Valorización de Bonos Estructurados

Omar Pinedo

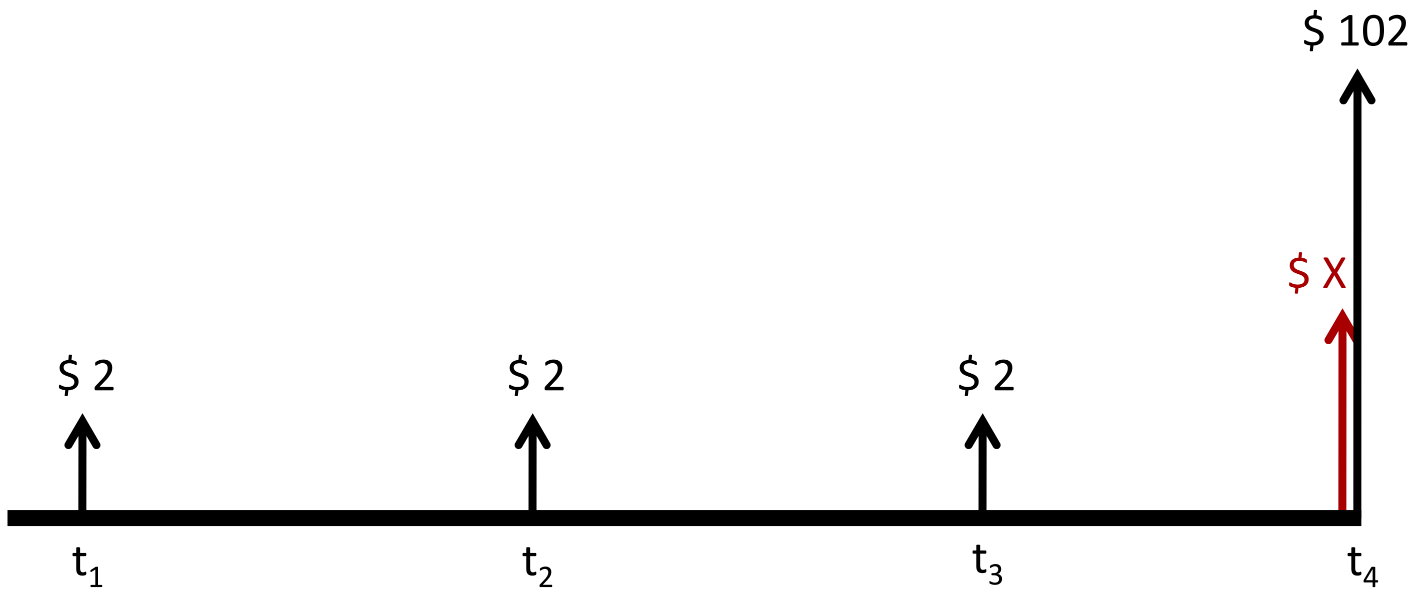
Qué es un bono estructurado?

- Es un bono que, debido a sus cláusulas, tiene una opción financiera implícita.

