

# ¿EXISTE UN TRAMO HORIZONTAL EN NUESTRA 'CURVA' DE PHILLIPS? PERU 2005-2017

Carlos R. Barrera Chaupis

*Sub-Gerencia de Investigación Económica, BCRP*

21 de octubre de 2019

## Resumen

Se considera la posibilidad de que exista un tramo relativamente horizontal en la *curva* de Phillips en el caso del Perú que explique el ‘aplanamiento’ de su versión lineal. Se parte del modelo *lineal* semi-estructural para las ‘curvas’ de Phillips regionales propuesto por [Fitzgerald & Nicolini (2014)], donde la identificación del parámetro asociado a la brecha-producto en la ‘curva’ agregada es factible, a pesar de que las acciones compensatorias de política monetaria siguen una regla óptima. La versión *no lineal* de dicho modelo regional permite que la relación entre la inflación y la brecha producto cambie de manera continua, según el rango de variación de la brecha-producto, pudiendo suceder que la *curva* de Phillips regional contenga un tramo relativamente horizontal. La evidencia empírica (i) contradice la hipótesis de que el parámetro principal es nulo (hay ‘aplanamiento’) en los modelos *lineales* y en el modelo *no lineal* que considera heterocedasticidad regional (no hay ‘aplanamiento’), y (ii) sólo el modelo *no lineal* que asume homocedasticidad regional favorece la existencia de un tramo horizontal (hay ‘aplanamiento’).

**Palabras Clave:** Política Monetaria Endógena, Estabilidad de la Curva de Phillips

**Clasificación JEL:** E52, E58

# I. Introducción

La estimación de ‘la curva’ de Phillips, es decir, la relación que la inflación en los precios al consumidor ( $\pi$ ) mantiene respecto a un indicador de actividad u holgura, se ha realizado típicamente con series de tiempo *agregadas* y una especificación *lineal*. Si el indicador de actividad usado es la brecha-producto,<sup>1</sup>  $y^g$ , [la brecha-desempleo,  $u^g$ ], la relación será directa [inversa].<sup>2</sup> Una amplia literatura ha documentado, en varias economías, la presencia del fenómeno denominado ‘aplanamiento’ de esta ‘curva’ de Phillips, donde se ha observado una reducción en su parámetro principal (en valor absoluto).

Más recientemente, estos hallazgos han sido explicados como resultado de problemas en el diseño del modelo subyacente: el parámetro principal en dicha especificación *lineal agregada* no está identificado cuando las acciones compensatorias de política monetaria sobre los agregados son óptimas ([Fitzgerald & Nicolini (2014)]; [McLeay & Tenreyro (2018)]).<sup>3</sup> Según estos autores, la solución es usar un *modelo lineal de datos de panel* que contemple una relación entre  $\pi$  y el indicador de actividad ( $y^g$  o  $u^g$ ) en cada región sujeta a una misma autoridad monetaria, y con el mismo parámetro principal para todas las regiones (aunque incluyendo los efectos individuales). Luego de incluir suficientes controles asociados a los choques de oferta y demanda, la variación remanente en los cortes transversales a través del tiempo permite estimar con precisión el parámetro principal de estas ‘curvas’ de Phillips regionales, a pesar de que las acciones compensatorias de política monetaria sobre los agregados sean óptimas. Es así como el parámetro principal de ‘la curva’ de Phillips *agregada* puede ser estimado, a pesar de no estar identificado con los datos *agregados*.

El fundamento de esta explicación para el ‘aplanamiento’ de ‘la curva’ de Phillips es el *supuesto mantenido* de que la autoridad monetaria comete muy pocos errores en sus decisiones de política monetaria para lograr su meta de  $\pi$  agregada durante el periodo bajo estudio. Este estadio es claramente una situación a la que se puede llegar únicamente luego de que una autoridad monetaria ha obtenido independencia legal para cumplir con su objetivo primario y luego de acumular una experiencia operativa mínima bajo el esquema de metas de inflación.<sup>4</sup> Debido a un entorno relativamente discrecional o por la interferencia de otros objetivos primarios además de  $\pi$  agregada (establecidos legalmente o por ‘consenso coyuntural’), el supuesto de que la autoridad monetaria comete muy pocos errores al buscar alcanzar su meta de  $\pi$  agregada puede no cumplirse con elevada probabilidad en muchas economías, incluyendo los EE.UU. e incluso el Reino Unido.<sup>5</sup> En contraste, dicho supuesto sí puede describir la experiencia del Banco Central de Reserva del Perú desde inicios de los 90s.<sup>6</sup> Sobre esta base, nuestro estudio estimará las ‘curvas’ de Phillips regionales del Perú en un modelo dinámico *lineal* de datos de panel con los datos regionales de Perú para el periodo 2005-2017.

De una manera que aquí hacemos complementaria, existe otra explicación para el ‘aplanamiento’ de la curva de Phillips en la literatura anterior, que es la referida a la necesidad de usar una *curva* de Phillips convexa ([Laxton *et al.* (1995)] y [Laxton *et al.* (1999)]), tal como A.W.H. Phillips intentara sustentar usando la tasa de desempleo,  $u$ , como indicador

---

<sup>1</sup>La diferencia entre el producto real corriente y el producto real potencial.

<sup>2</sup>En una especificación *lineal* [no *lineal separable*], denominaremos *coeficiente principal* [función principal] a aquél [aquella] que relaciona  $\pi$  con  $y^g$  [ $\pi$  con  $u^g$ ], mientras que los otros coeficientes [las otras funciones] relacionan  $\pi$  con las otras variables presentes, tales como expectativas de inflación, precios de divisas, precios de *commodities* específicos, etc.

<sup>3</sup>Este concepto de identificación de parámetros está relacionado al ‘feedback’ de las acciones de control, en contraste con el asociado al diseño de modelos multi-ecuacionales sin acciones estabilizadoras.

<sup>4</sup>Las simulaciones en [McLeay & Tenreyro (2018)] suponen haber alcanzado este estadio.

<sup>5</sup>Ni [Fitzgerald & Nicolini (2014)] para EE.UU. ni [Tuckett (2018)] o [Vlieghe (2018)] para el Reino Unido hacen notar que este supuesto mantenido puede no ser válido en sus respectivos países bajo estudio.

<sup>6</sup>Ver [Barrera (2018)]. El esquema de metas de inflación fue adoptado internamente en 1993 sobre la base de instrumentos cuantitativos y formalmente en 2002 sobre la base de la tasa de interés *overnight* en el mercado de fondos interbancarios como ‘instrumento de política’.

de actividad. Bajo esta perspectiva, si la respuesta de  $\pi$  ante cambios marginales en  $u^g$  [ $y^g$ ] se reduce (en términos absolutos) para rangos sucesivamente crecientes [decrecientes] de  $u^g$  [ $y^g$ ], entonces la especificación lineal no es correcta (ni con series agregadas ni con datos de panel).

Nuestro estudio propone combinar ambas explicaciones mediante el uso de *curvas* de Phillips regionales y convexas. Se plantea usar términos no lineales separables que capturen la no-linealidad específica de la relación entre  $\pi$  y  $y^g$ . En este caso, el parámetro principal pasa a ser una *función principal*, compuesta por dos sub-funciones separables, una lineal y otra no lineal.

La segunda sección describe el problema de identificación que surge de acciones compensatorias óptimas en un modelo *lineal*, de acuerdo con [Fitzgerald & Nicolini (2014)], así como en la versión *no lineal* aquí propuesta. La tercera sección presenta los datos y la metodología para estimar las especificaciones del modelo *no lineal* propuesto para las *curvas* de Phillips regionales. La cuarta sección resume los resultados de las estimaciones y en comparación con los de la versión lineal *à la* [Fitzgerald & Nicolini (2014)]. La última sección brinda las conclusiones.

## II. Modelo teórico

Partimos de [Fitzgerald & Nicolini (2014)] para apreciar el problema de identificación originado por las acciones de control de la autoridad monetaria en modelos lineales (subsección II.1), cuya solución es la estimación de líneas de Phillips regionales (subsección II.2). Luego de describir el aporte de [McLeay & Tenreyro (2018)] (subsección II.3), presentamos nuestra generalización de dicho problema de identificación en modelos no lineales así como su solución mediante la estimación de curvas de Phillips regionales (subsección II.4).

### II.1. El aporte de [Fitzgerald & Nicolini (2014)]

Partiendo de [Fitzgerald & Nicolini (2014)], se asume una economía con un único bien, un único insumo (trabajo)<sup>7</sup>, con conjunto de  $N$  regiones muy similares, con características comunes como la existencia de fricciones de precios al interior de cada una de ellas, de una misma moneda (unidad de cuenta), del mismo sistema legal, del mismo sistema financiero, etc. Por lo tanto, todas ellas están sujetas a las mismas acciones de política monetaria de la única autoridad monetaria (reflejadas en los cambios en la tasa de interés  $r_t$ ). Se deduce que, de una manera que no es trivial, todas ellas comparten los mismos parámetros en las ecuaciones ‘estructurales’ siguientes,

$$\begin{aligned}\pi_{j,t+1} &= a + b\pi_{j,t} + cu_{j,t} + di_t + \epsilon_{j,t+1}^\pi + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{j,t+1} &= a' + b'\pi_{j,t} + c'u_{j,t} + d'i_t + \epsilon_{j,t+1}^u + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{1}$$

que corresponden a la solución del modelo *NAIRU*-keynesiano (sin microfundamentos) para la región  $i$  en términos de su inflación ( $\pi_{i,t}$ ) y su tasa de desempleo ( $u_{i,t}$ ). El signo del parámetro más importante se supone negativo,  $c < 0$ .<sup>8</sup> La autoridad monetaria modifica su instrumento de política  $r_t$  antes de observar los choques del siguiente periodo  $t + 1$ , con efectos inmediatos proporcionales a  $\{d, d'\}$  sobre las dos variables endógenas en cada

<sup>7</sup>Esta es una primera discrepancia respecto a la lista de insumos regionales incluidos en nuestra ‘frontera estocástica de producción’ (FEP): la PEA ocupada, la red vial total, el consumo de energía eléctrica, el área agrícola sembrada, etc.

