



BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ

**Impacto amplificador del ajuste de inventarios
ante choques de demanda según
especificaciones flexibles**

Carlos R. Barrera*

*BCRP y UNMSM

DT. N° 2011-009
Serie de Documentos de Trabajo
Working Paper series
Junio 2011

Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden al autor y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

The views expressed in this paper are those of the author and do not reflect necessarily the position of the Central Reserve Bank of Peru.

IMPACTO AMPLIFICADOR DEL AJUSTE DE INVENTARIOS ANTE CHOQUES DE DEMANDA SEGÚN ESPECIFICACIONES FLEXIBLES*

Carlos R. Barrera Chaupis**

29 de marzo de 2011

Resumen

La presente investigación aproxima cuantitativamente las relaciones dinámicas potencialmente asimétricas entre el crecimiento del PBI, del acervo de inventarios y de tres componentes de la demanda agregada (la demanda interna pública, la demanda interna privada y, en particular, la demanda externa por exportaciones) durante la experiencia peruana de crecimiento basado en el mercado (1993-2010). Para capturar la potencial presencia de asimetrías en el vector de medias condicionales, se propone un modelo dinámico flexible (VAR neuronal), una distribución *t* de *Student* para el vector de perturbaciones asociado, así como un modelo de heteroscedasticidad dinámica (ARCH) para su matriz de co-varianzas condicionales. Los parámetros de ambos momentos condicionales son robustos ante la presencia de observaciones atípicas -*outliers*- debido a que los vectores de perturbaciones son realizaciones de una distribución *t* de *Student* multi-variada, lo que además reduce la presencia de asimetrías espurias en las medias condicionales. Al cubrir el costo computacional requerido, la aproximación de los parámetros logra develar la presencia de incentivos para mantener inventarios que son adicionales al tradicional suavizamiento de la producción. Un parámetro estadísticamente diferente de cero en la estructura contemporánea indica que un choque positivo en el ritmo de crecimiento de la demanda privada será absorbido principalmente por *un aumento más que proporcional* en el choque del ritmo de la producción. Este impacto amplificador (“des-moderador”) de los choques de demanda sobre la evolución de la producción es consistente con los cálculos de la incidencia promedio del crecimiento de la inversión en inventarios en el crecimiento del producto real durante 4 recesiones recientes y se explicaría por el ciclo agregado de los inventarios (aunque no necesariamente de bienes finales).

JEL Classification: E29, E3.

Keywords: Inventarios, Fluctuaciones en los negocios.

*El autor agradece sobremedida los comentarios y sugerencias de Nikita Céspedes y Marco Vega.
**BCRP y UNMSM, carlos.barrera@bcrp.gob.pe, (511) 613 2000, ext. 3936.

I. Introducción

Desde los años 40s se conoce que el movimiento en los inventarios (“el ciclo de los inventarios” de Metzler(1941)) es una característica predominante de los ciclos económicos (Blinder & Maccini (1991)). Su importancia se ha confirmado al observar la larga duración de las expansiones recientes en la economía global hasta *antes* de la explosión de la burbuja financiera en EE.UU. (2007-2008) así como su efecto sobre el comercio internacional (en particular, sobre la demanda por las exportaciones de materias primas).

Las duraderas expansiones que se observaron desde inicios de los 90s, especialmente en el mundo desarrollado, favorecieron el crecimiento de las economías emergentes debido a una mayor apertura comercial y financiera. Así, mientras que en un país central como los EE.UU., la expansión se inició en marzo 1991 y resultó la más duradera de la pos-guerra, en Australia, un país más periférico, la expansión también empezó en 1991 y se registró como una de las más largas de su historia (Simon(2001)).

Este duradero crecimiento mundial¹ también se caracterizó por una reducción en la volatilidad del crecimiento del *PBI*, tendencia que en el caso de los EE.UU. se estima que empezó a mediados de los años 80s (McConnell & Pérez-Quiroz(2000)). La literatura sobre inventarios ha adquirido relevancia justamente porque brinda una explicación para el fenómeno observado de expansiones duraderas y estables, también denominado “la gran moderación”.

Según esta “historia explicativa”, el continuo desarrollo de las tecnologías de información, comunicación y técnicas de predicción ha favorecido mejoras en la administración de inventarios con la consecuente reducción en la volatilidad de la *variación de inventarios*,² lo que a su vez ha reducido la volatilidad del *PBI* americano y de su correspondiente crecimiento (ver p.ej., Kahn *et al* (2002)). Para caracterizar la estabilización observada en el sector de bienes durables de los EE.UU., Kahn(2008) señala 2 hechos clave: (i) una gran reducción en la volatilidad del crecimiento de la producción y (ii) una más modesta reducción en la volatilidad del crecimiento de las ventas. Por su parte, para caracterizar la estabilización en el producto agregado de Australia, Simon(2008) señala 2 hechos clave: (i) los cambios en el ciclo de los inventarios y (ii) el declive de la volatilidad de la *producción subyacente*.³

Frente a esta explicación proveniente de la descomposición por tipo de gasto del crecimiento del *PBI*, es natural que la descomposición sectorial (por sectores productivos) favorezca otra explicación para “la gran moderación”.⁴ En todo caso, ambas líneas de trabajo enfatizan la varianza no condicional del *PBI*.

La larga expansión de EE.UU. que se inició en 1991 fue seguida en los primeros meses del 2001 por una recesión de muy poca duración. Sin embargo, la masiva liquidación de inventarios durante ésta contrastó con los suaves movimientos observados previamente durante la larga expansión e incluso antes. Para Kahn & McDonnell(2002), esta masiva liquidación de inventarios no demostraba que las mejoras en la administración de inventarios habían sido tenues, sino más bien que las firmas habían anticipado la caída en las ventas mucho antes que se presentara, lo que les permitió reducir drásticamente sus inventarios y evitar así su acumulación excesiva. Es la anticipación de la caída en las ventas lo que les permite reducir la producción de manera adelantada en un primer momento, para luego racionar los inventarios de acuerdo con la demanda, manteniendo así el ratio de inventarios respecto a las ventas bastante cerca de su ratio deseado.⁵

Por su impacto sobre la demanda por exportaciones de materias primas, la reciente ruptura de la burbuja financiera en EE.UU. (2007-2008) ha vuelto a demostrar la importancia del ciclo de los inventarios en el ciclo económico, específicamente, en las relaciones entre el crecimiento del acervo de inventarios, el de la actividad productiva, y el de la demanda agregada permiten explicar ambas fases de los ciclos económicos. Asimismo, de los tres componentes de la demanda agregada, se ha destacado el papel de la demanda interna privada y el de la demanda externa por exportaciones (y su determinante principal, el crecimiento real del socio comercial representativo para cada país).

¹Con la característica adicional de una decreciente y eventualmente baja inflación mundial, este contexto no se había experimentado desde los años 60s.

²También denominado “inversión en inventarios” o simplemente flujo del saldo de inventarios.

³Este último se explica por el declive de la volatilidad de los “choques de productividad” (choques de oferta) que golpean la economía, descartando un aumento en la estabilidad estructural. Simon(2001) deja la fuente de estos “choques de productividad” como una pregunta abierta. Como quedará claro más adelante, el *producto subyacente* de Simon(2001) es en realidad una *demanda global ex inventarios*, por lo que descomponerla con una función de producción para estimar “choques de productividad” resulta inapropiado.

⁴Eggers & Ioannides (2006) señalan la reducción en la importancia de sectores relativamente más volátiles (agricultura y manufactura) a favor de otros sectores menos volátiles (financieros y servicios) en el *PBI* como “la” explicación de “la gran moderación”. Davis & Kahn (2008) buscan una “historia explicativa” más completa, con varios elementos interactuando.

⁵Los objetivos de predecir las ventas y mantenerse cerca del ratio deseado implican que los movimientos en los inventarios amplifican las fluctuaciones de los ciclos en los negocios. A pesar de ello, la contribución *promedio* de la variación de inventarios a la volatilidad del crecimiento del *PBI* en EE.UU. es menor. El modelo empírico de la sección II engloba varios de estos aportes.

En este contexto, aunque todavía es prematuro esbozar una descripción del punto de quiebre resultado de la crisis de EE.UU. en 2007-2008 en términos globales, la experiencia del Perú como economía emergente puede ser ilustrativa, a pesar de contar con pocos ciclos registrados bajo condiciones de mercado (Barrera(2009)). Más aún, las relaciones económicas existentes entre el crecimiento del acervo de inventarios ante choques en el crecimiento del *PBI* y en tres componentes de la demanda agregada (la demanda interna pública, la demanda interna privada y la demanda externa por exportaciones) destacan por permanecer entre las menos estudiadas en el Perú.

Como primera aproximación, el Cuadro No. 1 cuantifica la importancia de la variación de inventarios como porcentaje de la variación del *PBI* en las 4 recesiones observadas en el Perú antes de la generada como consecuencia de la crisis en EE.UU. en 2007-2008 (cuyo inicio tiene fecha preliminar). Las unidades utilizadas son los cambios en las variaciones porcentuales promedio 4 trimestres entre el pico y la subsiguiente fosa.

Inversión en inventarios y recesiones desde 1990			
Variable de referencia: PBI no primario (Fechas pico-fosa)	Cambio en var. % prom. 4 trim. (pico-fosa)		Ratio: Inv. en inventarios sobre el PBI real (B/A)
	(A) PBI real	(B) Inv. en inventarios	
Muestra: 92M12-07M12 (*)			
(1) 1995M7-1996M10	-2.4	-2.4	100.9
(2) 1997M12-1999M8	-1.7	-3.5	212.1
(3) 2000M8-2001M8	-1.8	-2.6	141.9
(4) 2003M3-2004M6	-0.7	-3.3	466.6
Promedio (1-4)	-1.6	-2.9	230.4
Memo: 2008T2-2009T2	-3.3	-12.2	373.9

(*) Las variaciones porcentuales promedio anual fueron las unidades utilizadas para fechar los ciclos en los negocios de la economía peruana mediante el procedimiento Bry-Boschan (ver Barrera(2009)).

Cuadro No. 1: Incidencia de la variación de inventarios

El promedio de estos ratios es de 230.4 por ciento, con un rango de variación de [100.9,466.6]. De manera referencial, el promedio para EE.UU. es de 87 por ciento, con un rango de variación de [2,232] según los cálculos de Blinder & Maccini (1991) con las 8 recesiones registradas durante los años 1948-1982. Ello confirma, en primer lugar, que los movimientos en la inversión en inventarios han contribuido (amplificado) a las fases recesivas de la economía peruana desde inicios de los 90s, en particular a la más reciente (el ratio preliminar de ésta se encuentra en el interior del rango de variación). En segundo lugar, y en contraste con “la gran moderación” observada en los ciclos de los negocios de la economía americana, se observa un fenómeno de “des-moderación”, al menos desde la 3ra recesión observada. Una explicación tentativa para esta “des-moderación” se plantea más adelante.

Es importante notar que las cifras para EE.UU. son referenciales, ya que sus ratios son calculados con los flujos en miles de millones de US\$ de 1982 entre el pico y la subsiguiente fosa, por lo que su comparabilidad con los ratios para el Perú no es directa. Las limitaciones en las estadísticas de inventarios en el Perú⁶ obligan a posponer un contraste estricto de una hipótesis recientemente propuesta en la literatura, la de que las crisis internacionales recientes explican gran parte de las recientes fluctuaciones en el ciclo de los inventarios (en particular de exportables primarios) y por ende en la actividad de una economía cada vez más globalizada como la peruana (ver Alessandria *et al* (2010)).⁷ El presente trabajo proporciona evidencia indirecta a favor de esta hipótesis.

El objetivo del presente trabajo es aproximar cuantitativamente las relaciones dinámicas (potencialmente asimétricas) entre el crecimiento del acervo de inventarios, el crecimiento del *PBI* y el de tres componentes de la demanda agregada (la demanda interna pública, la demanda interna privada y, en especial, la demanda externa por exportaciones) durante la experiencia peruana de crecimiento basado en el mercado (1993-2010). La característica principal del modelo empírico utilizado es la capacidad de aproximar cualquier relación asimétrica que esté presente en el patrón de los datos y, eventualmente, elevar la precisión de las proyecciones de crecimiento del *PBI*, en especial en episodios alrededor

⁶Barrera(2009) utiliza las variaciones porcentuales promedio anual para fechar, con periodicidad mensual, las fases de los ciclos en los negocios de la economía peruana. El uso de estas unidades evita los problemas de medición presentes en los niveles reales mensuales, brindando robustez a las *fechas mensuales* de los picos y las fosas. Dadas estas fechas, si los ratios (inv. en inventarios)/*PBI* de las fases recesivas del Perú se calculan usando los flujos reales *trimestrales* en millones de Soles de 1994, únicamente el ratio correspondiente a la recesión 1997M12-1999M8 parecería válido.

⁷Desagregar de la inversión en inventarios en sus componentes típicos (insumos, bienes en proceso y bienes finales) no es factible, ni mucho menos en sus componentes de comercio exterior (exportables, importables y no comerciables). Esta última desagregación es la usada en Alessandria *et al* (2010) para los EE.UU.

de los puntos de quiebre del *PBI* en los que la inversión en inventarios amplifica la respuesta del *PBI* ante choques en la demanda de elevada magnitud. En la segunda sección se esboza un marco conceptual del uso de los inventarios para atenuar el impacto de choques de demanda sobre las operaciones productivas agregadas. En la tercera sección se describe los hechos estilizados de las decisión productiva y de inventarios que se busca explicar y se presenta los datos que serán utilizados en la estimación. En la cuarta sección se propone un modelo no estructural flexible para aproximar las relaciones dinámicas asimétricas entre el producto y el acervo de inventarios y de las tres fuentes agregadas de demanda, así como un modelo estructural para descomponer la matriz de co-varianzas del último periodo en la muestra (periodo final $T = 2010T1$). Los resultados se describen en la quinta sección y las conclusiones, en la sexta.

II. La relevancia del flujo agregado de inventarios en el Perú

Esta sección muestra los hechos estilizados sobre la relación entre la inversión en inventarios, las ventas y la producción en el Perú. Tradicionalmente, la literatura sobre inventarios para la economía americana ha buscado explicar dos (2) hechos estilizados: (i) ¿porqué la producción es más o menos volátil que las ventas?, y (ii) ¿porqué la inversión en inventarios y las ventas no resultan estar negativamente correlacionadas?⁸

Una primera aproximación de los hechos estilizados relevantes para la economía peruana proviene de los momentos muestrales no condicionales de las variaciones promedio anuales de los componentes del *PBI* por tipo de gasto. El Cuadro No. 2 presenta la media y la desviación estándar de estas variaciones, así como las correlaciones de éstas con la variación de la inversión en inventarios, *DInv*, y con la variación del saldo calibrado de inventarios, *SInv*.⁹ Estos estadísticos se calculan para los dos sub-periodos relevantes de la muestra, específicamente, antes y durante lo que va de la crisis financiera internacional resultado de la crisis en EE.UU. 2007-2008.