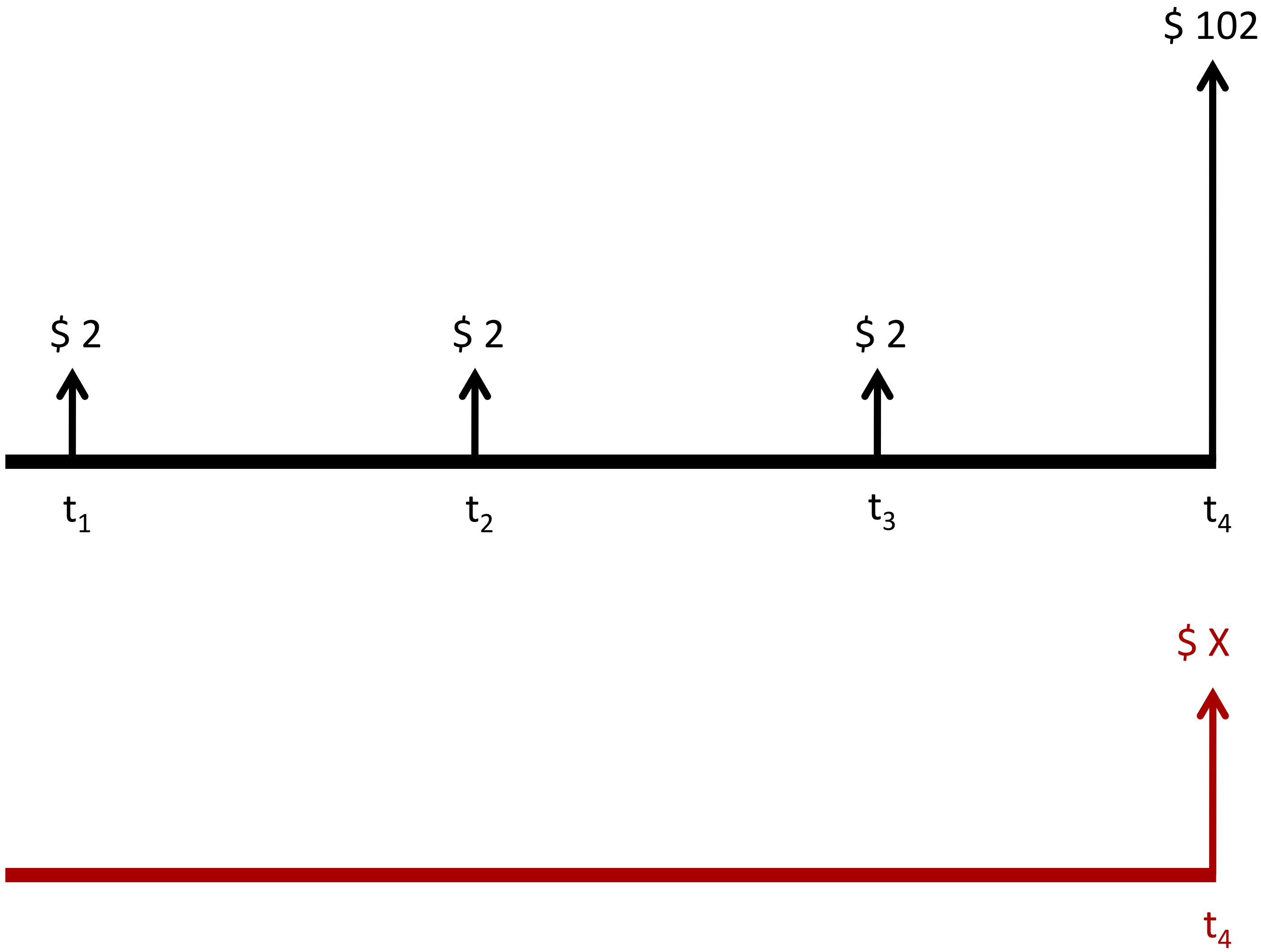
- Se valoriza descomponiendo en:

$$V(\text{Estructurado}) = V(\text{Bono}) + V(\text{Opción})$$

Cashflow Estructurado



Cashflow Bono y Opción



Objetivo

- Calcular un valor razonable para el bono estructurado.

- Actualmente la metodología generalmente empleada consiste en:
  - Construcción de CCC: Nelson & Siegel, 1997
    Svensson, 1994
  - Integración numérica: Monte Carlo

¿Por qué?

Porque se puede mejorar de forma **plausible** la precisión de la metodología generalmente empleada.