<sup>8</sup>Si la variable de holgura fuera  $u^g$ , este parámetro también sería negativo. Si por el contrario fuera la brecha-producto, entonces  $c > 0$ .

región. Las propiedades del choque regional (idiosincrásico),  $\epsilon_{j,t}^m$ ,  $m \in \{\pi, u\}$  y del choque agregado,  $\xi_t^m$ ,  $m \in \{\pi, u\}$  (ambos en el periodo  $t$ ), son:

- $\epsilon_{j,t}^m$  y  $\xi_t^m$  son independientes,  $m \in \{\pi, u\}$ ,  $\forall t$ ; y
- $E_t\{\epsilon_{j,t}^m\} = E_t\{\xi_t^m\} = 0$ ,  $m \in \{\pi, u\}$  (medias incondicionales son cero).

Adicionalmente, [Fitzgerald & Nicolini (2014)] están obligados a asumir que todas estas regiones son economías *relativamente cerradas* respecto al insumo trabajo: la migración interna entre dos periodos de tiempo contiguos es mínima, debido al elevado costo de mudarse de una región a otra.<sup>9</sup> Si se define los siguientes agregados

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= \sum_{j=1}^N \pi_{j,t+1} \\ u_{t+1} &= \sum_{j=1}^N u_{j,t+1}\end{aligned}\tag{2}$$

entonces la solución para la región  $i$  de la ecuación (1) implica la siguiente solución para el conjunto de regiones, el *equilibrio agregado*:<sup>10</sup>

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + cu_t + di_t + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + d'i_t + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{3}$$

Nótese que este modelo (1 y 3) es ‘estructural’ porque considera los típicos rezagos de política monetaria (ver [Dolado *et al.* (2005)]; [Schaling (2004)]).

Respecto a la regla de política, la autoridad monetaria puede seguir una regla extremadamente sub-óptima, como por ejemplo una regla de *tasa de interés constante*,  $i_{t+k} = \tilde{i} > 0$ ,  $\forall k > 0$ . Con esta regla, los niveles del *equilibrio agregado* para  $\pi_{t+1}$  y  $u_{t+1}$ , son

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + cu_t + \tilde{d}\tilde{i} + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + \tilde{d}'\tilde{i} + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{4}$$

Con esta regla sub-óptima sí existe una relación lineal entre el desempleo corriente y la inflación futura que permite identificar el parámetro  $c$  usando los *datos agregados*. Lo mismo es factible si la ecuación (4) se expresa en términos del cambio en el *equilibrio agregado* para ambas variables,

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} - \pi_t &= b(\pi_t - \pi_{t-1}) + c(u_t - u_{t-1}) + (\xi_{t+1}^\pi - \xi_t^\pi) \\ u_{t+1} - u_t &= b'(\pi_t - \pi_{t-1}) + c'(u_t - u_{t-1}) + (\xi_{t+1}^u - \xi_t^u)\end{aligned}\tag{5}$$

donde el cambio en ambas variables no es afectado por la tasa de interés constante  $\tilde{i}$ .

En contraste, si la autoridad monetaria prioriza el objetivo de que la inflación agregada en el futuro,  $\{\pi_{t+k}\}_{k \geq 1}$ , se encuentre muy cerca de la secuencia para la inflación agregada meta,  $\{\tilde{\pi}_{t+k}\}_{k \geq 1}$ , entonces debe resolver *el siguiente problema en cada periodo  $t$*

$$\text{Min}_{\{i_t\}} E_t[\pi_{t+1} - \tilde{\pi}_{t+1}]^2\tag{6}$$

<sup>9</sup>Estos costos son mínimos en el caso de la economía americana considerado por [Fitzgerald & Nicolini (2014)], por lo que incluso en este caso, este supuesto contrario a los hechos (no-fáctico) ayuda a simplificar el modelo.

<sup>10</sup>La ausencia de ponderadores también proviene del supuesto de regiones similares, así como los mismos coeficientes  $\{a, a', b, b', c, c', d, d'\}$  (en particular, el mismo parámetro clave,  $c$ ).

sujeta a la restricción de la ecuación (3). La regla óptima de política considera tanto el *equilibrio agregado* observado  $\{\pi_t, u_t\}$  como la meta  $\tilde{\pi}_{t+1}$ :

$$i_t^* = \frac{1}{\omega} [\tilde{\pi}_{t+1} - (a + b\pi_t + cu_t + E_t\xi_{t+1}^\pi)] \quad (7)$$

por lo que el *equilibrio agregado* para  $\pi_{t+1}$  resulta

$$\pi_{t+1}^* = \tilde{\pi}_{t+1} + \xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi \quad (8)$$

que depende del comportamiento de la meta  $\tilde{\pi}_{t+1}$ . Como regla general, esta meta interna no es observable por los agentes privados de cada región  $j$  cuando la autoridad monetaria *no* ha adoptado un esquema de metas explícitas de inflación (una excepción reciente respecto a esta regla es EE.UUU.). De acuerdo con la regla general, [Fitzgerald & Nicolini (2014)] consideran dos casos para esta meta de inflación:

- *Meta constante*: si se asume que la meta es  $\tilde{\pi}_{t+k} = \tilde{\pi}, \forall k > 0$ , entonces es conveniente obtener el cambio en el *equilibrio agregado* para  $\pi_t$  de la ecuación (??).

$$\pi_{t+1}^* - \pi_t^* = (\xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi) - (\xi_t^\pi - E_{t-1}\xi_t^\pi) \quad (9)$$

que no tiene relación ni con el nivel de la tasa de desempleo  $u_t$  ni con su cambio de equilibrio,  $u_{t+1} - u_t$ . Al buscar estabilizar  $\pi_{t+1}$  de acuerdo con la ecuación (6), se anula el efecto directo de  $u_t$ , proporcional al parámetro  $c$ , que sólo se observaría si la autoridad monetaria hubiera seguido una regla de política sub-óptima.<sup>11</sup>

- *Banda meta*: si se asume que la meta se define en cada periodo  $t$ ,  $\tilde{\pi}_t$ , según la posición de  $\pi_{t-1}$  (observable) respecto a una banda  $[\underline{\pi}, \bar{\pi}]$ ,

$$\tilde{\pi}_t = \begin{cases} \pi_{t-1}, & \text{si } \pi_{t-1} \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]; \\ \bar{\pi}, & \text{si } \pi_{t-1} > \bar{\pi}; \\ \underline{\pi}, & \text{si } \pi_{t-1} < \underline{\pi}. \end{cases} \quad (10)$$

entonces, para el primer caso en el que  $\pi_{t-1} \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$ , se cumple que  $\tilde{\pi}_{t+1} = \pi_t$ , y se puede deducir que el nivel de equilibrio para  $\pi_{t+1}$  es

$$\pi_{t+1}^* = \pi_t + \xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi \quad (11)$$

y que el cambio de equilibrio de la inflación es

$$\pi_{t+1}^* - \pi_t = \xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi \quad (12)$$

es decir,  $\pi_{t+1}$  es un *camino aleatorio* y ninguna variable en el conjunto de información (p.ej.,  $u_t$ ) ayuda a predecirla.

## II.2. Líneas de Phillips regionales

Dado que la regla óptima de política para la tasa de interés  $r_t$  responde únicamente a las variables agregadas  $\{\pi_t, u_t\}$ , las desviaciones de las variables regionales respecto a los correspondientes agregados  $\{\pi_t, u_t\}$  no están significativamente correlacionados con  $r_t$ . A diferencia de las variables agregadas, las desviaciones regionales proveen de información útil para estimar el parámetro  $c$ . De manera similar a cómo se obtuvo la ecuación (??),

<sup>11</sup>No se descarta que  $\pi_{t+1} - \pi_t$  y  $u_t$  mantengan una relación estocástica. Ello sucedería si los errores macro  $(\xi_t^\pi - E_{t-1}\xi_t^\pi)$  afectaran el desempleo  $u_t$  en algún sub-periodo de una muestra finita.

ahora sustituimos la regla óptima de política de la ecuación (7) en la ‘solución regional’ de la ecuación (1) para  $\pi_{j,t+1}$ . Así obtenemos la inflación de equilibrio en la región  $j$ ,

$$\pi_{j,t+1} = \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (13)$$

donde el parámetro  $c$  está claramente identificado y puede ser estimado. Por completitud, cuando se tiene una *meta constante*,  $\tilde{\pi}_{t+k} = \tilde{\pi}$ ,  $\forall k > 0$ , la inflación de equilibrio en la región  $j$  es

$$\pi_{j,t+1} = \tilde{\pi} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (14)$$

Si la meta *siempre* se mantiene fluctuando dentro de una *banda meta*, el primer caso de la ecuación (10), la inflación de equilibrio en la región  $j$  es

$$\pi_{j,t+1} - \pi_t = b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c(u_{j,t} - u_t) + (\epsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t \xi_{t+1}^\pi) \quad (15)$$

ecuación que **no** debería ser usada empíricamente si la presencia de choques de magnitud hacen necesario considerar simultáneamente los tres casos en la ecuación (10), que se aplica cuando la *meta interna* se define en cada periodo  $t$ .