PBI POR TIPO DE GASTO (BIENES & SERVICIOS)																
(Variaciones promedio 4 trimestres)																
	MEDIA (m)				DESV. ESTÁNDAR (s)				CORR con D(inv) (r1)				CORR con S(inv) (r2)			
	1995-2007		2008-2010		1995-2007		2008-2010		1995-2007		2008-2010		1995-2007		2008-2010	
	m()	%m(PBI)	m()	%m(PBI)	s()	%s(PBI)	s()	%s(PBI)	r()	%r(PBI)	r()	%r(PBI)	r()	%r(PBI)	r()	%r(PBI)
I. Demanda global (1+2)	5.0	108.2	6.1	96.7	4.3	124.2	6.4	156.6	0.11	120.4	-0.02	-124.5	0.53	111.5	0.97	100.9
Ib. Demanda global (1b+2)	5.0	107.3	7.3	117.1	4.1	118.4	5.3	128.7	0.11	120.8	-0.11	-613.8	0.50	104.5	0.98	101.9
1. Demanda Interna con Dinv	4.5	97.5	6.4	102.3	4.9	144.3	6.6	161.6	0.14	154.9	-0.02	-103.9	0.58	121.5	0.97	100.8
1b. Demanda Interna sin Dinv	4.5	96.2	7.9	126.8	4.7	136.0	5.3	128.8	0.14	157.9	-0.13	-686.9	0.55	116.0	0.98	101.6
a. Consumo privado	4.1	87.5	6.2	99.4	3.0	88.3	2.8	69.3	0.08	94.4	-0.15	-836.6	0.58	121.8	0.99	102.7
b. Consumo público	4.9	104.6	7.7	123.1	5.0	146.5	5.4	130.8	0.13	147.8	0.27	1437.7	0.11	23.6	-0.95	-98.8
c. Inversión bruta interna	6.3	136.2	7.6	121.0	13.0	380.1	20.5	500.8	0.17	186.9	0.00	20.7	0.57	120.6	0.97	100.3
Inversión bruta fija (IBF)	6.0	129.5	13.8	221.0	11.8	344.1	15.9	388.8	0.18	201.7	-0.12	-638.0	0.52	109.5	0.98	101.6
- Privada	7.3	156.4	10.5	166.9	13.4	391.6	17.7	431.6	0.16	183.8	-0.13	-678.1	0.54	113.2	0.98	102.1
- Pública	1.6	35.4	32.5	519.5	11.6	338.5	9.2	225.1	0.15	173.4	-0.06	-340.0	0.15	31.0	0.77	79.5
Variación de existencias (DInv)	-83.3	-1792.2	0.8	12.9	583.3	17036.7	319.7	7804.7	1.00	1122.8	1.00	5408.0	0.16	34.5	-0.23	-23.5
Memo: Saldo de inventarios [SInv]	2.7	57.7	6.1	96.9	7.6	220.6	24.4	595.5	0.16	184.0	-0.23	-1227.3	1.00	210.5	1.00	103.8
2. Exportaciones	8.4	181.2	4.3	68.4	4.3	125.4	5.4	132.6	-0.13	-142.9	-0.05	-258.9	-0.32	-67.9	0.97	100.8
II. Oferta global (3+4)	5.0	108.2	6.1	96.7	4.3	124.2	6.4	156.6	0.11	120.4	-0.02	-124.5	0.53	111.5	0.97	100.9
3. PBI	4.7	100.0	6.3	100.0	3.4	100.0	4.1	100.0	0.09	100.0	-0.02	-100.0	0.48	100.0	0.96	100.0
- Bienes	5.0	107.7	5.2	83.7	3.8	110.5	5.1	124.0	0.03	34.1	-0.01	-58.0	0.37	77.2	0.96	99.9
- Servicios	4.5	96.0	6.8	108.9	3.4	98.8	3.6	86.9	0.12	136.0	-0.03	-136.1	0.52	109.5	0.96	100.1
4. Importaciones	7.4	159.6	5.6	89.5	10.3	299.7	17.0	415.8	0.13	145.3	-0.03	-163.1	0.55	116.4	0.98	101.4

Cuadro No. 2: Momentos no condicionales en el PBI por gasto

En términos de desviaciones estándar, se aprecia que la producción es *menos* variable que las ventas (demanda) para todos los componentes de la demanda global con la excepción del consumo privado (en ambos sub-periodos).¹⁰ Cabe entonces plantear la pregunta: ¿por qué la producción es, por lo general, menos volátil que las ventas en el Perú? ¿habrá incentivos para usar inventarios para cubrir choques en la demanda (digamos positivos) y así suavizar/estabilizar la producción?

Como las medias y las desviaciones estándar de la variación de *DInv* tienen valores extremos, la variación del saldo calibrado de inventarios, *SInv*, es un indicador más estable. Para verificarlo, las

⁸Un tercer hecho estilizado ha surgido más recientemente ante las mejoras de calidad en las estadísticas de inversión en inventarios en países desarrollados: los componentes más volátiles de la inversión en inventarios no son los inventarios de bienes finales del sector manufactura sino más bien sus inventarios de materias primas así como el comercio minorista (ver Blinder & Maccini (1991)).

⁹La elevada volatilidad de las tasas de crecimiento de la inversión en inventarios en el Cuadro No. 2 justifica dicha calibración (ver Anexo A) y explica el énfasis sobre las relaciones entre las tasas de crecimiento de la producción agregada, la demanda agregada y una secuencia “calibrada” del saldo de inventarios.

¹⁰Considérese también el agregado de demanda global sin inversión en inventarios.

correlaciones de todos los componentes del gasto se calculan respecto a ambos indicadores ($DInv$ y $SInv$).

Las correlaciones con $DInv$ muestran que las variaciones en la inversión en inventarios y las de las ventas (demanda) resultan *positivamente* correlacionadas en el periodo 1995-2007, para todos los componentes de la demanda global con la excepción de las exportaciones. En el periodo 2008-2010, resultan estar *negativamente* correlacionadas con la excepción del consumo público. Nótese que las magnitudes de todas las correlaciones con $DInv$ son cercanas a cero, lo que se explica por la elevada proporción de ruido presente en $DInv$.

Las correlaciones con $SInv$ son más informativas: se encuentra que las variaciones en el saldo calibrado de inventarios y las ventas (demanda) resultan estar *positivamente* correlacionadas en el periodo 1995-2007, para todos los componentes de la demanda global con la excepción de las exportaciones. En el periodo 2008-2010 también resultan *positivamente* correlacionadas, con la excepción del consumo público. Las magnitudes de este segundo grupo de correlaciones toman valores alejados del cero, lo que se explica por una señal más clara en el saldo calibrado $SInv$, es decir, una baja proporción de ruido.

Cabe entonces plantear la pregunta: ¿por qué la inversión en inventarios y las ventas no resultan estar negativamente correlacionadas? ¿habrá otros incentivos para mantener inventarios por encima del nivel mínimo suficiente para cubrir choques en la demanda (digamos positivos) y así suavizar/estabilizar la producción?

Estas preguntas-guía surgen de los hechos estilizados hallados con los momentos no condicionales. Sin embargo, también cabe preguntar sobre la idoneidad de estos hechos estilizados ¿es correcto considerar la descripción de estos momentos *no condicionales* (las medias y las varianzas en el cuadro anterior) como una descripción de los hechos estilizados de las relaciones entre el crecimiento de la demanda agregada, por un lado, y el flujo agregado de inventarios y la producción agregada, por el otro? Según el teorema de la descomposición de varianzas, las varianzas condicionales a un conjunto de información disponible siempre son menores a las correspondientes varianzas no condicionales, por lo que estos momentos no condicionales sólo brindan una descripción preliminar de los hechos estilizados. La motivación principal del presente trabajo es estimar un modelo dinámico para el vector de medias y el vector de *co-varianzas condicionales* que, debido a su capacidad de aproximación flexible, provea de una descripción estadística apropiada de las relaciones entre las mencionadas variables y, por ende, de los hechos estilizados más relevantes.

2.1. Los datos agregados de demanda, inventarios y producción

El modelo flexible no estructural que se propone y estima en las siguientes secciones aproximará la transmisión asimétrica de los choques al crecimiento de los componentes de la demanda agregada (interna privada, interna pública y exportaciones) que afectan el crecimiento de la producción y del acervo de inventarios. Las asimetrías en el suavizamiento de la producción que surge del comportamiento óptimo de las firmas en coordinación con el manejo de inventarios se reflejarán en las *medias condicionales* de estas variables, mientras que los resultados de esta “estabilización” se reflejarán en la matriz de *co-varianzas condicionales* de las mismas (*condicionales* ambos momentos a la información disponible relevante que se especifica en la siguiente sección).

Si el incentivo principal de las firmas para mantener inventarios es suavizar la producción, las firmas producen para almacenar. Los cambios en el acervo acumulado les permiten dosificar la oferta ante las fluctuaciones de la demanda. Sin embargo, sucesivos periodos con una demanda creciente que sobrepasa las expectativas respecto a la demanda futura prevista generan aumentos en el ritmo de producción tanto para cubrir parte de los aumentos inesperados en la demanda como para lograr un nivel de inventarios adecuado con la mayor demanda. Este incentivo adicional por mantener inventarios surge de la necesidad de disponer de un activo no financiero que permita compensar el endeudamiento de corto plazo incurrido para cubrir la producción con demanda creciente en la eventualidad de que esta mayor demanda se revierta. De manera análoga, sucesivos periodos con expectativas deterioradas respecto a la demanda generan disminuciones en el ritmo de producción tanto para cubrir parte de las caídas inesperadas en la demanda como para lograr un menor nivel deseado de inventarios. Por lo tanto, el acervo de inventarios y la producción funcionan coordinadamente aunque con periodos diferentes, siendo el primero el instrumento principal de compensación de corto plazo de los choques de demanda.

Evidentemente, la producción y el acervo de inventarios del agregado de firmas de una economía responderán a diferentes tipos de choques de demanda. Por este motivo, la demanda agregada sin inversión en inventarios ($DemAg$) se descompone en tres componentes:

- a) $DemX$: exportaciones reales de bienes y servicios no financieros;
- b) $DemPu$: consumo real e inversión real del sector público; y
- c) $DemPr$: consumo real e inversión real del sector privado.

El Gráfico No. 1 presenta las variaciones trimestrales de los niveles promedio 4 trimestres¹¹ de estos 3 componentes, donde se muestra que la acción de la escena no siempre bastó ser contada únicamente con las variaciones del agregado, es decir, de la demanda agregada sin inversión en inventarios (DemAg). En general, la demanda interna pública buscó compensar las fluctuaciones de la demanda interna privada en varias oportunidades (políticas contra-cíclicas) desde inicios de los 90s aunque con un débil efecto cuantitativo, por lo que a partir de 1996 pasó a compensar, parcialmente y a su discreción, las fluctuaciones de corto plazo de la demanda por nuestras exportaciones. Sólo a partir del 2001, cuando se logró levantar algunas restricciones financieras para el sector público, se elevó la frecuencia de estas políticas contra-cíclicas más focalizadas. Asimismo, la continua búsqueda de acumular fondos públicos para realizar políticas contra-cíclicas de mediano plazo más efectivas ha favorecido un mayor efecto cuantitativo durante la drástica fluctuación en la demanda por nuestras exportaciones generada como consecuencia de la crisis en EE.UU. en 2007-2008.

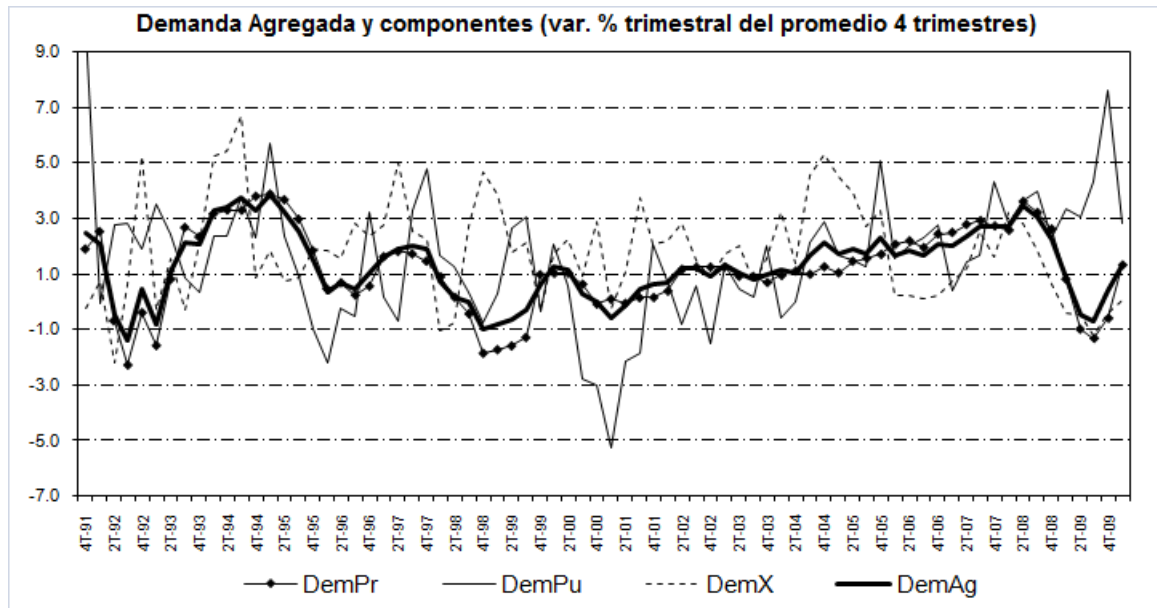


Gráfico No. 1: Datos utilizados

Adicionalmente, el modelo propuesto incluye otras 2 variables endógenas:

- d) *SInv*: saldo de inventarios calibrado
- e) *PBI*: producto bruto interno

Las variaciones de estas 2 variables se presentan en el Gráfico No. 2, junto con las de la demanda agregada sin inversión en inventarios. Se aprecia que la demanda agregada y el *PBI* crecen a tasas muy similares. Por su parte, el acervo de inventarios mantuvo un crecimiento relativamente cercano a la demanda agregada desde la reversión del episodio de sobreacumulación de inventarios a fines de 1994¹² y hasta fines de 1998. Posteriormente se observan 3 sobre-acumulaciones de magnitud creciente, la primera termina en el pico del II trimestre del 2000; la segunda, en el del II trimestre del 2003; y la tercera, en el del I trimestre del 2008.¹³

¹¹Variaciones porcentuales trimestrales de los promedios móviles anuales, en millones de nuevos soles de 1994.