Valorización del Bono

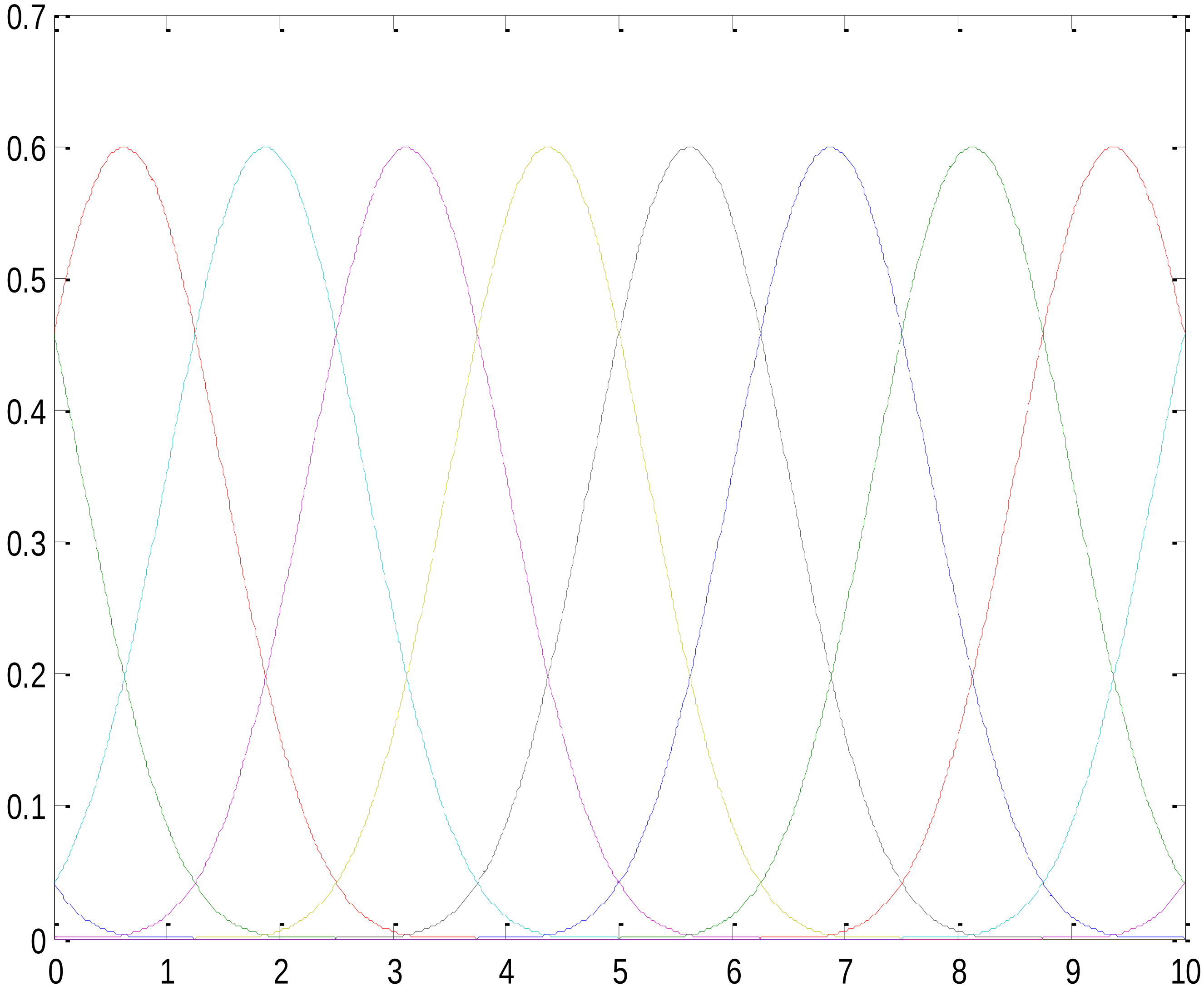
- Metodología generalmente usada: (Nelson & Siegel, 1987) o (Svensson, 1994).
- Destaca su tratabilidad matemática → DSGEM.
- Metodologias no parametricas aproximan mejor los precios de los instrumentos.
- Emplearemos P-Splines.

B-Splines

- Son funciones polinomiales básicas calculadas numéricamente en forma recursiva.

- Algoritmo de generación robusto, simple y eficiente.

B-Splines



Propiedades teóricas

- Suavidad: derivadas continuas hasta el orden ***d***.
- Representatividad: con una cantidad suficiente de B-Splines^{d} se puede reproducir cualquier polinomio^{d}.
- Independencia lineal de cada B-Spline.
- Suman uno a lo largo del dominio.

P-Splines

- Regresión de mínimos cuadrados ponderados que penaliza la rugosidad de la curva.
- Rugosidad ~ diferencia al cuadrado de los coeficientes.
- Elección del parámetro del *trade-off* entre rugosidad y fidelidad de la curva (λ).
    - Validación cruzada generalizada.
    - Criterio de información de Akaike.