Finalmente, cuando la autoridad monetaria ha seguido el esquema de *inflation targeting*, los datos de la meta de inflación han sido observados por los agentes privados durante la muestra de datos bajo estudio (*meta observable*), como es el caso de Perú (ver sección III). Por este motivo, y en contraste con el caso de los EE.UU. abordado por [Fitzgerald & Nicolini (2014)], aquí se considera la ecuación (13) como la ecuación primaria a estimar. Un lector atento podría pensar que es mejor estimar la ecuación (14) si la meta observable se ha mantenido constante a lo largo de todo el periodo (lo que sería básicamente correcto), pero en el caso del Perú hubo una única disminución de dicha meta.

### II.3. El aporte de [McLeay & Tenreyro (2018)]

Al inicio, la idea principal en [McLeay & Tenreyro (2018)] pareciera ser básicamente la misma de [Fitzgerald & Nicolini (2014)]: la desconexión entre la inflación y la brecha del producto (el ‘aplanamiento’ de la curva de Phillips, en nuestros términos) se explica por un problema especial de identificación del parámetro principal (positivo) de esta relación: son las propias acciones de la autoridad monetaria, que buscan favorecer un aumento en la inflación cuando la brecha del producto es (crecientemente) negativa, las que añaden una ‘correlación negativa’ que compensa ese parámetro positivo (total o parcialmente).<sup>12</sup>

Luego se descubre que el énfasis de [McLeay & Tenreyro (2018)] es la identificación econométrica de los parámetros de la curva de Phillips en modelos VAR estructurales al incluir choques de política monetaria (en la regla de Taylor) y choques demanda idiosincrásicos (regionales). Según estos autores, la desconexión entre la inflación y la brecha del producto (el ‘aplanamiento’) resulta de un problema de identificación econométrica cuando la evolución de la inflación está dominada por choques de costos (oferta); en otros términos, se requiere que la varianza de los choques de demanda y/o de política monetaria sea suficientemente elevada respecto a la varianza de los choques de oferta (costos) para identificar el parámetro principal de una línea de Phillips.

Desafortunadamente, [McLeay & Tenreyro (2018)] desvirtúan el problema de identificación descrito en [Fitzgerald & Nicolini (2014)] al sustituirlo con su énfasis en la identificación de parámetros estructurales en sistemas de ecuaciones (un argumento que puede

---

<sup>12</sup>Su función de pérdida incluye una meta para el producto real, lo que sigue los estatutos que rigen las acciones de la Reserva Federal de los EE.UU. aunque confunde un medio con un fin desde la perspectiva del esquema explícitas de metas de inflación.

hallarse en libros universitarios como [Dutta (1975)]. El resultado es inconsistente porque incluir choques de política monetaria en su regla de Taylor contradice el supuesto (i) de ausencia de errores de política monetaria en [Fitzgerald & Nicolini (2014)] y por ende ya no es posible identificar el parámetro principal de la curva de Phillips en el sentido de [Fitzgerald & Nicolini (2014)].

Para nuestro estudio, lo rescatable en [McLeay & Tenreyro (2018)] es su recomendación de que el modelo para la curva de Phillips debe incluir variables asociadas a choques de oferta y demanda (agregadas y regionales), la que seguimos en las secciones III y IV.

## II.4. La generalización hacia modelos no lineales

A manera de recapitulación, la ruta correcta es partir de un modelo regional y notar que todo el área monetaria se verá afectada por una única política monetaria que, al cometer pocos errores respecto a sus objetivos agregados, tiende a compensar los efectos de la brecha-producto agregada sobre la inflación agregada.

La construcción de modelos agregados implica problemas de identificación de parámetros debido a las acciones de estabilización ('feedback'). En modelos lineales desagregados, regionales en nuestro caso, es posible identificar los parámetros si se supone que las regiones son relativamente similares (institucional, legal y financieramente) y que los costos para la migración interna de factores son elevados. Este último supuesto puede contradecir los hechos presentes en los datos de Perú desde inicios de los años 2000s.

Para generalizar los resultados de [Fitzgerald & Nicolini (2014)] hacia modelos no lineales, es necesario considerar el problema de agregación bajo la presencia de no linealidades. De acuerdo con [Kelejian (1980)], (i) es posible 'identificar' los parámetros de un modelo *no lineal*, en el sentido de poder pasar de los parámetros micro a los macro y viceversa, cuando el modelo es estructural; pero (ii) no de manera sencilla, al menos no usando su enfoque bayesiano subyacente.

La alternativa es usar el argumento de analogía de [Iwasa *et al.* (1989)] para restringirnos a una misma forma funcional de la relación *no lineal*, tanto en el modelo micro como en el modelo macro. Esta estrategia brinda una buena aproximación que simplifica la estimación y la docimacia de la versión no lineal a detallar a continuación. También permite la misma línea de interpretación de [Fitzgerald & Nicolini (2014)], a pesar de que la correspondencia paramétrica no es exacta (como lo demuestra algebraicamente el ejemplo de [Kelejian (1980)]). Nuestro estudio aplica esta estrategia para extender el rango de aplicación a modelos *no lineales* que consideran el **rezago de política** (e.d., 'estructurales' en el sentido de [Fitzgerald & Nicolini (2014)]).

Describimos el modelo *no lineal* propuesto partiendo de sustituir la ecuación (??) con una solución *no lineal* del modelo *NAIRU* para la región  $j$

$$\begin{aligned}\pi_{j,t+1} &= a + b\pi_{j,t} + c\mathbf{f}(u_{j,t}) + di_t + \varepsilon_{j,t+1}^\pi + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{j,t+1} &= a' + b'\pi_{j,t} + c'u_{j,t} + d'i_t + \varepsilon_{j,t+1}^u + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{16}$$

La agregación es similar a la del modelo lineal, con la diferencia que ahora aquellos términos para los que tal agregación no es exacta mantienen la misma forma funcional como aproximación. La ecuación (16) implica entonces la solución agregada

$$\begin{aligned}\pi_{t+1} &= a + b\pi_t + c\mathbf{f}(u_t) + di_t + \xi_{t+1}^\pi \\ u_{t+1} &= a' + b'\pi_t + c'u_t + d'i_t + \xi_{t+1}^u\end{aligned}\tag{17}$$

De donde resolvemos el mismo problema de la ecuación (6) sujeta a la **inflación agregada**

de la ecuación (17), para deducir que la regla óptima de política es

$$i_t^* = \frac{1}{\omega} [\tilde{\pi}_{t+1} - (a + b\pi_t + c\mathbf{f}(u_t) + E_t\xi_{t+1}^\pi)] \quad (18)$$

y los resultados en las ecuaciones (??) y (9) se mantienen.

Si sustituimos la regla óptima de política de la ecuación (18) en la ‘solución regional’ de la ecuación (16) para la inflación, obtenemos la inflación de equilibrio en la región  $j$ ,

$$\begin{aligned} \pi_{j,t+1} = & \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c[\mathbf{f}(u_{j,t}) - \mathbf{f}(u_t)] \\ & + (\varepsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi) \end{aligned} \quad (19)$$

El parámetro que era el más importante,  $c$ , es (por ahora) un *pivot* porque debemos definir  $\mathbf{f}(\cdot)$  antes de considerar la identificación de sus parámetros. [González *et al.* (2017)] plantean un modelo de panel con regresiones de transición suave como el de la siguiente ecuación:

$$y_{jt} = m_j + n_t + r_0x_{jt} + r_1x_{jt}\mathbf{g}(q_{jt}; r_2, r_3) + e_{jt} \quad (20)$$

donde  $m_j$  son los efectos individuales fijos,  $n_t$  son los efectos temporales y  $\mathbf{g}(\cdot)$  es una función continua en una variable observable  $q_{jt}$ . Esta función está normalizada para estar acotada entre 0 y 1.

Valores bajos y altos de  $q_{jt}$  están asociados a dos regímenes o regresiones extremas, con una transición suave y monotónica desde  $r_0$  hasta  $r_0 + r_1$  a medida que  $q_{jt}$  aumenta. La suavidad de la transición está determinada por el parámetro  $r_2$ , mientras que el cambio suave está centrado alrededor del parámetro de posición  $r_3$ . El denominado ‘coeficiente de regresión efectivo’ para la región  $j$  en el periodo  $t$  es  $r_0 + r_1\mathbf{g}(q_{jt}; r_2, r_3)$ .