¹²Este episodio de sobre-acumulación reflejó, en un primer momento, la recuperación de la producción como resultado del éxito del programa de estabilización (la inflación disminuyó drásticamente aunque todavía en niveles de 2 dígitos), así como las perspectivas optimistas para la economía ante el final de la guerra interna en la segunda mitad de 1992.

¹³El gráfico no muestra que la tercera reversión alcanza tasas negativas cercanas a 12 por ciento entre el IV trimestre del 2009 y I trimestre del 2010.

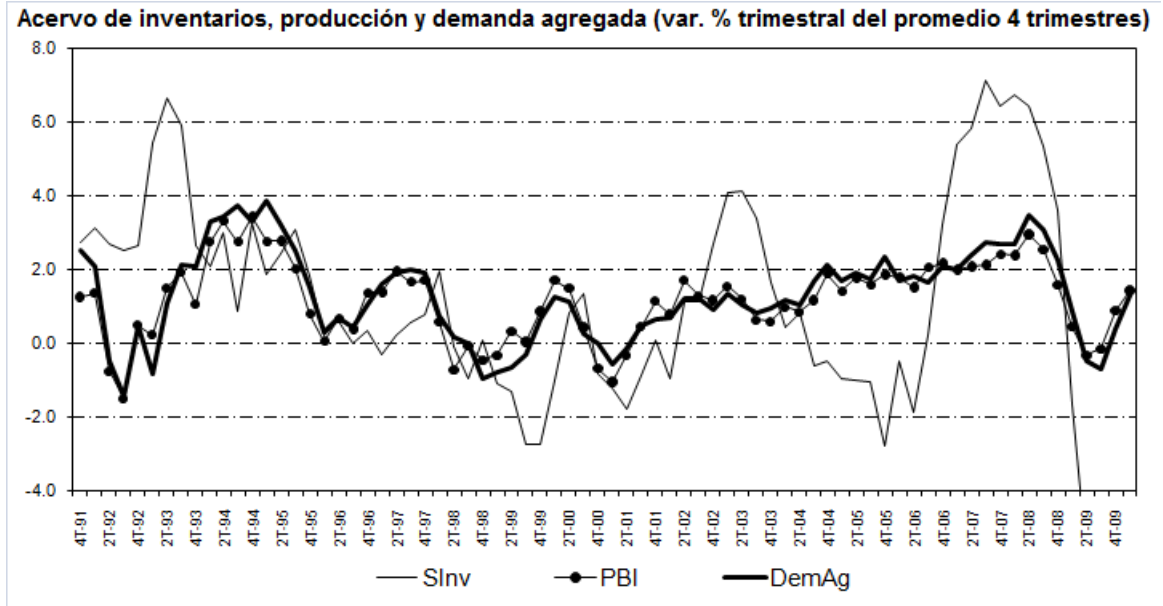


Gráfico No. 2: Datos utilizados

La creciente amplitud de los ciclos del crecimiento del acervo de inventarios podría explicarse por la creciente participación de los inventarios de bienes en proceso en el total, específicamente de los sectores exportadores tradicionales. Desafortunadamente, sólo se dispone de información agregada de la inversión en inventarios.

Incluir la modelación de la matriz de co-varianzas condicionales de todas estas variables significa una evaluación más adecuada de la “estabilización” de la producción en términos de los segundos momentos condicionales, así como una mejora en la capacidad de representación de la estructura de relaciones en las medias condicionales. Sin embargo, como el modelo utiliza información agregada de la inversión en inventarios, la evaluación de la “estabilización” de la producción puede constituir una referencia para modelos y evaluaciones más amplios que consideren el potencial efecto de diferentes componentes del acervo de inventarios sobre las medias condicionales del crecimiento del *PBI* real, así como sobre su varianza condicional.

III. Modelo teórico general con heteroscedásticidad

Sensier(2003) presenta un modelo que engloba los modelos de Blanchard(1983), Blinder(1986), Eichenbaum(1989), Kahn(1987) y Ramey(1991) sobre la base del modelo de Callen *et al*(1990) y Cuthbertson & Gasparro(1993). Sea I_t el vector de los K niveles de inventarios mantenidos por la empresa representativa por tipo de bien k , p.ej., si $K = 3$, $k = 1$ (bienes finales); $k = 2$ (bienes en proceso) y $k = 3$ (materias primas), denominados en unidades de algún bien de consumo final que sirve como numerario. Asimismo, el vector de funciones para sus correspondientes niveles deseados se define como

$$I_t^* = I^* \left(\underbrace{S_t}_+, \underbrace{z_t^I}_-, \underbrace{h_t^S}_+, \underbrace{r_t^H}_- \right) \quad (1)$$

donde S_t es el vector de ventas esperadas de los K tipos de bienes (sea al mercado como a la correspondiente área interna de la firma), z_t^I es el vector de factores de cambio tecnológico en los procedimientos de control de inventarios para los K tipos de bienes, r_t^H es el beneficio financiero-impositivo por mantener inventarios como activo¹⁴ y h_t^S es el vector de las K desviaciones estándar del error de la predicción un periodo adelante de cada componente del vector de ventas S_t , condicionales a toda la información disponible hasta el periodo corriente t . Los signos debajo de cada variable sugieren el sentido de la dependencia en estática comparativa (Callen *et al*(1990) y Cuthbertson & Gasparro(1993)). El costo o pérdida incurrida por alejarse de los niveles deseados se define como la función

$$C_t^A = C^A(I_t - I_t^*) \quad (2)$$

y se ha denominado “acelerador” en la literatura.¹⁵ El costo físico de mantenimiento de inventarios, que incluye el alquiler del espacio, el mantenimiento del ambiente adecuado para la conservación de las

¹⁴Ver Sensier(1993). Callen *et al*(1990) lo trata como un costo financiero unitario por mantener inventarios.

¹⁵P.ej., la suma de los términos cuadráticos para cada tipo de bien k , cada uno multiplicado por el correspondiente coeficiente $b_k/2$.

cualidades de los bienes (p.ej., refrigeración), el mantenimiento de maquinas transportadoras y horas-hombre para operarlas, etc., se define simplemente como el vector de funciones

$$C_t^M = C^M(I_t, \delta) \quad (3)$$

donde δ es el vector de las K tasas de depreciación (máxima merma efectiva permitida) específicas de los K tipos de bienes mantenidos en los inventarios de la empresa (p.ej., δ^f es el componente correspondiente a los bienes finales).¹⁶ Similarmente, el costo de producción de bienes finales se define como la función

$$C_t^P = C^P(v_t, P_t) \quad (4)$$

donde v_t es el término del costo marginal que varía en el tiempo¹⁷ y P_t es el nivel de producción.¹⁸ Para simplificar, a partir de ahora se supone que la firma sólo mantiene inventarios de bienes finales ($I_t = I_t^f$), y por ende todos los vectores arriba mencionados resultan ser escalares.

La “restricción de inventarios” establece una relación entre la producción, las ventas y el flujo de inventarios de bienes finales

$$P_t = S_t + \Delta I_t^f \quad (5)$$

que suele ser usada para obtener el flujo total de ventas (facturadas y no facturadas) de bienes finales. Con la secuencia histórica del flujo de inventarios se puede obtener el saldo de inventarios, p.ej., para los bienes finales, se tiene

$$I_t^f = (1 - \delta^f)I_{t-1}^f + \Delta I_t^f \quad (6)$$

es decir, una ecuación de inventarios perpetuos donde δ^f es la tasa de depreciación específica de los inventarios de bienes finales.

Bajo estos supuestos, la firma maximiza la esperanza condicional del valor presente de los beneficios reales en el momento t , Π_t , respecto a la secuencia de la variable de decisión, $\{I_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$, dadas las variables pre-determinadas I_{t+j-1}^f y las secuencias de los mejores estimados de $\{S_{t+j}, z_{t+j}^I, r_{t+j}, h_{t+j}^S, v_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$ para todo el periodo considerado en el valor presente, $[t, t+1, \dots, \infty)$.

$$E_t[\Pi_t] \equiv E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \{ S_{t+j} - C^A(I_{t+j}^f - I^*(S_{t+j}, z_{t+j}^I, r_{t+j}, h_{t+j}^S)) - C^M(I_{t+j}^f) - C^P(v_{t+j}, S_{t+j} + \Delta I_{t+j}^f) \} \right] \quad (7)$$

donde β es el factor de descuento y $E_t[\cdot] \equiv E_t[\cdot | \Omega_t]$ es el operador de esperanza condicional a todo el conjunto de información Ω_t relevante para la firma que está disponible en el momento t cuando va a determinar la secuencia óptima $\{\tilde{I}_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$. Se ha supuesto que la función de ingresos por ventas es cóncava y que las funciones de costos son todas funciones convexas, por lo que la condición de primer orden (ecuación de Euler) es la condición necesaria y suficiente para un óptimo.¹⁹

Eichenbaum(1989) soluciona este problema para un esquema de parámetros particular en la que la condición de primer orden brinda la condición necesaria y suficiente. Luego de la adecuada manipulación algebraica obtiene la condición para el plan óptimo del saldo de inventarios $\{\tilde{I}_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$, según la cual:

¹⁶En Blinder(1982, 1986a,1986b) y Sensier(2003), C_t^M es una función en I_t^f cuadrática sin constante y con coeficiente $e_2/2$ para el término cuadrático. Eichenbaum(1989) usa una función cuadrática pero con coeficiente e_{1t} para el término lineal, que varía en el tiempo. La novedad es que el costo físico de mantenimiento depende de las tasas de depreciación (que podrían variar en el tiempo).

¹⁷Eichenbaum(1989) lo usa como un choque estocástico al costo marginal de producir P_t para que el modelo englobe el motivo de suavizamiento del costo de producción de Blanchard(1983) y West(1990), como por ejemplo un choque a los precios relativos de los factores, pero en general puede ser cualquier variable que afecte la decisión inter-temporal de producción de la firma, como por ejemplo la posición financiera o de liquidez de la empresa (Cuthbertson & Gasparro(1993), Sensier(2003)) o, alternativamente, el error de predicción de las ventas un periodo adelante (Sensier(2003) también usa la predicción de la producción en sus estimaciones).

¹⁸En Blanchard(1983), Eichenbaum(1989), Sensier(2003) y West(1990), C_t^P es una función cuadrática en P_t sin constante y con coeficientes v_t para el término lineal y $a/2$ para el término cuadrático. Si a es positivo, el costo marginal de producción es creciente y el modelo engloba el motivo de suavizamiento del nivel de la producción de Blinder(1986a); si es negativo, engloba el caso considerado por Ramey(1991)).

¹⁹Se debería incluir en esta formulación a los beneficios provenientes de todas las operaciones productivas y financieras que realiza la empresa, al menos todas las asociadas con los diferentes tipos de inventarios. Como ejemplo, los costos asociados a los factores para la producción de bienes en proceso separada de los bienes finales, los beneficios resultado de operaciones productivas de bienes en proceso así como de operaciones financieras como la compra-venta de materia prima, los beneficios netos resultado de la compra-venta de materias primas (la “restricción de inventarios” se modificaría apropiadamente). Estos ejemplos ilustran que la especificación simple en términos de beneficios reales evade considerar la posibilidad de contabilizar parte de las actividades financiero-especulativas que el sector corporativo puede realizar con los diferentes tipos de inventarios que mantiene.

i) I_t^f depende positivamente de las ventas esperadas en el futuro, $\{S_{t+j}^f\}_{j=0}^\infty$: se mantiene inventarios para suavizar la producción;

ii) I_t^f depende negativamente de las ventas corrientes, S_t^f : como los costos marginales de producción son crecientes, existe un margen más allá del cual la firma prefiere cubrir sus ventas con inventarios en vez de aumentar la producción;

iii) I_t^f depende negativamente del choque estocástico en el costo marginal de producción, v_t : cuando los costos marginales de producción presentes son altos, la firma prefiere cubrir sus ventas con inventarios en vez de nueva producción en el periodo presente;

iv) I_t^f depende positivamente de los choques futuros al costo marginal de producción, $\{v_{t+j}\}_{j=1}^\infty$: la firma prefiere acumular inventarios con la producción presente cuando los costos marginales de producción presentes son bajos respecto a los futuros, y por lo tanto eventualmente cubrir sus ventas con inventarios en vez de producción futura; y

v) I_t^f depende negativamente de los coeficientes lineales (presentes y futuros) de los costos de mantenimiento de inventarios, $\{e_{1t+j}\}_{j=0}^\infty$ (ver nota anterior);

La formulación del problema de la empresa representativa asume que las variables son estacionarias. Como la producción y las ventas agregadas son no estacionarias, se requiere reformular el problema mediante una normalización apropiada o alternativamente utilizar el atajo de dos etapas propuesto por Callen *et al*(1990). Este atajo que consiste en (i) proponer una relación lineal de co-integración entre el nivel no estacionario de inventarios y los determinantes del nivel deseado de inventarios y (ii) con la secuencia de errores de co-integración se minimiza los costos totales $C_t^T = C_t^M + C_t^P$ para cada periodo en función al saldo de inventarios.

IV. Los modelos VARNN-ARCH propuestos

En esta sección se describe una familia de modelos dinámicos que son inmunes a problemas de heteroscedasticidad y por lo tanto apropiados tanto para el modelo conceptual de la sección anterior como para la mayoría de modelos utilizados en macroeconomía, en particular, para aquellos modelos en los cuales se busca que las medias condicionales se encuentren adecuadamente aproximadas a pesar de la presencia de *outliers* y episodios de alta varianza (Hamilton(2008)).

4.1. Medias condicionales

En primer lugar describimos los modelos que se estimará para las medias condicionales. El primer modelo para éstos momentos es la típica función lineal multi-valorada de los modelos VAR(K,p),

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t = A_0 + \sum_{j=1}^p A_j y_{t-j} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t) \quad (8)$$

donde $y_t' \equiv \{y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Kt}\}$ y $\varepsilon_t' \equiv \{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Kt}\}$ son vectores de K variables estacionarias, $\Omega_{t-1} \equiv \{y_{t-1}', y_{t-2}', \dots, y_{t-p}'\}$ es el conjunto de información relevante y $\Sigma_t \equiv [\sigma_t^{ij}]$ es la matriz $K \times K$ de co-varianzas condicionales del periodo t .