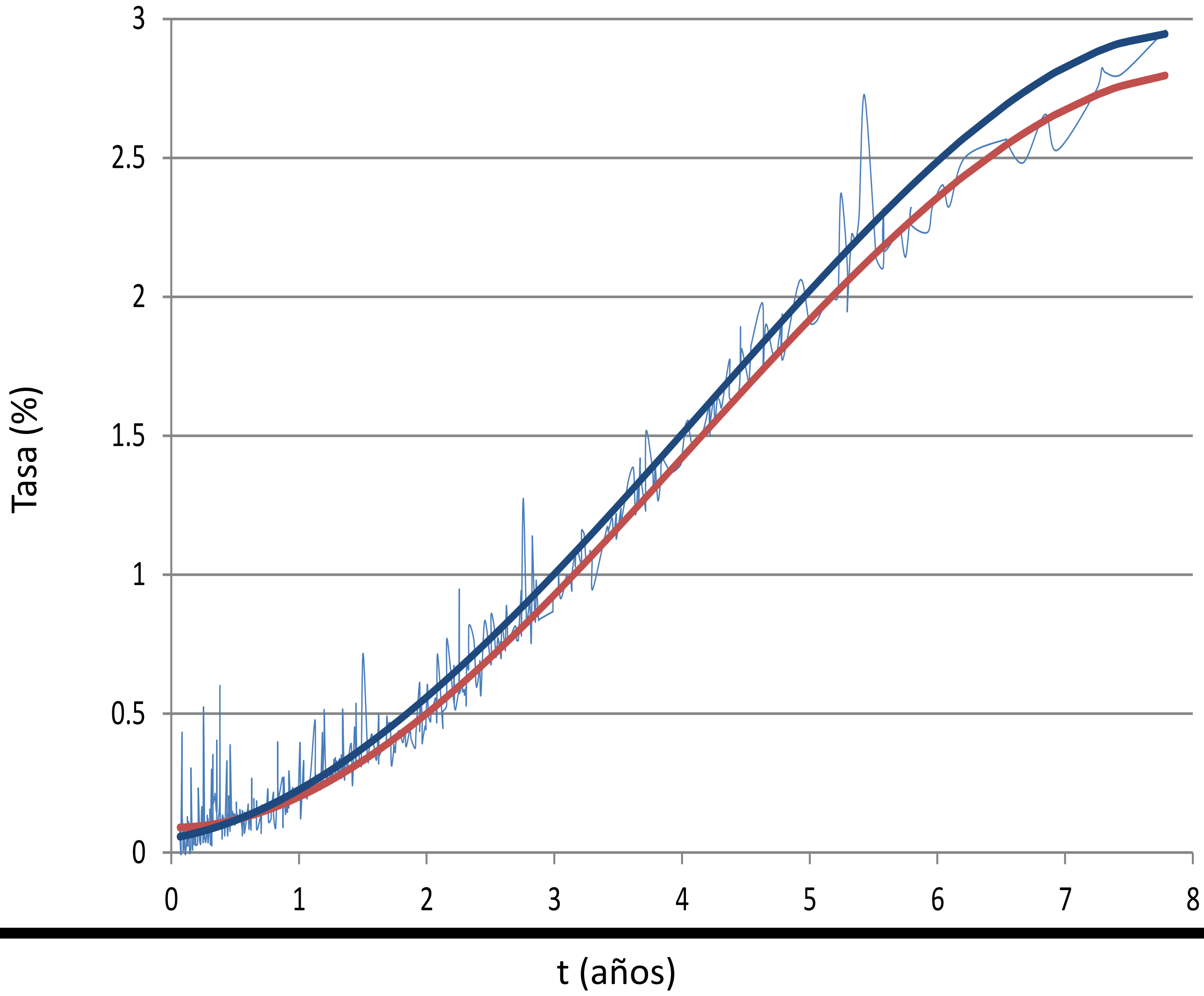
P-Splines

- Indicador de liquidez como peso para cada observación.
- Spread como diferencia entre precios bid y ask. Lo normalizo a [0,1] con el spread máximo.
- Tangente hiperbólica no varía mucho mientras el spread sea cercano a cero y cae rápidamente para papeles ilíquidos.

P-Splines en la práctica (curva par)

- Cada observación de la regresión es un bono.
- y_{Sx1} sería el vector de yields de los bonos
- X_{NxS} sería la matriz que contiene el valor de los S B-Splines calculados en el plazo de vencimiento de cada papel.
- Asignamos pesos a cada bono según el indicador de liquidez.

Curvas Par, CCC y yields



Valorización de la Opción

- Metodología generalmente usada: Monte Carlo.
- Demora en alcanzar un nivel de variabilidad del error aceptable para carteras de derivados.
- Emplearemos Cuasi Monte Carlo.

Monte Carlo

- Es un método de integración numérica probabilística.
- Se usa para resolver integrales multivariadas.
- Suposición clave: la secuencia de números usada tiende a la distribución uniforme.
- Más "simulaciones" $\rightarrow$ menos error porcentual

Monte Carlo en la práctica

1. Obtenemos números pseudo-aleatorios no correlacionados obtenidos de una distribución uniforme.

2. Aplicamos la función inversa de la distribución normal estándar acumulada, obteniendo números pseudo-aleatorios que siguen una distribución normal estándar.