Si asumimos que  $q_{jt} = x_{jt}$ , la ecuación (20) se puede escribir como

$$y_{jt} = m_j + n_t + r_0x_{jt} + r_1x_{jt}\mathbf{g}(x_{jt}; r_2, r_3) + e_{jt} \quad (21)$$

donde

$$\mathbf{g}(x_{jt}; r_2, r_3) \equiv \frac{1}{1 + e^{-r_2(x_{jt} - r_3)}} \quad (22)$$

*Mutatis mutandis*, al sustituir  $c[\mathbf{f}(u_t(j)) - \mathbf{f}(u_t)]$  en la ecuación (19) por  $c_0[u_t(j) - u_t] + c_1[u_t(j)\mathbf{g}(u_t(j); c_2, c_3) - u_t\mathbf{g}(u_t; c_2, c_3)]$ , la ecuación (19) para la inflación en la región  $j$  puede expresarse como

$$\begin{aligned} \pi_{j,t+1} = & \tilde{\pi}_{t+1} + b(\pi_{j,t} - \pi_t) + c_0[u_{j,t} - u_t] \\ & + c_1[u_{j,t}\mathbf{g}(u_{j,t}; c_2, c_3) - u_t\mathbf{g}(u_t; c_2, c_3)] \\ & + (\varepsilon_{j,t+1}^\pi - 0) + (\xi_{t+1}^\pi - E_t\xi_{t+1}^\pi) \end{aligned} \quad (23)$$

La ecuación (23) no incluye los efectos fijos y los temporales en las ecuaciones (20) y (21); ver la ecuación (24), que los incluye explícitamente. Las variables consideradas como parte de los efectos temporales son: las expectativas de inflación, la depreciación nominal y dos componentes asociados a la inflación importada (variaciones del numerador y denominador de los términos de intercambio).

Sin embargo, nótese que las ecuaciones regionales (datos de panel) de la curva de Phillips consideran la heterogeneidad de las instituciones y mercados laborales en la región  $j$  cuando enfrentan tanto las heterogeneidades en la media del corte transversal (medias idiosincrásicas) como las heterogeneidades en la varianza del error del corte transversal (varianzas idiosincrásicas), y ambos conjuntos de momentos están fijos a través del tiempo  $t$ .



### III. Datos

Esta sección describe los datos y sus fuentes, relegando los temas asociados a la estimación de la FEP y de las varianzas idiosincrásicas a los Anexos A y B, respectivamente.

La sección III.1 asume que las brechas-producto regionales,  $\{y^g\}$ , ya han sido obtenidas, de modo que con los datos regionales de inflación ( $\{\pi\}$ ) correspondientes a las 25 regiones del Perú durante el periodo 2004-2017, se puede proceder con la estimación de las curvas de Phillips regionales. La sección III.2 aclara cómo son estimadas las brechas-producto regionales  $\{y^g\}$  en una primera etapa, para luego ser usadas en la estimación de las curvas de Phillips regionales.<sup>13</sup>

#### Inflación IPC vs. Brecha-Producto, 2004-2017

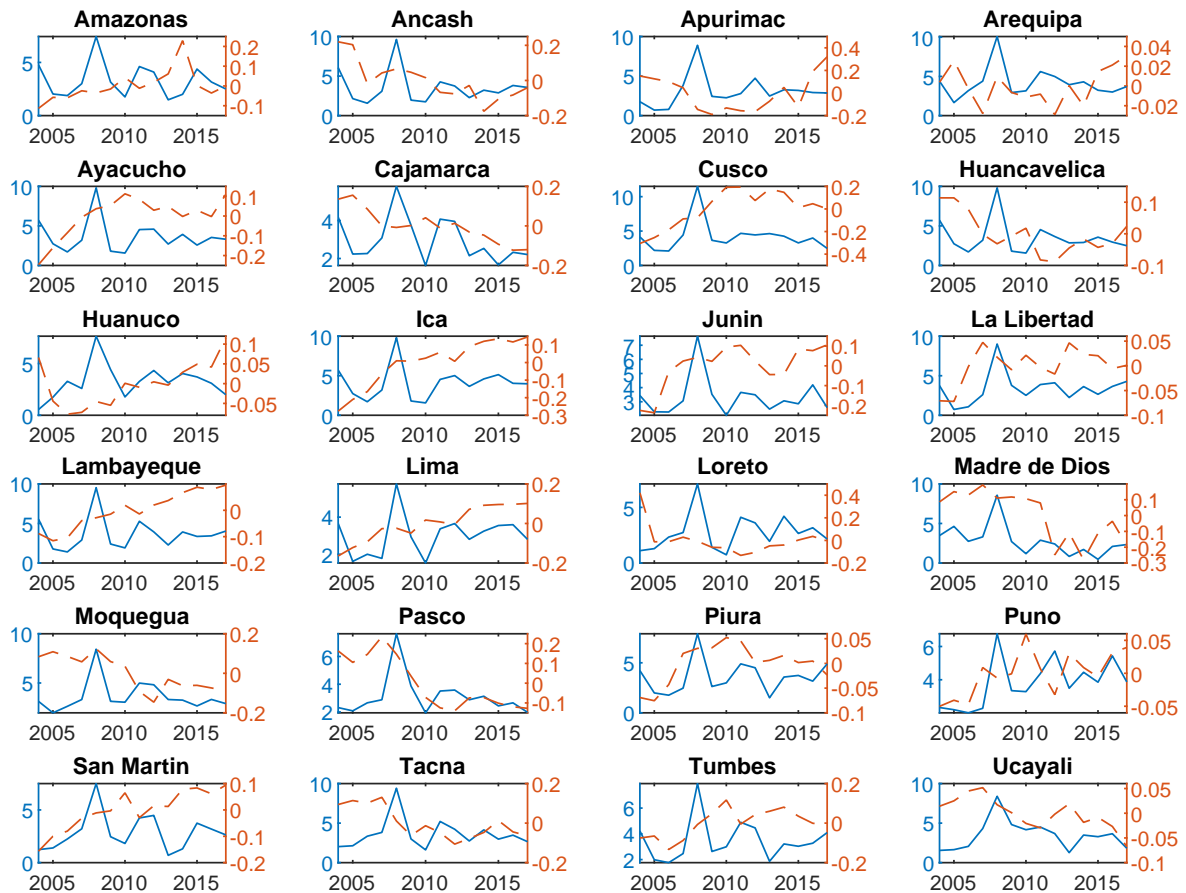


Figura 1: Inflación Ciudades & Brechas estimadas

#### III.1. Datos para estimar las curvas de Phillips regionales

Los datos para la inflación regional  $\{\pi\}$  en el Perú pueden corresponder a dos medidas alternativas:

- la inflación IPC regional, obtenida a partir de la inflación IPC de las principales ciudades;<sup>14</sup> y

<sup>13</sup>Aunque las brechas-producto regionales son ‘datos generados’ en este contexto, no se ha realizado ningún *ajuste* por ‘datos generados’ porque ello daría lugar a problemas en muestras pequeñas. El potencial efecto adverso de los ‘datos generados’ puede solucionarse mediante una estimación simultánea de las brechas y de las curvas de Phillips (pospuesto para la siguiente versión del estudio).

<sup>14</sup>La inflación observada para una ciudad principal se toma como representativa de la inflación en la región correspondiente (salvo en el caso de Ancash, como se verá).

- la inflación en los deflatores del PBI regional, obtenida a partir de los datos reales y nominales del PBI regional (ver sub-sección siguiente).

Aunque es posible estimar dos versiones de las curvas de Phillips para cada modelo estructural, en la presente versión sólo se usará la medida de inflación IPC regional. Aquí detallamos su construcción.

- Inflación de Principales Ciudades. Las variaciones de los índices mensuales de precios al consumidor de las principales ciudades provienen de [INEI (2018a)]. Para gran parte de la muestra 2003-2017, estas variaciones fueron convertidas a índices mensuales con base 2009 usando los niveles disponibles en el Cuadro Anexo No. 121 de [INEI (2018b)]. Luego de asignar estas ciudades a las correspondientes regiones, hubo años en los que no se disponía de datos para algunas ciudades/regiones, por lo que se aplicó las tasas de variación de los índices disponibles de las ciudades en el grupo correspondiente hallado en [Winkelried & Gutierrez (2012)] (ver estos grupos en su Figura 1). La única región que cuenta con dos ciudades principales es Ancash (Chimbote y Huaraz), para la que se construyó un índice promedio ponderado de acuerdo con la evolución anual de la población de ambas ciudades en la muestra.

Con la misma muestra común, las variables agregadas, que fueron usadas como controles, son:

- Expectativas de Inflación de los 12 meses siguientes. Corresponde al promedio anual de las expectativas promedio, publicadas como serie mensual en la base de datos del Banco Central de Reserva del Perú ([www.bcrp.gob.pe](http://www.bcrp.gob.pe)).
- Depreciación nominal. Corresponde a la variación porcentual del tipo de cambio nominal promedio anual (venta en el s. bancario), publicado como serie mensual en la Nota Semanal del Banco Central de Reserva del Perú ([www.bcrp.gob.pe](http://www.bcrp.gob.pe)).
- Variación de los precios de exportación [importación]. Corresponde a la variación porcentual del índice de precios de exportación [importación] promedio anual (numerador [denominador] del índice promedio anual de los términos de intercambio), publicado como serie mensual en la Nota Semanal del Banco Central de Reserva del Perú ([www.bcrp.gob.pe](http://www.bcrp.gob.pe)).