Antes de especificar el modelo dinámico para esta matriz de co-varianzas condicionales, se continúa con la generalización del modelo para las medias condicionales. Podría postularse un segundo grupo de modelos VAR no lineales

$$y_t = g(\Omega_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t) \quad (9)$$

donde el modelador postula una función no lineal multi-valorada específica $g(\cdot)$, por ejemplo, eligiendo (de manera algo arbitraria) la función de transición suave (VSTVAR) o la función de auto-excitación con límite (SETVAR) (ver Granger & Terasvirta(1993)).

En contraste con esta posibilidad de asumir *a priori* el conocimiento de la función $g(\cdot)$, una hipótesis que se toma como premisa en la macroeconomía moderna, el presente trabajo postula más bien la existencia de desconocidos patrones no lineales en los datos. Bajo este supuesto de existencia, se plantea utilizar modelos dinámicos flexibles (redes neuronales) cuya principal propiedad es justamente una elevada capacidad para aproximar dichos patrones en los datos.

Para ello se elige una arquitectura de redes denominada *perceptrón multi-capas* (MLP).²⁰ Su versión dinámica (VARNN-perceptrón ó VARMLP) será usada para obtener una aproximación (global) de la

²⁰Los perceptrones multi-capas (MLP) (ver Dorffner(1996)), también conocidos como *Feedforward ANNs* (ver Kuan & Liu (1995)) son una de las principales arquitecturas de las *redes neuronales artificiales* (ANN) para series temporales.

función no lineal multi-valorada $g(\cdot)$, aquella que mejor se ajuste a los patrones no lineales en los datos.²¹ Ello es posible mediante la combinación de un número finito de H funciones no lineales “básicas” estructuradas en un grafo multi-capas,

$$g(\Omega_{t-1}) \approx \beta_0 + \sum_{i=1}^H \beta_i h_i(\Omega_{t-1}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^H \beta_i \Psi_i(\Delta_{0,i} + \sum_{j=1}^p \Delta_i(j) y_{t-j}) \quad (10)$$

donde las H unidades h_i se denominan “unidades escondidas”, cada una de las cuales es una función no lineal multi-valorada Ψ_i cuyos componentes son funciones acotadas.²²

4.2. Co-varianzas condicionales

En segundo lugar, se describe la familia de modelos para las matrices de co-varianzas condicionales a la que pertenece el modelo que se estimará finalmente. Esta es la familia de modelos ARCH multi-variados, cuyos miembros más conocidos son los denominados VECH, BEKK y Exponencial. El modelo VECH es el más general,

$$vech(\Sigma_t) = c + \sum_{h=1}^p C_h vech(\varepsilon_{t-h} \varepsilon'_{t-h}) + \sum_{k=1}^q B_k vech(\Sigma_{t-k}) \quad (11)$$

donde, al usar el operador que apila los elementos sobre y debajo de la diagonal de la matriz, se tiene que c es un vector de orden $[K(K+1)/2] \times 1$ y $\{C_h\}, \{B_k\}$ son matrices de orden $[K(K+1)/2] \times [K(K+1)/2]$.

Como mencionan Ding & Engle(2001), su generalidad va de la mano con su reducida parsimonia y de la dificultad para imponer restricciones que aseguren una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas (salvo que se imponga matrices $\{C_h\}$ y $\{B_k\}$ diagonales).

El modelo BEKK es una versión restringida del modelo VECH que genera una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas al imponer una estructura paramétrica de forma cuadrática,

$$\Sigma_t = CC' + \sum_{h=1}^p D_h(\varepsilon_{t-h} \varepsilon'_{t-h}) D_h' + \sum_{k=1}^q E_k \Sigma_{t-k} E_k' \quad (12)$$

donde $C, \{D_h\}$ y $\{E_k\}$ son matrices $K \times K$ y sólo C es triangular inferior. Engle & Kroner(1995) brindan las condiciones por las cuales el modelo BEKK engloba todos los modelos VECH diagonales con una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas y casi todos los modelos VECH con una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas. Estas condiciones eliminan las representaciones redundantes (observacionalmente equivalentes).

La posibilidad de asimetrías en las co-varianzas condicionales ha sido considerada mediante dos estrategias. La primera estrategia impone restricciones específicas no necesariamente avaladas por los datos (ver Anexo B), mientras que la segunda estrategia, propuesta por Kawakatsu(2006), consiste en una parametrización muy útil para evitar restricciones similares propuestas en la literatura, la cual es adoptada en el modelo propuesto en este trabajo.

La propuesta de Kawakatsu(2006) es una generalización del modelo asimétrico de Nelson(1991) al caso multi-variado que logra mantener la generalidad de la representación VECH mediante una innovadora estructura paramétrica que genera una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas y donde es totalmente factible considerar asimetrías sin las sensibles simplificaciones de Ebrahim(2000). Usando la representación VECH, Kawakatsu(2006) propone

$$vech(\log(\Sigma_t)) - c_0 = \sum_{h=1}^p C_h^* \varepsilon_{t-h} + \sum_{h=1}^p C_h^{**} (|\varepsilon_{t-h}| - E\{|\varepsilon_{t-h}|\}) + \sum_{k=1}^q B_k (vech(\log(\Sigma_{t-k})) - c_0) \quad (13)$$

donde $\log(\Sigma_t)$ es el logaritmo matricial de la matriz Σ_t , $vech(\log(\Sigma_t))$ y $c_0 \equiv vech(C)$ son vectores $[K(K+1)/2] \times 1$, C es una matriz simétrica $K \times K$ y las matrices C_h^*, C_h^{**} y B_k tienen dimensiones $[K(K+1)/2] \times K$, $[K(K+1)/2] \times K$, y $[K(K+1)/2] \times [K(K+1)/2]$, de las cuales $\{C_h^{**}\}$ capturan los efectos asimétricos (*leverage effects*) en el proceso de (co)-varianzas condicionales.

Puede notarse que al especificar esta dinámica para la matriz de co-varianzas condicionales en términos de la transformación logarítmica matricial de la matriz de co-varianzas (simétrica) ya no es necesario imponer ninguna condición porque no se requiere que $\log(\Sigma_t)$ sea definida positiva. Esto sucede porque al aplicar la operación exponencial matricial (inversa) en ese espacio transformado, se obtiene una matriz de co-varianzas que es simétrica y por ende definida positiva. Esta propiedad de las transformaciones

²¹En contraste, una aproximación Taylor requiere conocer la función específica así como elegir un punto de aproximación (local).

²²Shachmurove(2003) menciona que la principal ventaja de las ANN es la habilidad de analizar rápidamente patrones complejos, con un alto grado de precisión y sin mantener supuestos sobre la distribución de los datos. Entre las desventajas se tiene la tendencia a sobre-parametrizar o a sub-parametrizar y la falta de un método estructurado y estándar para elegir, desarrollar, entrenar y evaluar una ANN.

permite especificar cualquier dinámica para esta matriz y generar siempre una secuencia de matrices $\{\Sigma_t\}$ positivamente definidas.

Si T es el número de observaciones, $y_t' \equiv \{y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Kt}\}$ es la transpuesta del vector de K variables y Θ es el vector columna de todos los parámetros, la densidad condicional normal multi-variada de $y_t|\Omega_{t-1}$ puede escribirse como²³

$$f(y_t|\Omega_{t-1}; \Theta) = (2\pi)^{-\frac{K}{2}} |\Sigma_t|^{-\frac{1}{2}} \exp(-\frac{1}{2}(\varepsilon_t' \Sigma_t^{-1} \varepsilon_t)) \quad (14)$$

y la función de log-verosimilitud resulta $l_Q = \sum_{t=1}^T l_t$, donde $l_t \equiv \log(f(y_t|\Omega_{t-1}; \Theta))$. Para fines comparativos, la contribución de la observación t a esta función de log-verosimilitud resulta

$$l_t = -\frac{1}{2}(K \log(2\pi) + \log(|\Sigma_t|) + \varepsilon_t' \Sigma_t^{-1} \varepsilon_t) \quad (15)$$

Para el caso del modelo exponencial matricial de Kawakatsu(2006), esta expresión puede re-escribirse como

$$l_t = -\frac{1}{2}(K \log(2\pi) + \log m(|e^{\log m(\Sigma_t)}|) + \varepsilon_t' (e^{\log m(\Sigma_t)})^{-1} \varepsilon_t) \quad (16)$$

Usando las siguientes propiedades del exponencial matricial y del logaritmo matricial:

- (i) Para toda matriz cuadrada A , $(e^A)^{-1} = e^{-A}$.
- (ii) Para toda matriz simétrica S , $\log m(|e^S|) = \text{traza}(S)$

obtenemos

$$l_t = -\frac{1}{2}(K \log(2\pi) + \text{traza}(\log m(\Sigma_t)) + \varepsilon_t' (e^{-\log m(\Sigma_t)}) \varepsilon_t) \quad (17)$$

La modelación no estructural propuesta en el presente estudio es utilizar la distribución multi-variada t de *Student* (en vez de la gausiana) con la propuesta de la matrix exponencial de Kawakatsu(2006). De esta manera todos los parámetros son robustos ante la presencia de observaciones atípicas sin imponer restricciones específicas no necesariamente avaladas por los datos. Este modelo no estructural propuesto es estimado para el caso peruano con los 65 datos trimestrales del periodo 1994T1 - 2010T1.²⁴ Todas las variables se expresan como variaciones porcentuales trimestrales de sus niveles promedio 4 trimestres en millones de nuevos soles de 1994.

La estimación de este modelo econométrico dinámico y flexible resulta factible dadas las restricciones computacionales. Sin embargo, para evitar la sobre-parametrización tan común en modelos de redes neuronales y que puede reducir su utilidad para fines de predicción, el Anexo C describe el método de estimación por máxima verosimilitud penalizada que fue aplicado.

4.3. Una estructura contemporánea

Se plantea un modelo estructural para descomponer la matriz de co-varianzas del periodo final T del modelo VARNN-ARCH no estructural estimado. Utilizando la descomposición AB , la matriz $(I - A)$ es una matriz triangular y la matriz B es una matriz diagonal de dimensión $K = 5$. La interpretación de sus coeficientes debe tomar en cuenta el ordenamiento del modelo estructural $y_t' \equiv \{DemX, DemPu, DemPr, SInv, PBI\}$. Los valores y/o signos esperados de los coeficientes a_{ij} en la matriz $(I - A)$ provienen del modelo teórico de la tercera sección.

Se postula que existen relaciones contemporáneas entre los choques en los 3 componentes de la demanda agregada. En particular, se espera alguna función compensatoria por parte de *DemPu* respecto a los choques en *DemPr* y *DemX* (relaciones *inversas* reflejadas en coeficientes positivos inmediatamente bajo la diagonal principal de la sub-matriz (1:3,1:3) de $(I - A)$ (ver el Cuadro No. 3).

Asimismo, los choques en los 3 componentes afectan las decisiones de inventarios y producción de las firmas. Si el único incentivo de éstas para mantener inventarios fuera la suavización de la producción, las relaciones contemporáneas entre el saldo de inventarios y los 3 componentes de la demanda agregada serían *inversas* y se reflejarían en coeficientes positivos en la fila 4 de $(I - A)$. Pero si existen incentivos adicionales para mantener inventarios, estas relaciones podrían ser *directas* (coeficientes negativos en

²³Para describir el procedimiento para obtener la (log) verosimilitud, se pudo utilizar la densidad multi-variada t de *Student* en vez de la gausiana.

²⁴Se descartó la posibilidad de incluir el periodo de inflación elevada y su posterior estabilización debido a las fluctuaciones considerables en los precios relativos. El método de estimación por máxima verosimilitud penalizada elimina cualquier potencial problema de "pocos grados de libertad" (ver Anexo C).

Matriz (I-A)					
Afectan al choque estructural en:	Choques estructurales de:				
	DemX	DemPu	DemPr	Sinv	PBI
DemX	1	0	0	0	0
DemPu	a_{21}	1	0	0	0
DemPr	a_{31}	a_{32}	1	0	0
Sinv	a_{41}	a_{42}	a_{43}	1	0
PBI	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	1

Cuadro No. 3: Relaciones contemporáneas entre choques estructurales

dicha fila). Mientras que la suavización de la producción la haría independiente de los choques de demanda (los coeficientes de la fila 5 serían nulos), los incentivos adicionales generarían relaciones *directas* entre los choques de oferta²⁵ y todos los demás (coeficientes negativos en esta fila).²⁶

V. Resultados

El modelo VARNN-ARCH robusto (VAR neuronal con heteroscedasticidad condicional y errores *t* de *Student*) que se propone para obtener una descripción estadística apropiada de las relaciones entre las variables tiene características que le permiten obtener parámetros estables ante la presencia de outliers, tanto los que aproximan las relaciones dinámicas potencialmente asimétricas en los primeros momentos condicionales de las variables, como los que aproximan las relaciones en los segundos momentos condicionales de las mismas. Incluso estas últimas relaciones también pueden ser no lineales debido al uso de la transformación de Kawakatsu(2006). La propuesta es así de comprensiva debido a que se busca una herramienta general de observación que imponga una cantidad mínima de supuestos mantenidos.

Desde el punto de vista econométrico-estadístico, cabe preguntarse sobre la relevancia de utilizar supuestos tan generales y realizar pruebas estadísticas que verifiquen la necesidad de los mismos, sea de manera individual o conjunta. La respuesta, sin embargo, debe considerar la necesidad de anidar hipótesis más simples dentro del modelo propuesto, una consideración que ha probado ser escasa en la literatura consultada en el contexto de la verosimilitud penalizada (ve Anexo C).

Esta sección presenta una evaluación indirecta de la necesidad de estos supuestos generales, la que se obtiene desde la perspectiva de los modelos VAR lineales no estructurales. Las pruebas estadísticas que se describen y utilizan a continuación podrían dar algunos indicios sobre la necesidad de un modelo tan general como el propuesto. Sin embargo, es conocido que el poder de las pruebas realizadas a los errores de estos modelos más sencillos depende sobremanera de las hipótesis alternativas que se consideran en contextos de simulación asociados (típicamente poco realistas).

5.1. Pruebas de especificación en modelos VAR lineales

La batería de pruebas realizadas para probar las hipótesis mantenidas de los modelos lineales no estructurales está compuesta por la prueba *omnibus* para la normalidad multivariada, propuesta por Doornik & Hansen (1994), la prueba para la dependencia serial en los errores estimados y la prueba para los efectos ARCH en los errores estimados, estas últimas propuestas por Dufour *et al* (2010).

Como los estadísticos de asimetría y curtosis en la prueba de Jarque & Bera (1981) no son independientes estadísticamente y la distribución del estadístico de curtosis se aproxima a su distribución asintótica (la Normal) muy lentamente, es necesario disponer de muestras muy grandes para poder confiar en los resultados de esta prueba. Doornik & Hansen (1994) realizan transformaciones de los estadísticos de asimetría y curtosis (ya propuestos en la literatura estadística) que brindan estadísticos más cercanos a la distribución normal.