Monte Carlo en la práctica

3. Aplicamos la descomposición de Cholesky a la matriz de covarianzas objetivo.

4. Multiplicamos la matriz de Cholesky por la matriz de números pseudo-aleatorios no correlacionados y luego sumamos la media objetivo de cada serie.

5. Obtenemos "simulaciones" de retornos de los activos correlacionados.

Pseudo vs. Cuasi

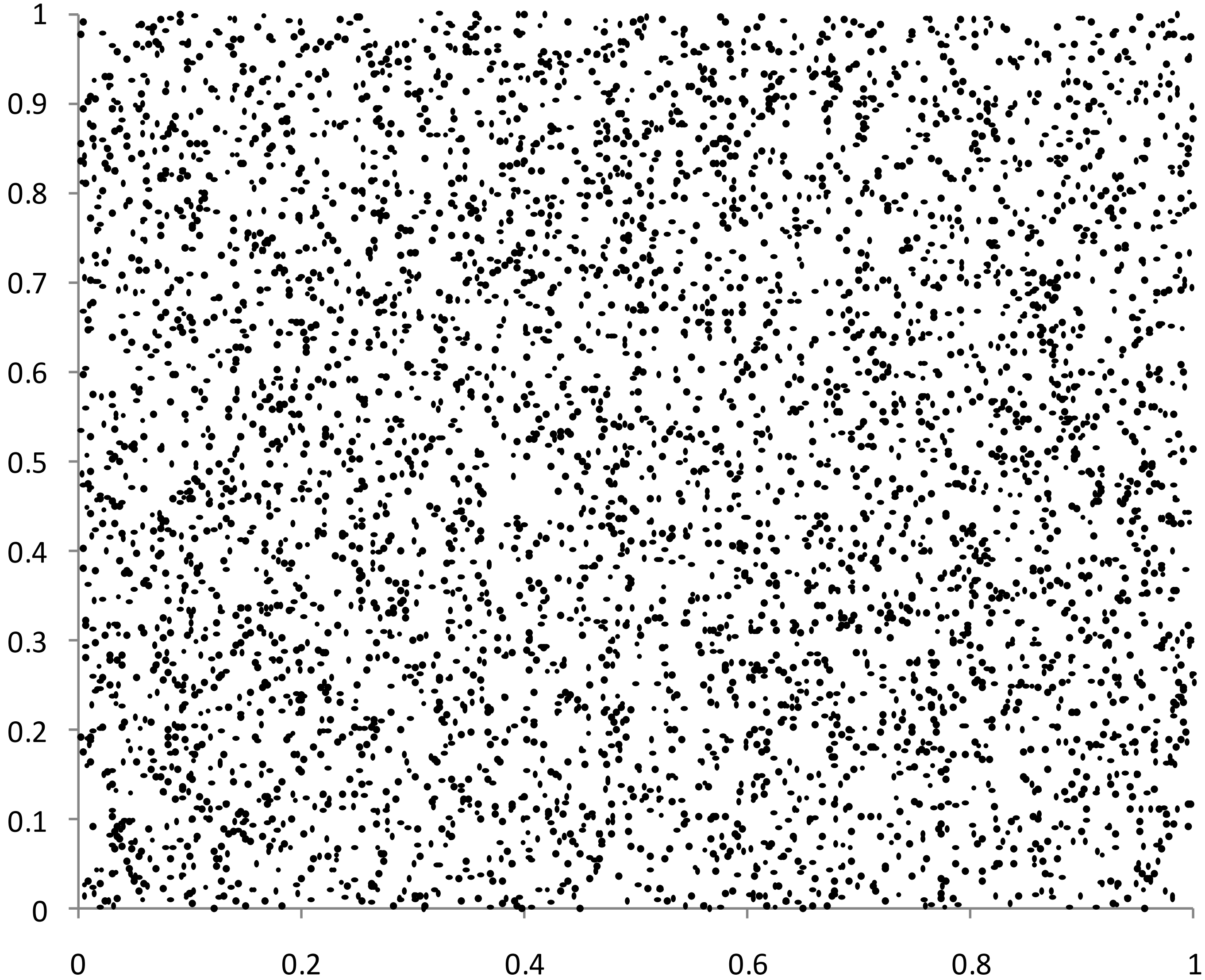
- Pseudo-aleatorios: simulan aleatoriedad, tienden a una distribución uniforme (~10^6)

- Cuasi-aleatorios: no simulan aleatoriedad, tienden a una distribución uniforme (~10^4).

