objetivo.
- Modelo.
- Solución.
- Conclusiones.

# Motivación y objetivo

- Los modelos lineales bajo expectativas racionales han tenido una amplia difusión en los últimos años.
- No obstante (por ejemplo, en economía internacional) no poseen la capacidad de abordar problemas de elección de portafolio.
- Existe una extensa literatura que supera este problema a través de métodos (globales) numéricos. Desventaja: maldición de la dimensionalidad $\rightarrow$ computacionalmente intensivo.
- **Problema**: bajo una aproximación estándar de primer orden, el portafolio de activos es indeterminado.
- ¿Es necesaria una solución de orden superior? NO.
- ¿Qué es lo MÍNIMO necesario? **Solución**: una aproximación de segundo orden a las condiciones que determinan los portafolios para no perder la tratabilidad del modelo.
- Esto se ilustra a través de un modelo minimalista.

# Modelo (características)

- Dos economías: doméstica $(0 < n < 1)$ y externa $(1 - n)$.
- Consumo: doméstico $C_t$ y externo $C_t^*$.
- Activos: domésticos $A_t$ y externos $A_t^*$.
- Dotación (doméstica): $Y_t = Y \exp(u_t)$, $u_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$.
- Dotación (externa): $Y_t^* = Y^* \exp(u_t^*)$, $u_t^* \sim i.i.d.(0, \sigma^{*2})$.
- $B_t$: activos domésticos en posesión de domésticos $(R_t = \alpha Y_t / Z_{t-1})$.
- $B_t^*$: activos domésticos en posesión de externos $(R_t^* = \alpha^* Y_t^* / Z_{t-1}^*)$.

# Modelo (resumen)

Table 1: Model summary

**A. Household problem**

$$\max_{\{C_t, A_{t+1}, B_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t u(C_t) \text{ subject to} \quad (3.1)$$

$$\max_{\{C_t^*, A_{t+1}^*, B_{t+1}^*\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t^* u(C_t^*) \text{ subject to} \quad (3.2)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t \omega \bar{C}_t^{-\eta},\ \theta_0 = 1 \quad (3.3)$$

$$\theta_{t+1}^* = \theta_t^* \omega^* \bar{C}_t^{*-\eta^*},\ \theta_0^* = 1 \quad (3.4)$$

$$C_t + A_{t+1} \leq R_t^* A_t + (R_t - R_t^*) B_t + Y_t \quad (3.5)$$

$$C_t^* + A_{t+1}^* \leq R_t^* A_t^* + (R_t - R_t^*) B_t^* + Y_t^* \quad (3.6)$$

**B. Equilibrium**

Financial sector:

$$E_t\left[u'(C_{t+1})(R_{t+1} - R_{t+1}^*)\right] = 0 \quad (3.7)$$

$$E_t\left[u'(C_{t+1}^*)(R_{t+1} - R_{t+1}^*)\right] = 0 \quad (3.8)$$

Non-financial sector:

$$u'(C_t) = E_t\left[\omega C_t^{-\eta} u'(C_{t+1}) R_{t+1}^*\right] \quad (3.9)$$

$$u'(C_t^*) = E_t\left[\omega^* C_t^{*-\eta^*} u'(C_{t+1}^*) R_{t+1}^*\right] \quad (3.10)$$

$$C_t + A_{t+1} = R_t^* A_t + (R_t - R_t^*) B_t + Y_t \quad (3.11)$$

$$C_t^* + A_{t+1}^* = R_t^* A_t^* + (R_t - R_t^*) B_t^* + Y_t^* \quad (3.12)$$

$$Y_t = Y e^{u_t} \quad (3.13)$$

$$Y_t^* = Y^* e^{u_t^*} \quad (3.14)$$

$$R_t = \alpha Y_t / Z_{t-1} \quad (3.15)$$

$$R_t^* = \alpha^* Y_t^* / Z_{t-1}^* \quad (3.16)$$

$$n A_t + (1-n) A_t^* = 0 \quad (3.17)$$

$$n B_t + (1-n) B_t^* = 0 \quad (3.18)$$

**C. Equilibrium (approximation)**

Financial sector:

$$E_t[(r_{t+1} - r_{t+1}^*) - \rho c_{t+1}(r_{t+1} - r_{t+1}^*)] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (3.19)$$

$$E_t[(r_{t+1} - r_{t+1}^*) - \rho c_{t+1}^*(r_{t+1} - r_{t+1}^*)] = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^3) \quad (3.20)$$