Por su parte, Dufour *et al* (2010) construyen pruebas basadas en simulaciones Monte Carlo para la dependencia serial en los errores estimados (o los cuadrados de los mismos), que mediante una transformación logran la invariancia de dichos estadísticos respecto de los coeficientes estimados de las relaciones

²⁵Como se mencionó en la sección III, los choques en la producción engloban choques en los costos marginales (p. ej., en los precios relativos de los factores de producción) y en los choques tecnológicos (inversiones que mejoren el acervo de capital), pero también incluyen choques en el proceso productivo (p.ej., debido a problemas en el suministro de energía, insumos o agua en el caso de los productos agrícolas).

²⁶Más adelante se define la variación de la demanda global sin inventarios (DGlob) como un promedio ponderado de los primeros tres componentes del vector de variables endógenas.

sistemáticas entre las variables en un modelo lineal multi-ecuacional.²⁷ Esta es una mejora importante respecto a las pruebas disponibles, entre las que destaca la prueba portmanteau de Hosking(1970), debido a que las pruebas Monte Carlo gozan de las mismas propiedades de las pruebas bootstrap con un costo computacional ínfimo.²⁸

Estas pruebas se aplicaron a los errores estimados del modelo lineal VAR con errores gaussianos obtenidos mediante MCO y máxima verosimilitud, así como a los errores estimados del mismo modelo con errores distribuidos t de *Student* mediante cuasi-máxima verosimilitud. Los resultados de las pruebas se presentan en términos de valores de probabilidad (*Pvalues*).

Según el Cuadro No. 4, las hipótesis de normalidad conjunta y de curtosis esférica fueron rechazadas en todos los casos, lo que puede justificar la estimación de modelos VAR lineales con errores distribuidos t de *Student*. Sin embargo, todas las hipótesis de simetría esférica no pudieron ser rechazadas por la evidencia en los datos.

Pruebas omnibus para Ho: esfericidad (Doornik& Hansen(1994))							
(Valores de probabilidad -Pvalues)							
Modelo	Prueba	DemPr	Sinv	DemPu	DemX	PBI	Todas
VAR-OLS (Normal)	Simetría	0.521	0.306	0.870	0.951	0.536	0.866
	Curtosis	0	0	0	0	0	0
	Combinada	0	0	0	0	0	0
VAR-MV (Normal)	Simetría	0.540	0.405	0.733	0.939	0.800	0.940
	Curtosis	0	0	0	0	0	0
	Combinada	0	0	0	0	0	0
VAR-MV (Student)	Simetría	0.696	0.508	0.832	0.966	0.834	0.984
	Curtosis	0	0	0	0	0	0
	Combinada	0	0	0	0	0	0

(*) Si algún valor de probabilidad es menor que el nivel elegido de significancia (0.10, 0.05 ó 0.01), se logra rechazar la hipótesis nula de normalidad (errores esféricos).

Cuadro No. 4: Esfericidad de los errores estimados

El Cuadro No. 5 presenta las pruebas de inexistencia de dependencia serial, en su versión Monte Carlo con errores gaussianos (Pg) y con errores t de *Student* (Pa), tal como se las denota en Dufour *et al* (2010) pero con un número de simulaciones NS=9999 (para elevar el poder de las mismas en sus simulaciones; ver Dufour *et al*(1998)). La inexistencia de dependencia serial en los errores no logra ser rechazada por la evidencia en los datos en todos los casos, por lo que estos modelos VAR lineales pueden aparecer como bien especificados si se asume que no hay problemas de variables omitidas.

Pruebas Monte Carlo para Ho: No correlacion (Dufour et al (2010))							
(Valores de probabilidad -Pvalues)							
		Lung-Box		Variance Ratio		Hosking	
		Pg	Pa	Pg	Pa	Pg	Pa
VAR-OLS	Normal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VAR-MV	Normal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VAR-MV	Student	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

(*) Si algún valor de probabilidad es menor que el nivel elegido de significancia (0.10, 0.05 ó 0.01), se logra rechazar la hipótesis nula de ausencia de correlación serial.

Cuadro No. 5: No-autocorrelación de los errores estimados

El Cuadro No. 6 muestra las pruebas Pg y Pa para la inexistencia de efectos ARCH (NS=9999). En su mayoría, los valores de probabilidad Monte Carlo de todas las pruebas exceptuando la de Engle son mayores que los niveles de confianza usuales, por lo que no se logra rechazar su inexistencia. Por lo tanto, no se puede justificar la estimación de modelos VAR lineales con errores heteroscedásticos condicionalmente, dado que se dispone de estos modelos VAR lineales aparentemente bien especificados (si se asume que no hay problemas de variables omitidas).

²⁷Esta invariancia se aplica cuando la hipótesis mantenida para los errores del modelo es que provienen de una distribución normal. Cuando provienen de una distribución t de *Student* no se aplica, por lo que se requiere de simulaciones Monte Carlo para un conjunto amplio de valores discretos para el parámetro de grados de libertad ([2 30] en el presente estudio). Es importante notar que la invariancia tampoco se mantiene respecto al ordenamiento de las variables en el modelo no estructural (ver Cuadro No. 4).

²⁸Dufour *et al* (2010) describen la prueba de Ling-Li de manera incompleta y la excluyen tanto en su ejercicio de simulación como en su aplicación práctica (muy probablemente debido a problemas de espacio). Duchesne & Lalancette(2003) describen la prueba (pg. 279) y proponen una generalización que incluye el uso de un kernel. En el presente estudio se incluye la prueba de Ling-Li con el parámetro M=12 (el número de rezagos en los modelos estimados).

Pruebas Monte Carlo para Ho: No efectos ARCH (Dufour et al (2010))									
(Valores de probabilidad -Pvalues)									
		Engle		Lee-King		Ling-Li		Hosking	
		Pg	Pa	Pg	Pa	Pg	Pa	Pg	Pa
VAR-OLS	Normal	0.1032	0.1062	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
VAR-MV	Normal	0.1069	0.1140	0.97	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00
VAR-MV	Student	0.2095	0.2206	1.00	1.00	0.9999	1.00	1.00	1.00

(*) Si algún valor de probabilidad es menor que el nivel elegido de significancia (0.10, 0.05 ó 0.01), se logra rechazar la hipótesis nula de ausencia de efectos ARCH.

Cuadro No. 6: No-efectos ARCH en los errores estimados

Sin demérito para estas pruebas de especificación tentativas, se presenta los resultados asociados a la herramienta general de observación propuesta, que impone una cantidad mínima de supuestos mantenidos (con el costo adicional asociado a su estimación). Un producto adicional importante de esta herramienta es la disponibilidad de estimados de las co-varianzas condicionales. En particular, la evolución de las varianzas condicionales indica los periodos de mayor incertidumbre para cada variable incluida en el modelo.

5.2. Modelo VARNN-ARCH no estructural (estimados preliminares)

El Gráfico No. 3 presenta las varianzas condicionales de la variación trimestral de los niveles promedio de los 3 componentes de la demanda agregada, los inventarios y la producción, tanto en unidades estandarizadas como en variaciones porcentuales (cuadradas).²⁹ Con las primeras unidades (recuadro superior) se muestra los aumentos y disminuciones en estos estadísticos a lo largo de la muestra y con las segundas (recuadro inferior), sus magnitudes relativas.

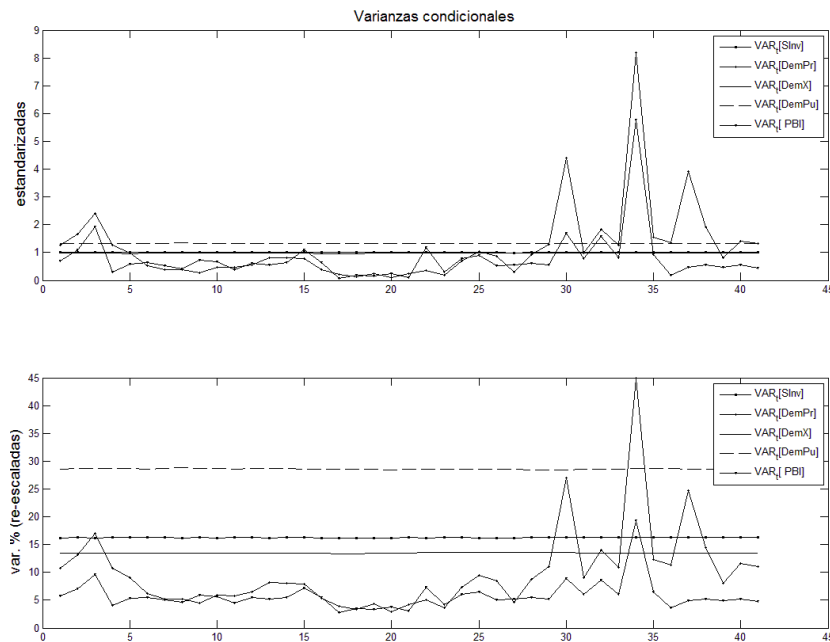


Gráfico No. 3: Varianzas condicionales

En este caso ambos gráficos muestran que las variancias condicionales de *DemPr* y del *PBI* son cambiantes en el tiempo, mientras que las demás resultan, debido a la escala de las mencionadas, como pseudo-constantes. En el primer recuadro se aprecia que las variancias condicionales de *DemPr* y del *PBI* suelen elevarse contemporáneamente, destacando los saltos en la incertidumbre más recientes.

En el segundo recuadro se aprecia que la secuencia de las variancias condicionales de *PBI* suele ser menor que la secuencia correspondiente a la *DemPr*. Existe entonces un grado de estabilización de la producción respecto a *DemPr* que es atribuible a la administración de los inventarios, y que es más notorio en la eventualidad de saltos en la incertidumbre de *DemPr*. Respecto a las variancias condicionales

²⁹Con los rezagos en las medias condicionales y los rezagos en las co-varianzas condicionales, la muestra efectiva para las covarianzas condicionales estimadas es de 41 observaciones (2000T1 - 2010T1).

pseudo-constantes en el tiempo, la de la *DemPu* es mayor que la de *SInv*, y ésta a su vez es mayor que la de *DemX*. Como estas 3 varianzas pseudo-constantes suelen ser mayores que las varianzas que cambian en el tiempo (*DemPr* y *PBI*), se concluye que el grado de estabilización de la producción existente se refiere a los 3 componentes de la demanda agregada.

En el Gráfico No. 4 verificaremos qué sucede con la secuencia de la varianza condicional de la demanda global sin inversión en inventarios (DGlob), que se ha añadido a los gráficos anteriores. Esta secuencia fue calculada a partir de la sub-matriz de co-varianzas condicionales correspondientes a las variaciones de sus tres componentes (*DemPr*, *DemPu* y *DemX*), incluidas en el modelo estimado.

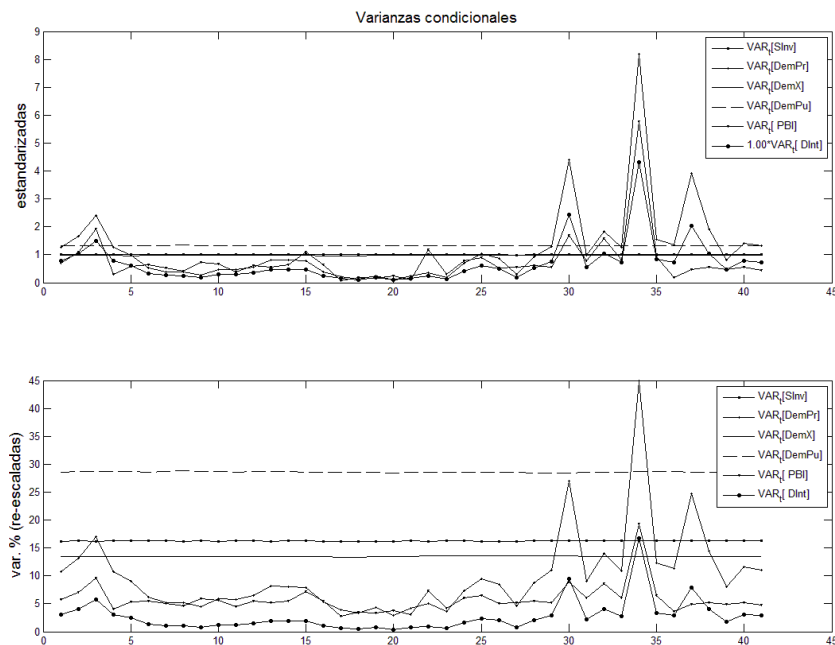


Gráfico No. 4: Varianzas condicionales

Este cálculo de la varianza condicional de DGlob confirma la posibilidad que motivó el presente trabajo: que resulta menor que la varianza condicional del *PBI* (excepto en un trimestre posterior al periodo reciente de máxima incertidumbre) y con una magnitud relativa alrededor de 1 a 4 (durante el periodo de menor incertidumbre). Aunque este resultado contrasta con los resultados tentativos con las varianzas no condicionales (ver Cuadro No. 2), sólo es válido para la demanda global debido al efecto de las co-varianzas condicionales entre sus 3 componentes. Recuérdese que el grado de estabilización de la producción existente se refiere a cada uno de los 3 componentes de la DGlob.

La presente sub-sección muestra que el manejo agregado de inventarios resulta en la estabilización de la producción por medio de mecanismos que se reflejan no sólo en las medias condicionales (ver sub-sección siguiente) sino también en las covarianzas condicionales de las variaciones de los 3 componentes de DGlob (*DemPr*, *DemPu* y *DemX*). La evolución de todas las 15 entradas diferentes de la matriz de co-varianzas condicionales (estandarizadas) se presenta en el Anexo D.

De todas estas entradas, destaca las secuencias de las varianzas pseudo-constantes (*SInv*, *DemPu* y *DemX*), las que evidentemente tienen un rango de variación tan reducido que los amplios rangos de las otras dos variables³⁰ las hacen parecer constantes en el tiempo (ver Gráficos No. 3 y 4). Por otro lado, dos de las tres co-varianzas que intervienen en el cálculo de la varianza de DGlob son negativas, (*DemPr, DemX*) y (*DemPu, DemX*), lo que contribuye a que la secuencia de la varianza de DGlob resulte la más cercana a la abscisa (ver Gráfico No. 4).

Finalmente, los resultados en otras 3 entradas señalan la importancia de separar los componentes de la demanda agregada DGlob y adelantan relaciones que también podrían reflejarse en las medias condicionales (ver siguientes sub-sección). Las covarianzas (*SInv, DemPu*) y (*SInv, DemX*) son negativas, reflejando las relaciones inversas esperadas cuando no hay incentivos para mantener inventarios más que para suavizar la producción. La covarianza (*DemPr, SInv*) es la única positiva, reflejando las relaciones directas esperadas cuando hay otros incentivos adicionales.