### III.2. Datos para estimar las brechas-producto regionales

Las brechas-producto regionales,  $\{y^g\}$ , son obtenidas mediante la estimación de una *frontera estocástica de producción* (FEP), que limpia estas brechas de las ineficiencias originadas por variadas fricciones. Se usará el ‘modelo FEP con efectos fijos verdaderos’ de [Greene (2005a)] y [Greene (2005b)] (ver Anexo A). Este modelo brinda resultados bastante cercanos al método más moderno de [Chen *et al.* (2014)] (según estos mismos autores). Según nuestro mejor conocimiento, los estimados de una FEP nunca han sido usados en el contexto de la curva de Phillips.

El modelo FEP puede ser expresado como la media del (logaritmo del) PBI real,  $y_{it}$ , condicional al vector de todos los insumos (expresados como logaritmos) así como al vector de variables agregadas (‘controles’ expresados como variaciones porcentuales promedio anual),

$$E[y_{it} | \mathbf{X}_{it}, \mathbf{Z}_t] = \mathbf{X}_{it}\boldsymbol{\beta}^x + \mathbf{Z}_t\boldsymbol{\beta}^z + \alpha_i \quad (24)$$

donde la matriz  $\{\mathbf{X}_{it}\}$  contiene los insumos y la matriz  $\{\mathbf{Z}_t\}$ , las variables usadas como controles. Con una muestra común 2004-2017, se describe la variable explicada y los insumos (cuyos datos están disponibles):

- *PBI real y deflatores por región.* El valor agregado bruto (VAB) real regional y el VAB nominal regional del periodo 2007-2017 provienen de [INEI (2018b)] y los del periodo 2001-2007 provienen de [INEI (2008)]. El segundo conjunto de datos se empalma con el primero aplicando las tasas de variación promedio anual del segundo a los niveles correspondientes del primero (para cada región). A partir de los niveles reales y nominales se calcula los deflatores regionales para el periodo 2001-2017.
- *Red Vial por regiones.* Consiste en la longitud de la infraestructura vial existente de cada región (y del Perú), medida en kilómetros, para el periodo 2010-2017. El total de cada región (y del Perú) se sub-divide en red vial pavimentada y red vial no pavimentada. La fuente es el Ministerio de Transportes y Comunicaciones ([MTC]). Para el periodo 2004-2009 se dispone de los datos únicamente para el agregado nacional, por lo que, en conjunto con la participación porcentual promedio de cada región durante un periodo posterior, sólo es posible obtener los mejores estimados regionales posibles.
- *Consumo de electricidad por regiones.* Se dispone de datos de la energía eléctrica consumida de cada región (y del Perú), medida en GigaWatts por hora (GW.h), para el periodo 2004-2017. Estos datos provienen del Ministerio de Energía y Minas ([Minem]).
- *Población Económicamente Activa (PEA) Ocupada por regiones.* Consiste en la PEA ocupada (empleo) por regiones, medida en miles de personas, para el periodo 2004-2017. La fuente de estos datos es el Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo ([Mintra]).
- *Superficie agrícola por regiones.* Corresponde al área de tierras con vocación agrícola y con vocación forestal, incluyendo el área conformada por tierras deforestadas y cultivadas de la región costera, así como el área conformada por la actividad agropecuaria con bosques secundarios, para los años 2000 y 2012. Estos datos provienen del Instituto Nacional de Estadística e Informática ([INEI (2012)]). La serie anual 2004-2017 de cada región se obtiene aplicando la tasa de crecimiento promedio anual 2000-2012 de cada región al nivel de superficie, partiendo del año 2000 ('año base').

## IV. Resultados

Las **brechas regionales** son obtenidas a partir del modelo FEP, el cual logra un ajuste relativamente elevado (un  $R^2$  de alrededor de 98 %).

Todos los modelos de (la curva de) **Phillips regional** tienen como **variable dependiente** a la inflación regional corriente (medida como desviación del centro de la banda meta), de acuerdo con las especificaciones establecidas a ser estimadas (el modelo lineal de la ecuación (18) y el modelo no lineal de las ecuaciones (19) y (23)). Para las **variables explicativas**, el rezago de la inflación [brecha] regional se mide como desviación respecto al rezago de la inflación [brecha] promedio nacional. Esto se aplica directamente a los términos lineales, y *analógicamente* a los términos no lineales. Notar que los modelos de (la curva de) **Phillips regional** requieren 'perder' una observación de la inflación regional debido al rezago de la dinámica, por lo que la muestra efectiva resulta ser 2005-2017.

Las demás explicativas corresponden a:

- las variables agregadas de control, que conforman el término  $n_t$  en la ecuación (21) e ingresan de manera contemporánea; y

- los efectos fijos regionales, que conforman al término  $m_j$  en la ecuación (21), son 24 en total (la población en el corte transversal), y no representan un problema de parámetros incidentales (son mucho menos que 150 en total).

Para la estimación de modelos auto-regresivos de transición suave, una generalización de los modelos auto-regresivos de transición abrupta, se usó la estrategia típica de estimación vía Mínimos Cuadrados No-Lineales Condicionales Secuenciales (MCNLCS) descrita en [Hansen (1997)]: construir una malla para el parámetro  $c_2$  que controla la suavidad de la transición, con un rango explorado típico,  $c_2 \in (0, 12]$ . Debe mencionarse que bajo el supuesto de normalidad de las perturbaciones, una estimación por mínimos cuadrados es equivalente a una estimación por máxima verosimilitud. Finalmente, debido al número de **efectos fijos**, éstos no son reportados en los cuadros que siguen.

**Cuadro 1: Modelo de panel dinámico lineal**

	<i>Brecha rezagada</i>	Inflación rezagada	Expect. Inflación	Depreciación nom.	Var % Px	Var % Pm
<i>1.A.</i>	<i>Bajo homocedasticidad, <math>R^2=76.91</math></i>					
Estimado	1.420	0.149	2.693	-0.112	-0.044	0.040
Desv.Est.	0.587	0.065	0.174	0.018	0.006	0.016
Tcalc	2.420	2.293	15.470	-6.340	-6.910	2.463
Pval	0.008	0.011	0	1.146E-10	2.422E-12	0.007
<i>1.B.</i>	<i>Bajo heterocedasticidad, <math>R^2=78.84</math></i>					
Estimado	1.557	0.113	2.710	-0.110	-0.043	0.037
Desv.Est.	0.563	0.065	0.164	0.017	0.006	0.015
Tcalc	2.768	1.746	16.549	-6.666	-7.049	2.388
Pval	0.003	0.040	0	1.317E-11	9.015E-13	0.008

El Cuadro 1.A. resume los resultados para el modelo lineal que asume homocedasticidad: todos sus parámetros son significativamente diferentes de cero con un grado de significancia de 2%. En particular, hay evidencia en contra del ‘aplanamiento’ y el coeficiente estimado para la brecha regional rezagada es elevado (mayor a la unidad). Tanto la depreciación como el crecimiento en los precios de exportación permiten atenuar las presiones inflacionarias, mientras que, para fines de política monetaria, influenciar las expectativas de inflación es clave. Es importante notar que una vez estabilizada la inflación y obtenido un relativamente elevado nivel de credibilidad, la depreciación nominal se vuelve ‘sustituta’ de la tasa de inflación (*círculo virtuoso*) debido a que la economía peruana atrae capitales netos de largo plazo.

El Cuadro 1.B. resume los resultados para el modelo lineal que considera la heterocedasticidad: todos sus parámetros son significativamente diferentes de cero con un grado de significancia de 5%. Específicamente, hay evidencia en contra del ‘aplanamiento’ y el coeficiente estimado para la brecha rezagada regional es nuevamente mayor a la unidad. Todo lo ya mencionado respecto a la depreciación, el crecimiento en los precios de exportación y las expectativas de inflación en el modelo lineal homocedástico se mantiene.

El Cuadro 2.A. resume los resultados para el modelo no lineal que asume homocedasticidad: la mayoría de los parámetros es significativamente diferente de cero al 1.5%, con la excepción los tres asociados a la brecha regional rezagada: el término lineal en la brecha y los dos incluidos en el término no lineal en la ‘brecha’, cuya nulidad es puede ser aceptada con un nivel de significancia de hasta 18%. La irrelevancia de todos los términos asociados a la brecha es evidencia a favor del ‘aplanamiento’ (resultado aproximado). En contraste, se mantiene todo lo mencionado respecto a la depreciación, el crecimiento en los precios de exportación y las expectativas de inflación en los modelos lineales. La

**Cuadro 2: Modelo de panel dinámico no lineal**

	<i>Brecha rezagada</i>	Inflación rezagada	Expect. Inflación	Depreciación nom.	Var % Px	Var % Pm	'Brecha' rezagada <i>fn</i> Posición	
<i>2.A.</i>	<i>Bajo homocedasticidad, R<sup>2</sup>=77.51</i>							
Estimado	31.544	0.144	2.621	-0.104	-0.045	0.048	-54.135	-0.306
Desv.Est.	143.532	0.065	0.175	0.018	0.006	0.016	61.357	11.118
Tcalc	0.220	2.210	14.965	-5.862	-7.006	2.911	-0.882	-0.028
Pval	0.413	0.014	0	2.290E-09	1.225E-12	0.002	0.189	0.489
Suavidad	<i>c<sub>2</sub> =0.750</i>							
<i>2.B.</i>	<i>Bajo heterocedasticidad, R<sup>2</sup>=77.37</i>							
Estimado	3.080	0.107	2.660	-0.103	-0.044	0.047	-8.283	0.259
Desv.Est.	1.161	0.062	0.156	0.016	0.006	0.015	4.163	0.197
Tcalc	2.652	1.723	17.031	-6.461	-7.629	3.152	-1.990	1.317
Pval	0.004	0.042	0	5.213E-11	1.188E-14	0.001	0.023	0.094
Suavidad	<i>c<sub>2</sub> =7.933</i>							

Figura 2 indica que el parámetro de suavizamiento es relativamente bajo dentro del rango explorado (MCNLCS).