Non-financial sector:

$$-\rho c_t = E_t\left[-\eta c_t - \rho c_{t+1} + r_{t+1}^*\right] + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.21)$$

$$-\rho c_t^* = E_t\left[-\eta c_t^* - \rho c_{t+1}^* + r_{t+1}^*\right] + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.22)$$

$$\frac{C}{Y} c_t + a_{t+1} = \frac{1}{\beta} a_t + \frac{B}{\beta Y}(r_t - r_t^*) + y_t + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.23)$$

$$\frac{C^*}{Y^*} c_t^* + a_{t+1}^* = \frac{1}{\beta} a_t^* + \frac{B^*}{\beta Y^*}(r_t - r_t^*) + y_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.24)$$

$$y_t = u_t + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.25)$$

$$y_t^* = u_t^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.26)$$

$$r_t = y_t - z_{t-1} + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.27)$$

$$r_t^* = y_t^* - z_{t-1}^* + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.28)$$

$$n Y a_t + (1-n) Y^* a_t^* = 0 + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (3.29)$$

$$n B + (1-n) B^* = 0 \quad (3.30)$$

# Modelo (resumen)

¿Por qué funciona esto?
La condición necesaria

$$\frac{\begin{array}{c} E_t\left[u'\left(C_{t+1}\right)\left(R_{t+1}-R^*_{t+1}\right)\right]=0 \\ E_t\left[u'\left(C^*_{t+1}\right)\left(R_{t+1}-R^*_{t+1}\right)\right]=0 \end{array}}{\Rightarrow E_t\left[u'\left(C_{t+1}\right)-u'\left(C^*_{t+1}\right)\left(R_{t+1}-R^*_{t+1}\right)\right]=0}$$

tiene una aproximación dada por

$$E_t\left[-\rho\left(c_{t+1}-c^*_{t+1}\right)\left(r_{t+1}-r^*_{t+1}\right)\right]=0+O\left(\epsilon^3\right),$$

la cual es clave para la solución.

# Solución (economía grande y cerrada)

La condición de vaciado de mercado $nB^* + (1-n)\,B = 0$ implica $B^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right) B$ con lo cual

$$a_{t+1}^* = \frac{1}{\beta} a_t^* - \underbrace{\left(\frac{n}{1-n}\right) \frac{B}{\beta Y} \underbrace{\left(r_t - r_t^*\right)}_{\xi_t}}_{\text{tiende a 0 conforme } n \to 0} + y_t^* - \frac{C^*}{Y^*} c_t^* + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right)$$

y se puede resolver para la economía grande y cerrada

$$\begin{aligned}
a_t^* &= 0 + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right) \\
c_t^* &= y_t^* + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right) \\
y_t^* &= u_t^* + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right) \\
z_t^* &= \left(\rho - \eta\right) u_t^* + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right) \\
E_t r_{t+1}^* &= -\left(\rho - \eta\right) u_t^* + \mathcal{O}\left(\epsilon^2\right)
\end{aligned}$$

# Solución (economía pequeña y abierta)

Forma compacta:

$$\begin{bmatrix} a_{t+1} \\ E_t c_{t+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1/\beta & -1 \\ 0 & 1-\eta/\rho \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} a_t \\ c_t \end{bmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -\left(1-\eta/\rho\right) & 0 \end{bmatrix}}_{\gamma} \begin{bmatrix} u_t \\ u_t^* \\ \frac{B}{\beta Y}\xi_t \end{bmatrix} + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right)$$

que se puede resolver (por ejemplo Blanchard y Khan) para obtener

$$c_t = \left[\frac{1}{\beta} - \left(1-\frac{\eta}{\rho}\right)\right] a_t + \left[\frac{1}{\beta} - \left(1-\frac{\eta}{\rho}\right)\right] u_t$$
$$+\beta\left(1-\frac{\eta}{\rho}\right) u_t^* + \frac{B}{\beta Y}\xi_t + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right)$$

# Solución

Además, $\xi_{t+1} = r_{t+1} - r^*_{t+1} = u_t - u^*_t$.
Se resuelve para el $B/(\beta Y)$ que satisface

$$E_t\left[-\rho\left(c_{t+1} - c^*_{t+1}\right)\left(r_{t+1} - r^*_{t+1}\right)\right] = 0 + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right).$$

**Solución**:

$$\begin{aligned}
\frac{B}{\beta Y} &= -\frac{1}{1+\sigma^2/\sigma^{*2}} + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right) \\
c_t &= \left[\frac{1}{\beta} - \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right)\right] a_t + \left[\frac{1}{\beta} - \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right)\right] u_t + \beta\left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) u^*_t \\
&\quad + \frac{B}{\beta Y}\left(u_t - u^*_t\right) + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right) \\
a_{t+1} &= \underbrace{\frac{1}{\beta} a_t}_{\text{efecto volumen}} + \underbrace{\frac{B}{\beta Y}\left(u_t - u^*_t\right)}_{\text{efecto composición}} + \underbrace{u_t - c_t}_{\text{ahorro}} + \mathcal{O}\left(\epsilon^3\right), \; a_0 \text{ dado}
\end{aligned}$$

# Conclusiones

- La tecnología actual permite computar el portafolio de activos en estado estacionario.
- En el ejemplo abordado, como hay un solo bien de consumo, el modelo precide un sesgo hacia los activos externos. No obstante, a nivel internacional se observa el patrón opuesto (home bias in assets).
- Sin embargo, el enfoque presentado permite abordar (cualitativa y cuantitativamente) este y otros temas como, por ejemplo, los efectos de la intervención cambiaria.