³⁰Estos dos amplios rangos de variación pueden reflejar la necesidad de separar los cuanta de los precios relativos inherentes a las unidades originarias (nuevos soles de 1994) para incluirlas en un modelos de mucho mayor dimensión (y dificultad para estimar). En todo caso, todos los momentos condicionales del modelo estimado lo son respecto a las pocas variables incluidas.

Sin embargo, la comparación de la proyección versus la ejecución de los componentes de la demanda agregada para el periodo 2010T2 - 2010T3 (fuera de la muestra) no fue alentadora, lo que refleja la existencia de problemas de especificación en el modelo, específicamente, un problema de variables omitidas.

5.3. Modelo VARNN-ARCH estructural: estructura contemporánea

El Cuadro No. 7 presenta los coeficientes estimados para las matrices de la descomposición AB de la matriz de co-varianzas condicional estimada del periodo T de la muestra (2010T1) en el modelo VARNN-ARCH no estructural. Nótese que los elementos debajo de la diagonal en $(I - A)$ tienen el signo inverso al de los correspondientes elementos de A , mientras que los elementos diferentes de cero de la matriz B (su diagonal) se presentan como un vector columna.

SpVARNN-ARCH con 5 variables							
		B	I-A				
			1	2	3	4	5
			DemX	DemPu	DemPr	SInv	PBI
1	DemX	3.671 (1.985)	1				
2	DemPu	5.361 (1.679)	0.053 (0.123)	1			
3	DemPr	3.332 (1.112)	0.059 (0.074)	-0.047 (0.118)	1		
4	SInv	4.040 (0.521)	0.044 (0.117)	0.172 (0.188)	-0.076 (0.115)	1	
5	PBI	1.822 (1.335)	-0.013 (0.016)	-0.002 (0.026)	-1.207 (0.016)	-0.008 (0.033)	1

Cuadro No. 7: Relaciones contemporáneas estimadas

Se encuentra que todos los parámetros en la matriz $(I - A)$ son estadísticamente iguales a cero, con la excepción del parámetro que mide el impacto positivo del choque estructural de $DemPr$ sobre el PBI (-1.207 en el cuadro). Los datos indican que no hay una función compensatoria contemporánea de $DemPu$ respecto a los choques en $DemPr$ y $DemX$.

Aunque las relaciones contemporáneas entre el saldo de inventarios y los componentes de la demanda agregada resultan *inversas* (coeficientes positivos) para $DemX$ y $DemPu$ y *directas* (coeficiente negativo) para $DemPr$, los 3 coeficientes son estadísticamente iguales a cero. Por lo tanto, la suavización de la producción no es el único incentivo para mantener inventarios, pudiendo existir incentivos adicionales para mantenerlos. En efecto, el único parámetro estadísticamente diferente de cero en la matriz contemporánea es consistente con la presencia de incentivos adicionales al suavizamiento de la producción, que según este estimado generan relaciones directas entre los choques del PBI (choques de oferta en este contexto) y el choque en $DemPr$.

Las funciones de respuesta de cualquier variable i ante un cambio porcentual de 1 por ciento en cualquiera de las variables j (*funciones impulso-respuesta*) se denotan como $FIR[j \rightarrow i]$. Las FIR's fueron calculadas como la diferencia entre dos proyecciones que no parten de un estado estacionario: la proyección con el choque estructural en el periodo T , el último periodo de la muestra, y la proyección sin este choque (ver Koop *et al* (1996)). Las FIR's no presentan asimetrías en el signo o magnitud de los choques, aunque la escala de los impactos contemporáneos (respuestas en el periodo T) domina la escala del resto de la secuencia (respuestas en los periodos $T+h$, $h \neq 0$). Por este motivo las FIR's se presentan en matrices de 2x2 sub-gráficos: las FIR's de la primera fila incluyen los impactos contemporáneos, mientras que las de la segunda fila, los excluyen.³¹

5.4. Respuestas a impulsos en $DemPr$

El Gráfico No. 5 presenta las FIR's de $SInv$ y PBI estimadas para un choque de 1 por ciento en $DemPr$. Un choque estructural positivo en $DemPr$ genera que el choque estructural del PBI aumente en el impacto, caiga poco después para luego caer sucesivamente aunque tendiendo a cero, mientras que el choque estructural del $SInv$ aumenta en el impacto, continúa aumentando muy ligeramente para luego caer 10 trimestres más adelante.

Dadas las magnitudes relativas, un aumento en este tipo de choque de demanda es absorbido inicialmente por un fuerte aumento en el ritmo de producción y un aumento ligero en el crecimiento del acervo

³¹Los gráficos de la primera fila también incluyen el valor del coeficiente correspondiente al impacto contemporáneo estimado en la matriz A (Cuadro No. 7), valor que típicamente es mayor (en valor absoluto) al del impacto contemporáneo en la FIR del sub-gráfico correspondiente debido a la manera en que ésta fue calculada.

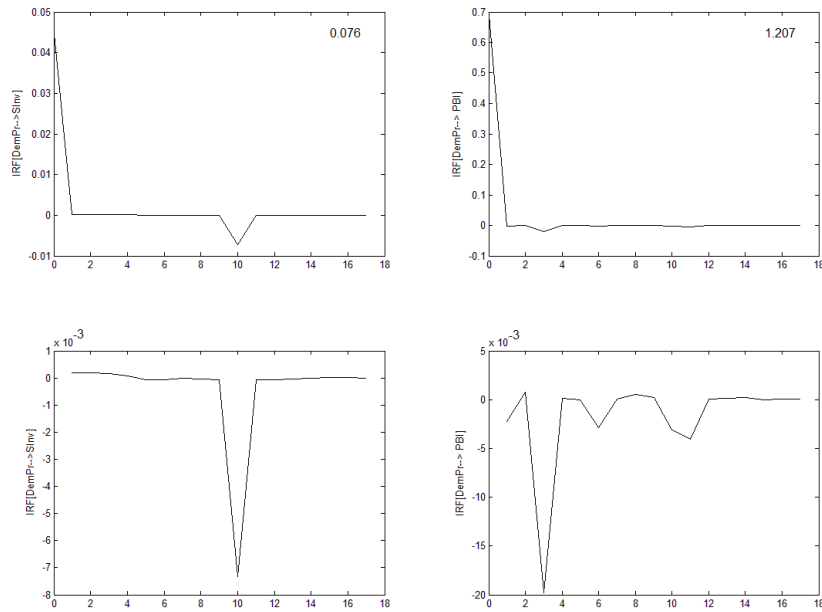


Gráfico No. 5: Respuestas a impulsos de demanda privada

de inventarios (al que le sigue una caída tardía pero menor, 10 trimestres adelante)). Este resultado puede ser consistente con una gestión de los inventarios que toma en cuenta los rezagos en el ajuste del proceso productivo agregado así como las variaciones inducidas en los precios que sean las más apropiadas para la maximización de los beneficios privados, en particular cuando los precios corrientes son elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados (no necesariamente bienes finales).

5.5. Respuestas a impulsos en DemPu

El Gráfico No. 6 presenta las FIR's de *SInv* y *PBI* estimadas para un choque de 1 por ciento en *DemPu*. Ante un choque estructural positivo en *DemPu*, el choque estructural *SInv* cae en el impacto y luego se mantienen sin reacción hasta que aumenta 10 trimestres más adelante. Por el contrario, el choque estructural del *PBI* aumenta en el impacto y posteriormente aumenta muy ligeramente para caer con poca intensidad y luego mantener una serie de caídas y rebotes pequeños con la línea del cero como techo.

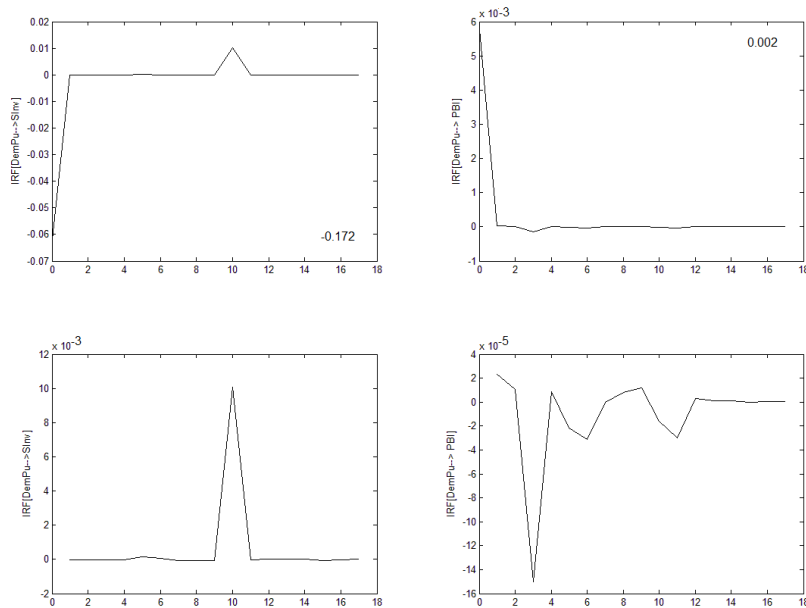


Gráfico No. 6: Respuestas a impulsos de demanda pública

Dadas las magnitudes relativas, un aumento en este tipo de choque de demanda es absorbido por una

fuerte caída en el crecimiento del acervo de inventarios así como por un pequeño aumento en el ritmo de producción. El proceso de licitaciones asociadas al gasto del gobierno, muy diferente al proceso de gasto privado en agregado, puede explicar el diferente comportamiento de la gestión de los inventarios ante un choque estructural en $DemPu$, que es más acorde con la intuición pero inverso al estimado ante un choque estructural en $DemPr$ (del mismo signo).

5.6. Respuestas a impulsos en $DemX$

El Gráfico No. 7 presenta las FIR's de $SInv$ y PBI estimadas para un choque de 1 por ciento en $DemX$. Ante un choque estructural positivo en $DemX$, el choque estructural del $SInv$ cae en el impacto y luego se mantiene sin reacción hasta que aumenta 10 trimestres más adelante. Por su parte, el choque estructural del PBI disminuye en el impacto y posteriormente mantiene una serie de aumentos pequeños (interrumpidos por ligeras caídas en los trimestres 7,8 y 9) que tienden a cero.

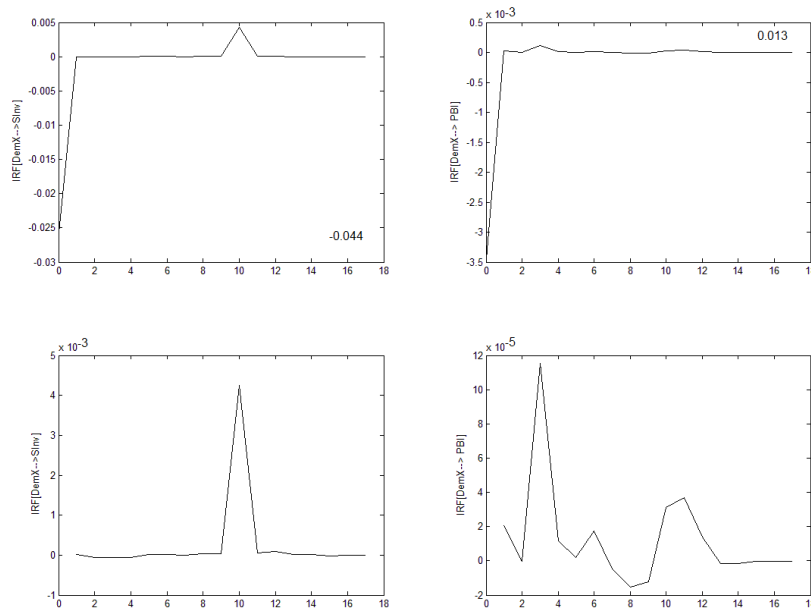


Gráfico No. 7: Respuestas a impulsos de demanda externa

Dadas las magnitudes relativas, un aumento en el choque de demanda $DemX$ es absorbido por una caída en el crecimiento del acervo de inventarios y una caída menor en el ritmo de producción. En lo que se refiere al crecimiento del acervo de inventarios, la respuesta es cualitativamente similar a la respuesta ante un choque estructural positivo en $DemPu$, por lo que no se descarta que la manera de contratar las ventas al exterior de bienes y servicios tenga efectos similares a los que surgen de la manera de contratar las ventas al gobierno nacional, sobre la gestión de inventarios agregada. En ambos casos, las respuestas en el ritmo de producción no resultan ser el canal de ajuste principal, aunque la disminución en el ritmo de producción que ocurre ante el choque en $DemX$ podría entenderse mejor en el caso de la producción minera (por ejemplo, cuando los precios externos son elevados).

5.7. Observaciones

En general, se puede apreciar que los patrones de las FIR's (en particular las del $SInv$) no son de transición suave (como en modelos VAR lineales). Por ejemplo, las del $SInv$ se reflejan tanto en el impacto como 10 trimestres luego del choque en algún componente de la demanda (aunque con diferentes signos), lo que puede explicarse por las diferentes formas de contratar/demandar bienes y servicios.³² Es importante notar que la falta de transición suave en las FIR's también se suele obtener cuando se imponen restricciones de exclusión (parsimonia) en los parámetros de un modelo VAR lineal (ver Lutkepohl(2005)). En el caso de modelos VAR no lineales aquí utilizados, esta falta de transición suave puede obtenerse en el proceso de optimización de la (log) verosimilitud penalizada (ver Anexo C).

³²Otra interpretación es que los mecanismos asociados a la gestión de los inventarios agregados no se reflejan tanto en la media condicional (que sirve para cuantificarlas) sino más bien en los segundos momentos condicionales. En términos estructurales, una gestión de los inventarios más comprensiva incluye factores de riesgo asociados a pérdidas y ganancias. En términos econométricos, es posible que la maximización de la log-verosimilitud penalizada refleje la dominancia de las variaciones en la matriz de covarianzas condicional por sobre los errores cuadráticos del vector de medias condicionales.

Finalmente, la ausencia de asimetrías en las respuestas ante choques de diferente signo o magnitud puede ser un resultado preliminar pero robusto. La optimización de la (log) verosimilitud penalizada de un modelo de redes neuronales (ver Anexo C) equivale a un proceso de aprendizaje, y éste puede resultar extenso. Por las restricciones de tiempo de computadora, la optimización debió truncarse sin que la red haya logrado aprender las magnitudes relativas de las asimetrías. Sin embargo, es importante notar que la distribución *t* de *Student* multi-variada descarta asimetrías espurias en las medias condicionales, por lo que podría afirmarse que la red neuronal no ha detectado aún aquellas asimetrías existentes en los datos porque no son evidentes.