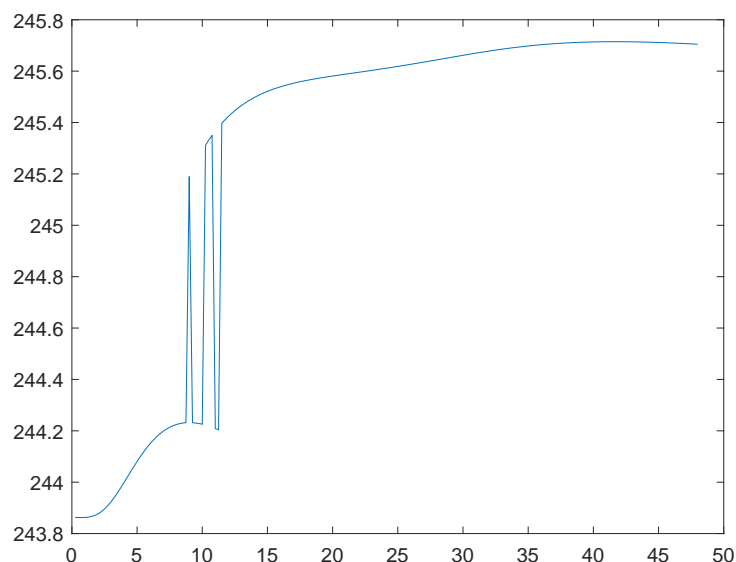


Figura 2: Parámetro calibrado de suavidad (homocedasticidad)

El Cuadro 2.B. resume los resultados para el modelo no lineal que considera la heterocedasticidad: todos los parámetros son diferentes de cero al 10 % (o mucho menos). Alternativamente, todos lo son al 5 % excepto el de la posición al interior del término no lineal en la brecha regional. La relevancia estadística de todos los términos asociados a la brecha (lineal o no linealmente) es evidencia en contra del ‘aplanamiento’ (resultado aproximado). No resulta sorprendente que se mantenga todo lo anterior respecto a la depreciación, al crecimiento en los precios de exportación y a las expectativas de inflación. La Figura 3 ilustra que el parámetro de suavizamiento es relativamente alto dentro del rango explorado (MCNLCS).

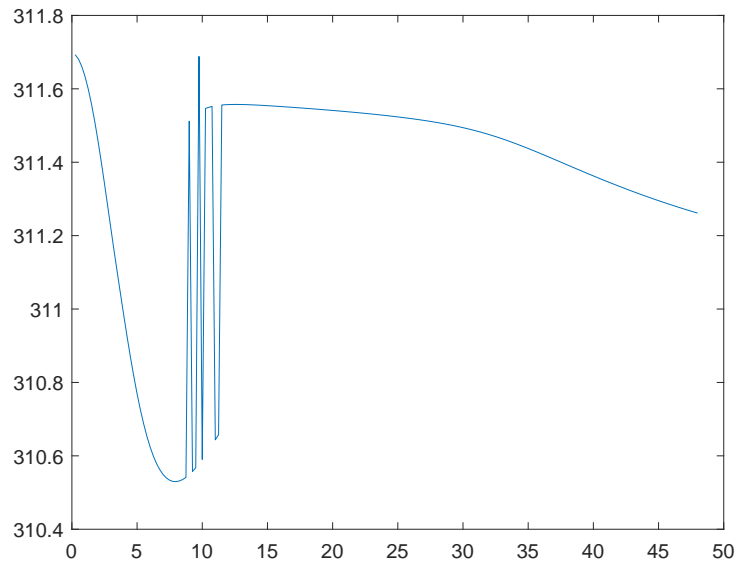


Figura 3: Parámetro calibrado de suavidad (heterocedasticidad)

## V. Conclusiones

Considerando los modelos lineales propuestos por [Fitzgerald & Nicolini (2014)], no hay evidencia a favor del ‘aplanamiento’, mientras que con el modelo no lineal que nuestro estudio propone, el resultado es mixto. Con homocedasticidad regional, hay evidencia a favor del ‘aplanamiento’, por lo que un tramo horizontal en la curva de Phillips reflejaría una desconexión entre ambas variables. Con heterocedasticidad regional, aunque no hay evidencia a favor de tal desconexión, la relación existente implica que brechas de producto regionales *positivas* tienen un impacto negativo sobre la inflación, mientras que brechas de producto negativas implican impactos que están de acuerdo con intuición macroeconómica (el *threshold* para las brechas es estadísticamente igual a cero).

La agenda para un estudio futuro es considerar la migración interna hacia las regiones de elevado crecimiento, que podría explicar el resultado poco intuitivo. Finalmente, los resultados están sujetos a la crítica de ‘regresores generados’ debido a que la brecha-producto regional es estimada. Sin embargo, a pesar del elevado ajuste del modelo utilizado para ‘generar’ estos estimados (como referencia, el modelo lineal FEP que brindó las semillas alcanzó un  $R^2$  de 98 %), se considera estimar, en una versión posterior, los modelos para la curva de Phillips y la brecha-producto, de manera conjunta.

## VI. Referencias

- [Barrera (2018)] Barrera, Carlos (2018), “Expectations and Central Banks’ Forecasts: The Experience of Chile, Colombia, Mexico, Peru and the United Kingdom, 2004 - 2014”, *Finance a úvěr, Czech Journal of Economics and Finance*, Vol. 68(6), 578-599.
- [Blot *et al.* (2018)] Blot, Christophe; Jerome Creel & Paul Hubert (2018) Why Does The Recovery Show So Little Inflation?, IA/A/ECON/2018-01, Policy Department A: Economic and Scientific Policy, Directorate General for Internal Policies, European Parliament (febrero).
- [Cicek (2012)] Cicek, Serkan (2012) “Globalization and Flattening of the Phillips Curve in Turkey Between 1987 and 2007”, *Economic Modelling*, 29(), 1655-1661.
- [Coibion & Gorodnichenko (2015)] Coibion, Olivier & Yuriy Gorodnichenko (2015) “Is the Phillips Curve Alive and Well After All? Inflation Expectations and Missing Disinflation”, *American Economic Journal -Macroeconomics*, 7(1), 197-232 (enero).
- [Cunliffe (2017)] Cunliffe, Jon (2017) “The Phillips Curve: Lower, Flatter or in Hiding?”, discurso pronunciado en la *Oxford Economics Society* en representación del Banco de Inglaterra (14 de noviembre); disponible en [www.bankofengland.co.uk/speeches](http://www.bankofengland.co.uk/speeches).
- [Chen *et al.* (2014)] Chen, Yi-Yi; Peter Schmidt & Hung-Jen Wang (2014) “Consistent Estimation of the Fixed Effects Stochastic Frontier Model”, *Journal of Econometrics*, 181(), 65-76.
- [Dolado *et al.* (2005)] Dolado, Juan; Ramón María-Dolores & Manuel Naveira (2005) “Are Monetary-Policy Reaction Functions Asymmetric?: The Role of Nonlinearity in the Phillips Curve”, *European Economic Review*, 49(), 485-503.
- [Dutta (1975)] Dutta, Manoranjan (1975) *Econometric Methods*, South-Western Pub.
- [Fitzgerald & Nicolini (2014)] Fitzgerald, Terry & Juan Pablo Nicolini (2014) “Is There a Stable Relationship Between Unemployment and Future Inflation? Evidence from U.S. Cities”, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Working Paper 713 (mayo).
- [González *et al.* (2017)] González, A.; T. Terasvirta; D. van Dijk & Y. Yang (2017) “Panel Smooth Transition Regression Models”, Working Paper 2017:3 (octubre), Department of Statistics, *Uppsala Universitet*, Suecia.
- [Greene (2003)] Greene, W. (2003) *Econometric Analysis*, Prentice Hall, 5<sup>th</sup> Edition.
- [Greene (2005a)] Greene, W. (2005) “Reconsidering Heterogeneity in Panel Data Estimators of the Stochastic Frontier Model”, *Journal of Econometrics*, 126(), 269-303.
- [Greene (2005b)] Greene, W. (2005) “Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models”, *Journal of Production Analysis*, 23(), 7-32.
- [Hansen (1997)] Hansen, Bruce (1997) “Inference in TAR Models”, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2(1), 1-14.
- [INEI (2018a)] Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018a), “Boletín Anual. Indicadores de Precios de la Economía, 2017”, (agosto).
- [INEI (2018b)] Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018b), “PERÚ: Producto Bruto Interno por regiones, 2007-2017”, (diciembre).
- [INEI (2008)] Instituto Nacional de Estadística e Informática (2008), “PERÚ: Producto Bruto Interno por regiones, 2001-2007”, (diciembre).
- [INEI (2012)] Instituto Nacional de Estadística e Informática (2012), “PERÚ: Censo Nacional Agropecuario 2012”.