VI. Conclusiones y perspectivas

El presente trabajo aproxima econométricamente los potencialmente importantes efectos no lineales (asimetrías) que el manejo de inventarios ejerce sobre la dinámica de la producción considerando que su volatilidad varía en el tiempo. Para ello se descompone la demanda agregada en 3 componentes (interna pública, interna privada y externa).

Los resultados más relevantes se presentan en términos de las co-varianzas condicionales. Las co-varianzas $(SInv, DemPu)$ y $(SInv, DemX)$ son negativas, reflejando las relaciones *inversas* esperadas cuando no hay incentivos para mantener inventarios más que para suavizar la producción. La covarianza $(SInv, DemPr)$ es la única positiva, reflejando las relaciones *directas* esperadas cuando hay otros incentivos adicionales. En términos de las relaciones contemporáneas, el único parámetro estadísticamente diferente de cero es consistente con la presencia de incentivos adicionales al suavizamiento de la producción. Este parámetro indica que un choque positivo en *DemPr* será absorbido principalmente por *un aumento más que proporcional* en el choque del ritmo de producción, por lo que existe un impacto amplificador (“des-moderador”) de los choques de demanda sobre la evolución de la producción que se explica por el ciclo agregado de los inventarios. De hecho parte de este mayor ritmo de producción servirá para un crecimiento mayor en la acumulación de inventarios, los que muy probablemente permiten maximizar ganancias cuando los precios corrientes son elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados.

Asimismo, otro incentivo adicional por mantener inventarios surge de la necesidad de disponer de un activo no financiero que permita compensar el endeudamiento de corto plazo incurrido para cubrir la producción con demanda creciente en la eventualidad de que esta mayor demanda se revierta. Justamente, dada la simetría hallada en las FIR's, un choque negativo en *DemPr* será compensado principalmente por un menor ritmo de producción, así como por disminuciones en el crecimiento del acervo de inventarios (aunque de un orden de magnitud menor). Este resultado puede ser consistente con una gestión de los inventarios que toma en cuenta los rezagos en el ajuste del proceso productivo agregado así como las variaciones inducidas en los precios que sean las más apropiadas para la maximización de los beneficios privados, en particular cuando los precios corrientes son elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados (no necesariamente bienes finales). En este sentido, el impacto amplificador (“des-moderador”) se podría explicar por el ciclo agregado de los inventarios de materias primas y/o bienes el proceso (aunque no disponemos de los datos para corroborar esta hipótesis más específica).

El modelo estimado captura parcialmente los episodios alrededor de los puntos de quiebre del *PBI* en los que la inversión en inventarios amplifica la respuesta del *PBI* ante choques en la demanda de elevada magnitud. El presente trabajo proporciona entonces evidencia indirecta a favor de la hipótesis de que las crisis internacionales recientes explican gran parte de las recientes fluctuaciones en el ciclo de los inventarios (en particular de exportables primarios) y por ende en la actividad de una economía cada vez más globalizada como la peruana (ver Alessandria *et al* (2010)). Ello explicaría tentativamente la “des-moderación” que se describió en la sección I, en particular en la incidencia promedio del crecimiento en la inversión en inventarios en el crecimiento del *PBI* real durante 4 recesiones recientemente observadas en el Perú (antes de la generada como consecuencia de la crisis en EE.UU. en 2007-2008; ver Cuadro No. 1).

Finalmente, en trabajos posteriores se debe buscar elevar la precisión de las proyecciones del modelo VARNN-ARCH no estructural, especialmente en términos de los componentes de la demanda agregada. Sin embargo, ello puede resultar más costoso en tiempo de computadora debido a la evidente necesidad de incluir otras variables potencialmente importantes (algunas de las cuales no se dispone, como la desagregación de la inversión en inventarios en materias primas, bienes en proceso y bienes finales).

Referencias

Alessandria, George; Kaboski, Joseph & Midrigan, Virgiliu (2010) The great trade collapse of 2008-09: an inventory adjustment?, Research Department, Federal Reserve Bank of Philadelphia, Working Paper No. 10-18.

- Barrera, Carlos (2009) Ciclos sectoriales de los negocios en el Perú e indicadores anticipados para el crecimiento del PBI no primario, Documento de Trabajo DT. No. 2009-013, Banco Central de Reserva del Perú.
- Barrera, Carlos (2010) Redes neuronales para predecir el tipo de cambio diario, Documento de Trabajo DT. No. 2010-01, Banco Central de Reserva del Perú.
- Blanchard, Olivier (1983) The production and inventory behavior of the American automobile industry, *Journal of Political Economy*, Vol. 91, pgs. 365-400.
- Blinder, Alan (1982) Inventories and sticky prices: more on the micro-foundations of macroeconomics, *American Economic Review*, Vol. 72, No. 3(junio), pgs. 334-48.
- Blinder, Alan (1986a) Can the production smoothing model of inventory behavior be saved?, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 101, No. 3(agosto), pgs. 431-53.
- Blinder, Alan (1986b) More on the speed of adjustment in inventory models, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 18, No. 3(agosto), pgs. 335-65.
- Blinder, Alan & Maccini, Louis (1991) Taking stock: a critical assessment of recent research on inventories, *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 5, No. 1 (invierno), pgs. 73-96.
- Callen, T.; Hall, Stephen; & Henry, S. (1990) Manufacturing stocks: expectations, risk and co-integration, *Economic Journal*, vol. 100(setiembre), pgs. 756-772.
- Cuthbertson, K. & Gasparro, D. (1993) The determinants of manufacturing inventories in the U.K., *Economic Journal*, vol. 103(noviembre), pgs. 1479-1492.
- Davis, Steven & Kahn, James (2008) Interpreting the Great Moderation: changes in the volatility of economic activity at the macro and micro levels, *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 22, No. 4, pgs. 155-180.
- Ding, Zhuanxin & Engle, Robert (2001) Large scale conditional covariance matrix modeling, estimation and testing, *Academia Economic Papers*, Vol. 29, No. 2, pgs. 157-184.
- Doornik, Jurgen & Hansen, Henrik (1994) An omnibus test for univariate and multivariate normality, *Nuffield College* (noviembre).
- Dorffner, Georg (1996) Neural networks for time series processing, *Neural Network World*, 4(6) 447-468.
- Duchesne, Pierre & Lalancette, Simon (2003) On testing for multivariate ARCH effects in vector time series models, *Canadian Journal of Statistics*, Vol. 31, No. 3, pgs. 275-292.
- Dufour, Jean-Marie; Farhat, Abdeljelil; Gardiol, Lucien & Khalaf, Lynda (1998) Simulation-based finite sample normality tests in linear regressions, *Econometrics Journal*, Vol. 1, pgs. C154-C173.
- Dufour, Jean-Marie; Khalaf, Lynda & Beaulieu, Marie-Claude (2010) Multivariate residual-based finite sample tests for serial dependence and ARCH effects with applications to asset pricing models, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 25, pgs. 263-285.
- Ebrahim, Shafiq (2000) Volatility transmission between foreign exchange and money markets, Working Paper No. 2000-16, Bank of Canada.
- Eggers, Andrew & Ioannides, Yannis (2006) The role of output composition in the stabilization of US output growth, *Journal of Macroeconomics*, Vol. 28, pgs. 585-595.
- Eichenbaum, Martin (1989) Some empirical evidence on the production level and production cost smoothing models of inventory investment, *American Economic review*, vol. 79, pgs 853-864.
- Engle, Robert & Kroner, Kenneth (1995) Multivariate simultaneous generalized ARCH, *Econometric Theory*, Vol. 11, pgs. 122-150.
- Fan, Jianqing & Li, Runze (1999) Variable selection via penalized likelihood, *Departments of Statistics, UCLA & UNC*.
- Firinguetti, Luis & Rubio, Hernán (2000) A note on the moments of stochastic shrinkage parameters in ridge regression, Documento de Trabajo No. 65, Banco Central de Chile.
- Fomby, Thomas; Carter Hill, R. & Johnson, Stanley (1984) *Advanced econometric methods*, Springer-Verlag.
- Fujino, Shozaburo (1960) Some aspects of inventory cycles, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 42, No. 2 (mayo), pgs. 203-209.
- Granger, Clive & Terasvirta, Timo (1993) *Modelling nonlinear economic relationships*, Oxford University Press.
- Hamilton, James (2008) *Macroeconomics and ARCH*, Festschrift Conference in Honor of Robert F. Engle, San Diego, June 21.

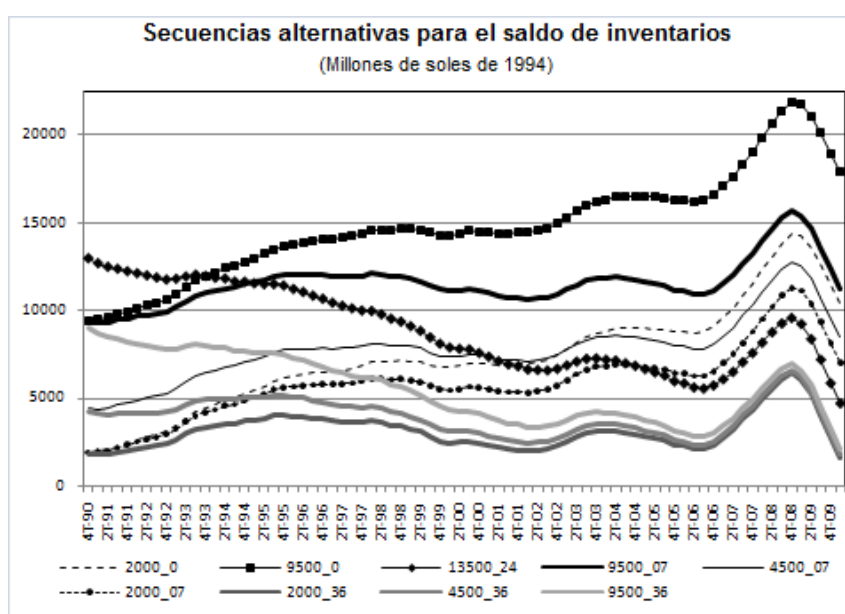
- Hosking, J. (1980) The multivariate portmanteau statistic, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 75, pgs. 602-608.
- Jaakkola, Tommy (2006) Machine learning 6.867, Fall 2006, MIT OpenCourseWare.
- Jarque, Carlos; Bera, Anil (1981) Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence, *Economics Letters*, Vol. 7, No. 4, pgs. 313-318.
- Kahn, James (1987) Inventories and the volatility of production, *American Economic Review*, vol. 77, pgs. 667-679.
- Kahn, James (2008) Durable goods inventories and the great moderation, FRB of New York Staff Reports, No. 325, mayo.
- Kahn, James; McConnell, Margaret & Perez-Quiroz, Gabriel (2002) On the causes of the increased stability of the U.S. economy, *Economic Policy Review*, Vol. 8, No. 1 (mayo), pgs. 183-202.
- Kahn, James & McDonnell, Margaret (2002) Has inventory volatility returned? A look at the current cycle, *Current Issues in Economics and Finance*, Vol. 8, No. 5 (mayo), pgs. 1-6, Federal Reserve Bank of New York.
- Kawakatsu, Hiroyuki (2006) Matrix exponential GARCH, *Journal of Econometrics*, Vol. 134, pgs. 95-126.
- Koop, Gary; Pesaran, Hashem & Potter, Simon (1996) Impulse response analysis in nonlinear multivariate models, *Journal of Econometrics*, Vol. 74, No. 1 (setiembre), pgs. 119-147.
- Kuan, Chung-Ming & Liu, Tung (1995) Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent neural networks, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 10, pgs. 347-364.
- Lutkepohl, Helmut (2005) *New introduction to multiple time series analysis*, Springer-Verlag, Berlin.
- McCann, Lauren & Welsch, Roy (2006) Simultaneous robust estimation and variable selection, Department of Statistics, MIT.
- McCarthy, Johathan & Zakrajsek, Egon (2007) Inventory dynamics and business cycles: what has changed?, *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 39, No. 2-3, pgs. 591-613.
- McConnell, Margaret & Pérez-Quiroz, Gabriel (2000) Output fluctuations in the United States: what has changed since the early 1980s?, *American Economic Review*, Vol. 90, No. 5 (diciembre), pgs. 1464-1476.
- Metzler, Louis (1941) The nature and stability of inventory cycles, *Review of Economics and Statistics*, vol. 23, pgs. 113-29.
- Nelson, D.B. (1991) Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach, *Econometrica*, Vol. 59, pgs. 347-370.
- Ramey, Valerie (1991) Non-convex costs and the behavior of inventories, *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 2 (abril), pgs. 306-334.
- Reed, Russell (1993) Pruning algorithms, a survey, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol 4, No. 5, setiembre.
- Shachmurove, Yochanan (2003) *Applying artificial neural networks to business, economics and finance*, Dept. of Economics, University of Pennsylvania.
- Sensier, Marianne (2003) Inventories and asymmetric business cycle fluctuations in the UK: a structural approach, *Applied Economics*, Vol. 35, pgs 387-402.
- Simon, John (2001) The decline in Australian output volatility, Research Discussion Paper No. 2001-01, Economic Research, Reserve Bank of Australia.
- Tibshirani, R. (1996) Regression shrinkage and selection via the lasso, *Journal of the Royal Statistical Society, Serie B*, vol. 58, pgs. 267-288.
- Ulbricht, Jan & Tutz, Gerhard (2007) Boosting correlation-based penalization in generalized linear models, Technical Report N° 009.2007, Department of Statistics, University of Munich.
- Wang, Hansheng; Li, Guodong & Jiang, Guohua (2007) Robust regression shrinkage and consistent variable selection through the LAD-Lasso, *Journal of Business & Economics Statistics*, Vol. 25, No. 3 (julio).
- West, Kenneth (1990) The sources of fluctuations in aggregate inventories and GNP, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, No. 4 (noviembre), pgs. 939-971.
- Wu, Tong Tong & Lange, Kenneth (2008) Coordinate descent algorithms for lasso penalized regression, *Annals of Applied Statistics*, vol. 2, No.1, pgs. 224-244.

ANEXO A: Saldo agregado de inventarios según el método de inventarios perpetuos

En la experiencia peruana, los movimientos en la inversión en inventarios han contribuido (amplificado) las fases recesivas desde inicios de los 90s. Con la crisis financiera en EE.UU. (2007-2008), esta amplificación es más notoria, revelándose un fenómeno de “des-moderación” en contraste con el fenómeno de “la gran moderación” observado en los ciclos de los negocios de la economía americana (ver discusión en páginas 2 y 3). En todo caso, la elevada volatilidad de las tasas de crecimiento de la inversión en inventarios en el Perú (ver Cuadro No. 2 en el texto principal) señala la necesidad de utilizar una serie calibrada del saldo agregado de inventarios en vez de la serie de variación de inventarios.

El presente anexo hace explícito los supuestos utilizados para calibrar una serie del saldo agregado de inventarios. Ésta se obtiene a partir de los datos de la variación de inventarios mediante dos supuestos cuantitativos: (1) el saldo inicial de inventarios y (2) la tasa de depreciación. El Gráfico No. A1 presenta un conjunto de secuencias alternativas con saldos iniciales entre 2000 y 13500 millones de soles de 1994 para el I trimestre de 1990, así como tasas de depreciación trimestral entre 0.0 y 3.6 por ciento (una tasa de 2.4 por ciento corresponde a la del capital físico que se deprecia en 10 años).

Gráfico No. A1



Todas estas secuencias del saldo de inventarios indican que, antes de que la crisis internacional del 2008 afecte la mayoría de economías de la región (2008T3), en el Perú se había estado registrando una fuerte acumulación de inventarios que alcanzó su máximo en el 2008T4, poco después de que se percibieran sus efectos iniciales sobre variables financieras como el tipo de cambio y las tasas de interés (agosto 2008). En términos del saldo de inventarios, el impacto de la crisis es evidente desde inicios del 2009 bajo la forma de una des-acumulación sin precedentes en la muestra disponible (1990T4 - 2010T1).

Todas las des-acumulaciones asociadas a las crisis financieras de 1995, 1998-99 y 2001 aparecen como de reducida magnitud y por lo general afectan la evolución del saldo de inventarios de manera acumulativa, por ejemplo, cuando se supone una tasa de depreciación mayor a la del capital físico (por ejemplo, con una tasa trimestral de 3.6 por ciento) y 2000 ó 4500 millones de saldo inicial. Si se desea reducir la preponderancia de la fuerte acumulación y posterior des-acumulación de inventarios asociada a la crisis internacional del 2008 en la muestra, el saldo inicial podría elevarse ligeramente por sobre los 5000 millones, lo que sería compatible cualitativamente con los niveles elevados de inventarios que se esperaría registrar a inicios de los 90s.³³ En el presente trabajo se hace explícita la condicionalidad de todos los resultados respecto a estos dos supuestos cuantitativos: (1) el saldo inicial de inventarios, y (2) la tasa de depreciación.³⁴

³³Fujino(1960) hace referencia a los elevados niveles del saldo de inventarios de bienes finales como porcentaje de la demanda en algunas industrias japonesas en 1950 ó 1951 por la especulación generada en el contexto de la guerra de Korea (junio 1950 - julio 1951). Japón apoyó militar, logística y hospitalariamente a las fuerzas aliadas lideradas por EE.UU.

³⁴Los resultados preliminares presentados en el presente trabajo utilizan una secuencia calibrada del saldo de inventarios que supone un saldo inicial de 2000 millones de soles de 1994 y una tasa de depreciación nula (inventarios perpetuos).

ANEXO B: Asimetrías en las co-varianzas condicionales vs. parsimonia impuesta

La posibilidad de asimetrías en las co-varianzas condicionales puede considerarse por medio de dos estrategias. Mientras que la primera impone restricciones específicas, la segunda propone una parametrización muy útil para evitar el uso de dichas restricciones específicas y otras similares propuestas en la literatura. El objetivo del presente anexo es describir la primera estrategia como ejemplo del problema de imponer restricciones específicas no necesariamente avaladas por los datos.

La estrategia fue propuesta por Ebrahim(2000). Partiendo de la representación BEKK, Ebrahim(2000) plantea una parametrización restringida, por ejemplo, de un GARCH(1,1) multi-variado :

$$CC' + D\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}D' + E\Sigma_{t-k}E' + Gu_{t-1}u'_{t-1}G' + S\psi_{t-1}\psi'_{t-1}S' + P\xi_{t-1}\xi'_{t-1}P' + T\eta_{t-1}\eta'_{t-1}T' + Q\varsigma_{t-1}\varsigma'_{t-1}Q' \quad (B1)$$

donde todas las matrices $K \times K$ del lado derecho son matrices de parámetros, C es triangular superior, mientras que D, E, G, S, P, T y Q son *diagonales*. La matriz C captura el efecto sobre los componentes diferentes en Σ_t de un intercepto común (para considerar *dummies* estacionales basta definir matrices triangulares superiores sólo para determinados t 's). La matriz D captura los impactos sobre las varianzas en Σ_t de las innovaciones pasadas (al cuadrado) mientras que la matriz E , los impactos de las varianzas del periodo anterior.

Consideremos las extensiones hechas por Ebrahim (2000) a la representación BEKK para $K = 3$. La primera extensión captura los impactos asimétricos de las innovaciones pasadas mediante la matriz G y la definición de

$$u_t \equiv \begin{bmatrix} \min(\varepsilon_{1t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{2t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{3t}, 0) \end{bmatrix} \quad (B2)$$

que tiene entradas diferentes de cero cuando las innovaciones son negativas. La segunda extensión captura los efectos sobre la varianza de un mercado de innovaciones pasadas en otros mercados (efectos conexos ó *spillovers*) vía las matrices S y P y la definición de

$$\psi_t \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{1t} \end{bmatrix} \quad \xi_t \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (B3)$$

Finalmente, la tercera extensión captura la asimetría de los efectos conexos sobre las varianzas mediante las matrices T y Q y la definición de

$$\eta_t \equiv \begin{bmatrix} \min(\varepsilon_{2t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{3t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{1t}, 0) \end{bmatrix} \quad \varsigma_t \equiv \begin{bmatrix} \min(\varepsilon_{3t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{1t}, 0) \\ \min(\varepsilon_{2t}, 0) \end{bmatrix} \quad (B4)$$

Sin embargo, las extensiones propuestas en Ebrahim(2000) tienen el costo de *reducir* la generalidad del modelo BEKK. Por un lado, las varianzas condicionales no dependen de los productos cruzados de innovaciones pasadas (D es diagonal), de las co-varianzas condicionales pasadas en otros mercados (E es diagonal) ni de las varianzas condicionales pasadas en otros mercados (cuya inclusión requiere de más matrices de coeficientes y de definir vectores con sólo algunos elementos de la diagonal de Σ_t). Por otro lado, las co-varianzas condicionales no dependen de las innovaciones pasadas al cuadrado ni de las varianzas condicionales pasadas en otros mercados.

ANEXO C: Estimación vía máxima verosimilitud penalizada

La estimación de modelos de series de tiempo múltiples típicamente encuentra insalvable el problema de sobre-parametrización. Las estrategias usuales para lidiar con este problema han sido los algoritmos de eliminación vía una secuencia de pruebas de hipótesis (“stepwise”) y vía una secuencia de criterios de información, logrando así modelos parsimoniosos.

A partir de aplicaciones estadísticas a problemas de regresión penalizada en química y biología (estructuras de moléculas y genotipos) ha (re)surgido la literatura de regularización (*shrinkage*) de parámetros, que considera una función de penalización sobre éstos, la cual se adiciona a la función que típicamente se optimiza en la estimación de los parámetros (GLS, GMM ó MV).³⁵

En el caso de la estimación MV, la función de pérdida que se minimiza es el negativo de la log-verosimilitud, que denotamos como $L(\theta)$, donde θ es el vector de parámetros. En un sistema con múltiples variables, este vector θ puede descomponerse en dos bloques: los interceptos α y todos los demás parámetros β , para definir la función de pérdida penalizada como

$$g(\theta) = L(\theta) + P_\lambda(\beta) \tag{C1}$$

donde $P_\lambda(\beta)$ es una de las tres funciones de penalización disponibles en la literatura (ver McCann & Welsch(2006) y Ulbricht & Tutz(2007)), que dependen de parámetros de sintonización λ_i (positivos),

i) *Lasso ó L1* (ceros fuertes; Tibshirani, R. (1996)), $P_\lambda(\beta) \equiv \lambda \sum_{i=1}^q |\beta_i|$.

ii) *Ridge ó L2* (versus sobre-parametrización), $P_\lambda(\beta) \equiv \lambda \sum_{i=1}^q \beta_i^2$.

iii) *Red elástica (L1 & L2)*, $P_\lambda(\beta) \equiv \lambda_1 \sum_{i=1}^q |\beta_i| + \lambda_2 \sum_{i=1}^q \beta_i^2$.

La razón más directa para optimizar esta nueva función de pérdida es claramente la de estimar los parámetros y al mismo tiempo seleccionar la especificación (Fan & Li (1999)). Esta selección de modelos es aparentemente más directa que la alternativa de realizar una secuencia de pruebas de hipótesis. Sin embargo, la motivación principal es reducir el error cuadrático medio (ECM) muestral. Un conocido resultado de la econometría es que el estimador de MV sobre-estima la longitud del verdadero vector de parámetros cuando los regresores no son ortogonales entre sí, induciendo un sesgo importante en el estimador MV. La minimización de este sesgo dio lugar a la familia de estimadores *ridge* (ver Fomby *et al* (1984), pgs. 300-302 y referencias), específicamente un estimador MV con restricciones o penalidades.

Sin embargo, de manera similar a la familia de estimadores *ridge* (ver nota 35), es necesario determinar los parámetros de sintonización $\lambda > 0$ mediante un conjunto de estimaciones para diferentes valores de λ .³⁶

C.1. Sintonización de los parámetros λ en modelos VARNN-ARCH

Definamos el estimador que utilizaremos como

$$\hat{\theta}(\lambda) \equiv \operatorname{argmin}\{g(\theta)\} \tag{C2}$$

Los *parámetros de sintonización* λ básicamente son multiplicadores de Lagrange y suelen determinarse de modo tal que el error cuadrático medio (ECM) asintótico del estimador $\hat{\theta}(\lambda \neq 0)$ sea menor que la varianza asintótica del estimador de MV, $\hat{\theta}(\lambda = 0)$. Esta determinación es directa en un problema sencillo como una regresión lineal, pero en general requiere, para el caso de la *red elástica*, de un algoritmo de búsqueda en una malla en R_{++}^2 con simulación en cada punto de la misma, un procedimiento demasiado costoso computacionalmente para un modelo VARNN-ARCH.

La alternativa es definir su optimización como un “aprendiz débil”, e.d., (λ_1, λ_2) con valores elevados para forzar cambios pequeños en cada iteración de la maximización verosímil y obtener así estimados

³⁵El típico estimador OLS minimiza $SSE \equiv (y - x\tilde{\beta})'(y - x\tilde{\beta})$. Para evitar un potencial problema de multi-co-linearidad, se ideó el estimador *ridge* $\hat{\beta} \equiv [x'x + \lambda Q]^{-1}$, que minimiza $SSE + \lambda \tilde{\beta}' Q \tilde{\beta}$, donde Q debe ser una matriz definida positiva arbitraria y $\lambda > 0$ para que el estimador OLS se “regularice” (ver Firinguetti & Rubio (2000) para referencias y una generalización). Regresando a nuestro contexto, un estimador parsimonioso pertenece a esta misma familia de estimadores porque con $Q = I$ se obtiene la versión penalizada de SSE.

³⁶La complejidad del problema de optimización que resulta, para cada valor fijo de λ , es considerablemente mayor, por lo que enfrentarlo varias veces para llenar una parrilla y seleccionar así los parámetros de sintonización (y los parámetros β asociados) resulta excepcionalmente costoso computacionalmente. Para el caso sencillo de una regresión *lasso*, se ha propuesto un conjunto de algoritmos (ver Wu & Lange(2008)).

más estables (Ulbricht & Tutz(2007)).³⁷ La ventaja de esta penalización de la verosimilitud es que el entrenamiento y el podado de la red neuronal se realizan en paralelo, por lo que la red neuronal puede adaptarse para minimizar los errores asociados al podado (ver Reed(1993)). Esta alternativa fue la primera en ser utilizada para el modelo VARNN-ARCH, sin que se lograra converger luego de un número elevado de iteraciones.

Luego de forzar cambios demasiado pequeños con valores elevados para (λ_1, λ_2) , se utilizó valores *ad hoc* a partir de la propuesta de Fan & Li (1999), es decir,

$$\lambda_i = \sqrt{2Ln(nparam)} \tag{C3}$$

donde *nparam* es el número total de parámetros θ en el modelo. Esta estrategia no logró converger para un número incluso mayor de iteraciones (3 millones). Los resultados reportados en esta versión del documento utilizan los parámetros no estructurales del VARNN-ARCH estimados usando esta estrategia.

C.2. Alternativa a un parámetro de sintonización único

Finalmente, los resultados obtenidos con la maximización truncada (al alcanzar el número máximo de iteraciones y sin converger) de la función de verosimilitud penalizada por una penalidad *lasso* usando el valor de la ecuación anterior para el único parámetro de sintonización han permitido estimar la estructura contemporánea propuesta y realizar pruebas tentativas sobre ella (las que requieren haber alcanzado convergencia, debemos decir), lo que se ha reflejado en la poca precisión de las proyecciones generadas. Aunque la convergencia no se ha producido luego de un número prohibitivo de iteraciones, en esta subsección se presenta una estrategia alternativa de sintonización propuesta por Wang *et al* (2007).

Wang *et al* (2007) propone desechar la penalidad *lasso* con un único parámetro de sintonización debido al potencialmente importante sesgo que genera y utilizar múltiples parámetros de sintonización, de hecho, uno para cada parámetro de la función de verosimilitud sin penalizar.

$$\lambda_i = \frac{Ln(nparam)}{nparam\lambda_i} \tag{C4}$$

La mayor complejidad paramétrica en la función de penalización propuesta de Wang *et al* (2007) es enfrentada mediante una provechosa estrategia para estimar todos los parámetros de sintonización en una primera etapa de optimización de la verosimilitud sin penalizar, para luego usar dichos estimados en una segunda etapa de optimización de la verosimilitud penalizada. Otra ventaja de esta estrategia es la de solucionar el problema de la falta de propiedades asintóticas requeridas para realizar pruebas estadísticas cuando sólo hay un parámetro de sintonización.

³⁷De hecho, en los problemas no lineales de clasificación que son típicas aplicaciones de las redes neuronales, la optimización de la función objetivo $L(\theta)$ se estabiliza cerca de un conjunto de valores que se considera deseable definiendo estas penalidades de *regularización* y fijando los parámetros (λ_1, λ_2) mediante otros criterios. Ver Jaakkola(2006).

ANEXO D: Evolución de las co-varianzas condicionales (estandarizadas)