- [Iwasa *et al.* (1989)] Iwasa, Yoh; Simon Levin & Viggo Andreassen (1989) “Aggregation in Model Ecosystems II. Approximate Aggregation”, *IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine & Biology*, 6(), 1-23.
- [Kelejian (1980)] Kelejian, Harry (1980), “Aggregation and Disaggregation of Nonlinear Equations”, en *Evaluation of Econometric Models*, editado por Jan Kmenta & James Ramsey, New York, Academic Press, 135-152.
- [Kuttner & Robinson (2010)] Kuttner, Ken & Tim Robinson (2010) “Understanding the Flattening Phillips Curve”, *North American Journal of Economics and Finance*, 21(), 110-125.
- [Laxton *et al.* (1995)] Laxton, Douglas; Guy Meredith & David Rose (1995) “Asymmetric Effects of Economic Activity on Inflation: Evidence and Policy Implications”, *IMF Staff Papers*, 42(2), 344-374.
- [Laxton *et al.* (1999)] Laxton, Douglas; David Rose & Demosthenes Tambakis (1999) “The U.S. Phillips Curve: the Case for Asymmetry”, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 23(), 1459-1485.
- [McLeay & Tenreyro (2018)] McLeay, Michael & Silvana Tenreyro (2018) “Optimal Inflation and the Identification of the Phillips Curve”, CEPR Discussion Paper 12981 (mayo).
- [Minem] Ministerio de Energía y Minas (2004-2017) Anuario Estadístico, Capítulo de Estadística Eléctrica por Regiones, Cuadro de Indicadores del Subsector Eléctrico por Regiones. El Anuario 2004 contiene, en su Anexo 4 (pg. 167), un Mapa de ventas de Energía Eléctrica por Región (en GW.h).
- [MTC] Ministerio de Transportes y Comunicaciones (2010-2017) Anuario Estadístico, Capítulo de Infraestructura en Transportes y Comunicaciones, Cuadro de Infraestructura Vial del SINAC (por tipo de superficie, según departamento), elaborado por MTC-OGPP-Oficina de Estadística.
- [Mintra] Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo (2004-2017) Información sobre el Mercado de Trabajo, datos disponibles en la dirección internet [www2.trabajo.gob.pe](http://www2.trabajo.gob.pe).
- [Muto & Shintani (2014)] Muto, Ichiro & Kohei Shintani (2014) An Empirical Study on the New Keynesian Wage Phillips Curve: Japan and the U.S., Bank of Japan Working Paper No. 14-E-4 (febrero).
- [Schaling (2004)] Schaling, Eric (2004) “The Nonlinear Phillips Curve and Inflation Forecast Targeting: Symmetric versus Asymmetric Monetary Policy Rules”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 36(3), 361-386.
- [Szafranek (2017)] Szafranek, Karol (2017) “Flattening of the New Keynesian Phillips Curve: Evidence for an Emerging, Small Open Economy”, *Economic Modelling*, 63(), 334-348.
- [Tuckett (2018)] Tuckett, Alex (2018) What Can Regional Data Tell Us About the UK Phillips Curve?, artículo publicado en el *blog* del personal técnico del Banco de Inglaterra denominado *BankUnderground*; disponible en <https://bankunderground.co.uk/2018/04/13/what-can-regional-data-tell-us-about-the-uk-phillips-curve>.
- [Vlieghe (2018)] Vlieghe, Gertjan (2018) “From Asymmetry to Symmetry: Changing Risks to the Economic Outlook”, discurso pronunciado en la *Confederation of British Industry* en representación del Banco de Inglaterra (23 de marzo); disponible en [www.bankofengland.co.uk/speeches](http://www.bankofengland.co.uk/speeches).
- [Winkelried & Gutierrez (2012)] Winkelried, Diego & José Enrique Gutierrez (2012) Regional Inflation Dynamics and Inflation Targeting in Peru, Working Paper Series No. 2012-018, Banco Central de Reserva del Perú (octubre).



# Anexos

## A. Estimación de las brechas-producto regionales

El ‘modelo FEP con efectos fijos verdaderos’ ha sido considerado por [Chen *et al.* (2014)] en su ecuación (1), por [Greene (2005a)] en su ecuación (4’) y por [Greene (2005b)] en la ecuación que aparece justo antes de su ecuación (2.8):

$$y_{it} = \alpha_i + \mathbf{X}_{it}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} \equiv v_{it} - u_{it}, \quad u_{it} \geq 0 \quad (\text{A1})$$

donde el índice  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  indexa a las  $N$  regiones; el índice  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$  indexa a los  $T$  periodos;  $y_{it}$  es el logaritmo del producto bruto interno (PBI) de la región  $i$  en el periodo  $t$ ; y  $\mathbf{X}_{it}$  es un vector que contiene un total de  $K$  funciones lineales o no lineales, aunque linealmente separables dentro del término  $\mathbf{X}_{it}\boldsymbol{\beta}$ . Siendo funciones de las cantidades de insumos, se agregan en la función de producción. Se asume que los  $v_{it}$  son variables aleatorias *i.i.d.*  $N(0, \sigma_v^2)$  (‘normales’); los  $u_{it}$  son variables aleatorias *i.i.d.*  $N^+(0, \sigma_u^2)$  (‘mitad-normales’).

Los coeficientes  $\alpha_i$  son los efectos fijos individuales (efectos regionales) y deben ser estimados simultáneamente con los otros parámetros (no es posible eliminarlos mediante la transformación *within*).<sup>15</sup>

Todos estos supuestos permiten las siguientes interpretaciones:

1.  $u_{it}$  es la ‘ineficiencia técnica’ de la región  $i$  en el periodo  $t$  (componente atribuible a todos los factores que cambian en el tiempo bajo el control de las firmas de la región  $i$  y afectan  $y_{it}$ ); y
2.  $\alpha_i$  es la ‘heterogeneidad’ en el PBI regional  $i$  (componente atribuible a todos los factores fijos en el tiempo que *no* están bajo el control de las firmas de la región  $i$  y afectan  $y_{it}$ , por lo que no están incluidos en la ineficiencia  $u_{it}$ ). Todos aquellos  $\alpha_i < 0$  podrían denominarse ‘heterogeneidad por ineficiencias no-técnicas’ y todos aquellos  $\alpha_i > 0$  podrían denominarse ‘heterogeneidad por eficiencias no-técnicas’.<sup>16</sup>

El objetivo de los modelos para la FEP es, básicamente, obtener estimados de  $u_{it}$ , la ‘ineficiencia técnica’. Sin embargo, nuestro estudio utiliza esta especificación de la FEP para obtener estimados de  $v_{it}$ , interpretables como la ‘brechas-producto’ de la región  $i$  en el periodo  $t$ .<sup>17</sup>

[Greene (2005a)] señala que, para el modelo en la ecuación (A1), ‘el verdadero estimador de efectos fijos’  $\hat{\varphi}$  maximiza la siguiente función:

$$\begin{aligned} \ln(L(\boldsymbol{\varphi})) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \ln \{f(y_{it}|\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\varphi})\} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\varphi}), \\ f(y_{it}|\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\varphi}) &\equiv \frac{1}{\Phi(0)} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-S\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right), \quad \varepsilon_{it} \equiv y_{it} - \alpha_i - \mathbf{X}_{it}\boldsymbol{\beta}, \\ \sigma &\equiv (\sigma_v^2 + \sigma_u^2)^{1/2}, \quad \lambda \equiv \sigma_u/\sigma_v \quad (\text{A2}) \end{aligned}$$

<sup>15</sup>Si las columnas de la matrix  $X$ , el vector  $v$  y el vector  $u$  son mutuamente independientes, ello hace posible operar como si  $\mathbf{X}$  fuera fijo. Al definir  $\boldsymbol{\sigma} \equiv (\sigma_v, \sigma_u)'$  y  $\boldsymbol{\alpha} \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)'$ , podemos apreciar que el vector con todos los parámetros  $\boldsymbol{\theta} \equiv (\boldsymbol{\alpha}', \boldsymbol{\beta}', \boldsymbol{\sigma}')$  contiene  $N + K + 2$  parámetros a estimar. Según cita, la magnitud de los efectos adversos del *problema de parámetros incidentales* depende de la magnitud de  $N$ : si  $N > 400$  (p.ej., firmas, distritos dentro de un país, enfermos potenciales de HIV, etc.), sus efectos son importantes; si  $N$  no es tan elevado (p.ej., áreas geográficas como regiones o estados al interior de un país, e incluso países, etc.), no lo son.

<sup>16</sup>Ello porque la ‘ineficiencia técnica’ siempre afecta  $y_{it}$  de manera inversa y, además, si se asume que se ha logrado incluir en  $X$  a todas las funciones relevantes en todos los insumos relevantes.

<sup>17</sup>Desde el punto de vista econométrico, [Chen *et al.* (2014)] obtienen estimadores consistentes, en contraste con los estimadores de las varianzas del error de [Greene (2005a)], que son sesgados cuando  $T$  es pequeño ( $T = 5$ ) según las simulaciones realizadas por este autor (afectando la extracción de los estimados de  $\mathbf{u}$  a partir de los estimados de  $\varepsilon$  y, por lo tanto, la extracción de los estimados de  $\mathbf{v}$ ). Sin embargo, [Chen *et al.* (2014)] aceptan que su aplicación empírica (en la que se explica la producción de energía de 72 plantas generadoras de electricidad durante 11 años mediante 10 funciones en los insumos) muestra que los valores de los estimadores de [Greene (2005a)] y los de su propuesta son muy similares.

donde  $\boldsymbol{\varphi} \equiv (\boldsymbol{\alpha}', \boldsymbol{\beta}', \sigma, \lambda)'$  resulta de reparametrizar los dos últimos parámetros en  $\boldsymbol{\theta}$ , mientras que  $\phi(r)$  y  $\Phi[r]$  corresponden al valor de la función de densidad normal estándar y al de la función acumulada de la densidad normal estándar, respectivamente, evaluadas en  $r$ .<sup>18</sup>

La presencia de  $S$  en la ecuación (A2) permite englobar tanto el caso de la función de producción (aquí enfatizada) como el caso de la función de costos en su ecuación (2.1) de la pg. 8. Esta generalidad se logra al definir  $\varepsilon_{it} \equiv v_{it} - Su_{it}$ , donde  $S$  puede ser  $+1$  cuando se modela la función de producción, o  $-1$  cuando se modela la función de costos. En este caso, las  $K$  funciones en el vector  $\mathbf{X}_{it}$  pueden agregarse en la función de producción, en cuyo caso son funciones de las cantidades de insumos, o en la función de costos, en cuyo caso son funciones de los productos y los precios de insumos. El vector  $\mathbf{X}_{it}$  puede incluir funciones de una tendencia temporal  $t$  cuyo subagregado puede interpretarse como *cambio tecnológico* determinístico.<sup>19</sup> Sustituyendo  $\Phi(0) = 1/2$ ,  $S = 1$  y  $\phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)$  de acuerdo con la siguiente ecuación (A3)

$$\phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \equiv \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2\right] \quad (\text{A3})$$

en  $f(y_{it}|\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\varphi})$ , obtenemos

$$f(y_{it}|\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\varphi}) \equiv \frac{1}{\sigma} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2\right] \Phi\left(\frac{-\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right) \quad (\text{A4})$$

y esta expresión coincide con la de [Greene (2003)] (pg. 429). El logaritmo correspondiente es

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\varphi}) \equiv -\ln(\sigma) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)^2 + \ln\left[\Phi\left(\frac{-\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right)\right] \quad (\text{A5})$$

y [Greene (2003)] (pgs. 503-504) sugiere realizar la siguiente transformación para obtener condiciones de primer y segundo orden muy simplificadas,

$$\eta \equiv \frac{1}{\sigma} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sigma}\boldsymbol{\beta} \quad (\text{A6})$$

Definiendo  $\boldsymbol{\psi} \equiv (\gamma', \eta, \lambda)'$ ,<sup>20</sup> la ecuación (A5) puede escribirse como

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\psi}) \equiv \ln(\eta) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2}(\eta y_{it} - \gamma' \mathbf{X}_{it})^2 + \ln\left[\Phi(-\lambda(\eta y_{it} - \gamma' \mathbf{X}_{it}))\right] \quad (\text{A7})$$

Más aún, definiendo  $\omega_{it} \equiv \eta y_{it} - \gamma' \mathbf{X}_{it} = \varepsilon_{it}/\sigma$ , se obtiene

$$l_{it}(\varepsilon_{it}, \boldsymbol{\psi}) \equiv \ln(\eta) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - \frac{1}{2}\omega_{it}^2 + \ln\left[\Phi(-\lambda\omega_{it})\right] \quad (\text{A8})$$

Las condiciones de primer orden para la maximización de la función de verosimilitud asociada a

<sup>18</sup>Será útil anotar aquí las dos primeras derivadas de  $\phi(r)$ .  $\phi'(r) = -r\phi(r)$ , y  $\phi''(r) = (r^2 - 1)\phi(r)$ . Por cierto, la ecuación (A2) debería corresponder con la ecuación (14) en [Greene (2005a)] y con la ecuación (3.1) en [Greene (2005b)].

<sup>19</sup>En su modelo Cobb-Douglas para los costos bancarios, [Greene (2005a)] lo especifica como una simple tendencia lineal  $\delta t$  (común para todo  $i$ ; ver ecuación (15) en la pg. 280).

<sup>20</sup>Los parámetros  $\boldsymbol{\alpha}$  no pueden ser descartados, por lo que el vector  $\mathbf{X}_{it}$  ha sido redefinido para incluir las *dummies* de dichos los efectos fijos y, correspondientemente, los vectores  $\boldsymbol{\beta}$  y  $\boldsymbol{\gamma}$  ahora incluyen los parámetros asociados.

la ecuación (A8) son

$$\nabla \ln(L(\boldsymbol{\psi})) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \nabla l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) = \mathbf{0}, \quad (\text{A9})$$

$$\text{donde } \nabla l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta} \\ \frac{\partial l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{it} \mathbf{X}_{it} + \lambda \delta_{it} \mathbf{X}_{it} \\ \frac{1}{\eta} - \omega_{it} y_{it} - \lambda \delta_{it} y_{it} \\ -\delta_{it} \omega_{it} \end{pmatrix}$$

$$\delta_{it} \equiv \frac{\partial \ln [\Phi(-\lambda \omega_{it})]}{\partial (-\lambda \omega_{it})} = \frac{\phi(-\lambda \omega_{it})}{\Phi(-\lambda \omega_{it})} \equiv \delta(y_{it}, \mathbf{X}_{it}, \boldsymbol{\psi})$$

Las condiciones de segundo orden para la maximización de la función de verosimilitud de la ecuación (A2) son

$$\nabla^2 \ln(L(\boldsymbol{\psi})) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \nabla^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \text{ es s.d.n., donde,} \quad (\text{A10})$$

$$\nabla^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi}) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \eta} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \gamma \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \eta \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda \partial \gamma'} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda \partial \eta} & \frac{\partial^2 l_{it}(\cdot, \boldsymbol{\psi})}{\partial \lambda^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{it}^1 \mathbf{X}_{it} \mathbf{X}_{it}' & \rho_{it}^1 (-y_{it}) \mathbf{X}_{it} & \rho_{it}^2 \mathbf{X}_{it} \\ \rho_{it}^1 (-y_{it}) \mathbf{X}_{it}' & \rho_{it}^1 (-y_{it})(-y_{it}) - \kappa & \rho_{it}^2 (-y_{it}) \\ \rho_{it}^2 \mathbf{X}_{it}' & \rho_{it}^2 (-y_{it}) & \chi_{it} \omega_{it}^2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{it}^1 \equiv [\lambda^2 \chi_{it} - 1]$$

$$\rho_{it}^2 \equiv [\delta_{it} - \lambda \chi_{it} \omega_{it}]$$

$$\kappa \equiv 1/\eta^2$$

$$\chi_{it} \equiv \frac{\partial}{\partial (-\lambda \omega_{it})} \left[ \frac{\phi(-\lambda \omega_{it})}{\Phi(-\lambda \omega_{it})} \right] \equiv \frac{\partial \delta_{it}}{\partial (-\lambda \omega_{it})} = \frac{\phi'(-\lambda \omega_{it})}{\Phi(-\lambda \omega_{it})} - \delta_{it}^2 = \delta_{it}(\lambda \omega_{it} - \delta_{it})$$

Es importante mencionar que el modelo

$$y_{it} = \mathbf{X}_{it} \boldsymbol{\beta} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (\text{A11})$$

puede re-escribirse como

$$y_{it} = \mathbf{X}_{it} \boldsymbol{\beta}^x + \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\beta}^z + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad (\text{A12})$$

donde la matriz  $\{\mathbf{X}_{it}\}$  se ha redefinido para contener únicamente los insumos, mientras que la matriz  $\{\mathbf{Z}_t\}$  contiene las variables utilizadas como ‘controles’. Es claro que  $E[\varepsilon_{it} | \mathbf{X}_{it}, \mathbf{Z}_t] = 0$ .

## B. Estimación de las curvas de Phillips regionales

Las estimaciones de los modelos dinámicos de datos de panel utilizan el modelo de regresión uni-ecuacional descrito en [Greene (2003)], con y sin corrección por heterocedasticidad.

Al respecto, se debe mencionar las ‘secuencias’ en la estimación de los modelos para la curva de Phillips. Primero, el modelo de datos de panel dinámico *lineal* es estimado para brindar las ‘semillas’ para el modelo *no lineal* correspondiente (el par de modelos estimados bajo homocedasticidad, por un lado, y el par de modelos estimados ajustando por heterocedasticidad regional, por el otro).

Segundo, hay dos etapas en cada par de modelos (lineales vs. no lineales): la estimación de las varianzas regionales se produce inmediatamente después de estimar el modelo que asume homocedasticidad (1<sup>ra</sup> etapa) para luego estimar el modelo que corrige la heterocedasticidad (2<sup>da</sup> etapa).

Es por todo ello que los resultados de las pruebas sobre el ‘aplanamiento’ están estrechamente relacionados.