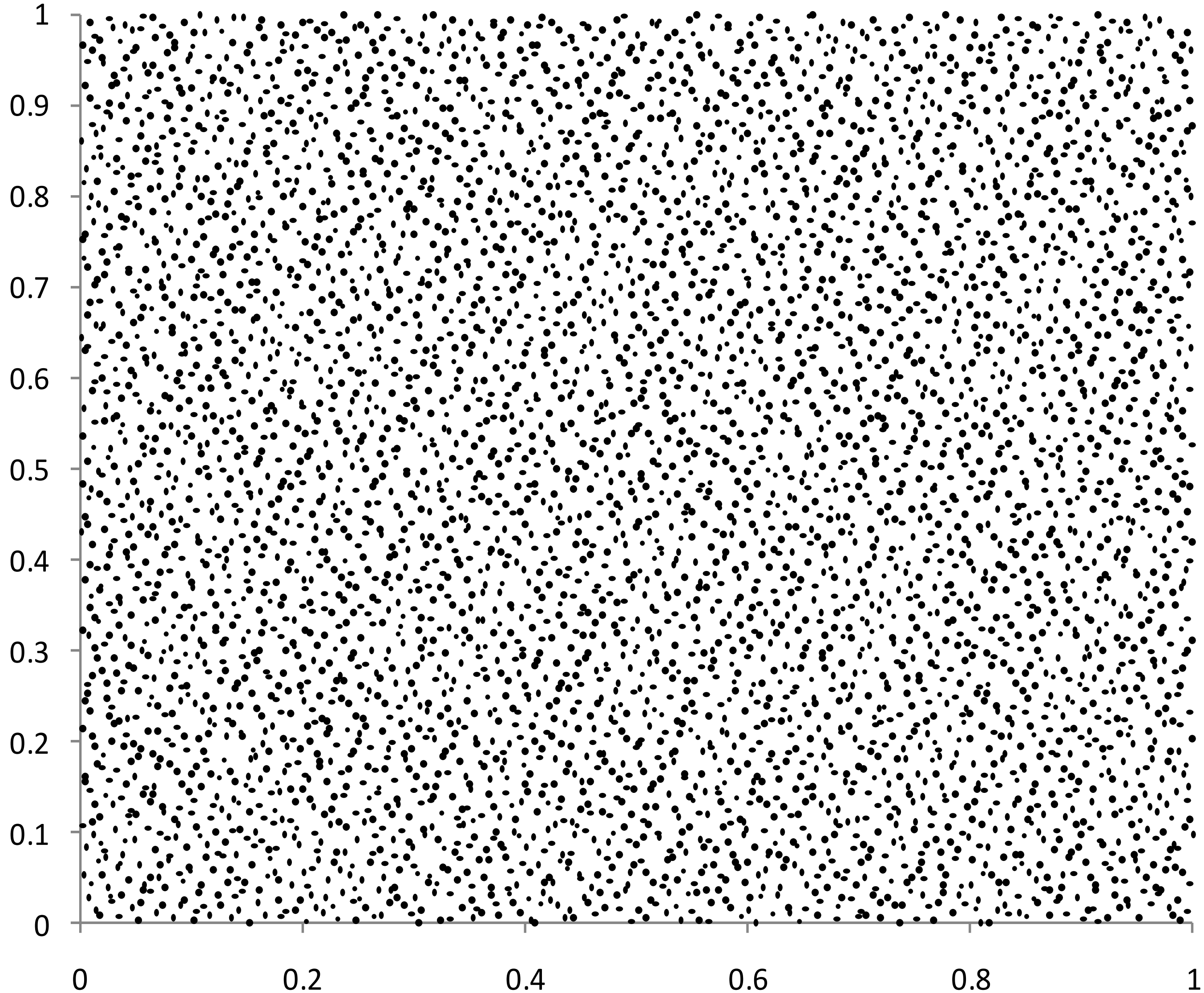
Discrepancia

- Es una medida de cuán bien un conjunto de puntos llena un espacio $[0,1]^n$.
- Las secuencias de números cuasi-aleatorios son de baja discrepancia.
- Su distribución empírica tiende a una uniforme rápidamente.

Números pseudo-aleatorios



Números cuasi-aleatorios



Cota superior del error

- Directamente proporcional a la discrepancia del conjunto de números empleados.

- Directamente proporcional a la variabilidad en el sentido de Hardy-Krauze.
  - Medida especial de la suavidad de una función

- Función del Cashflow de un derivado es muy variable

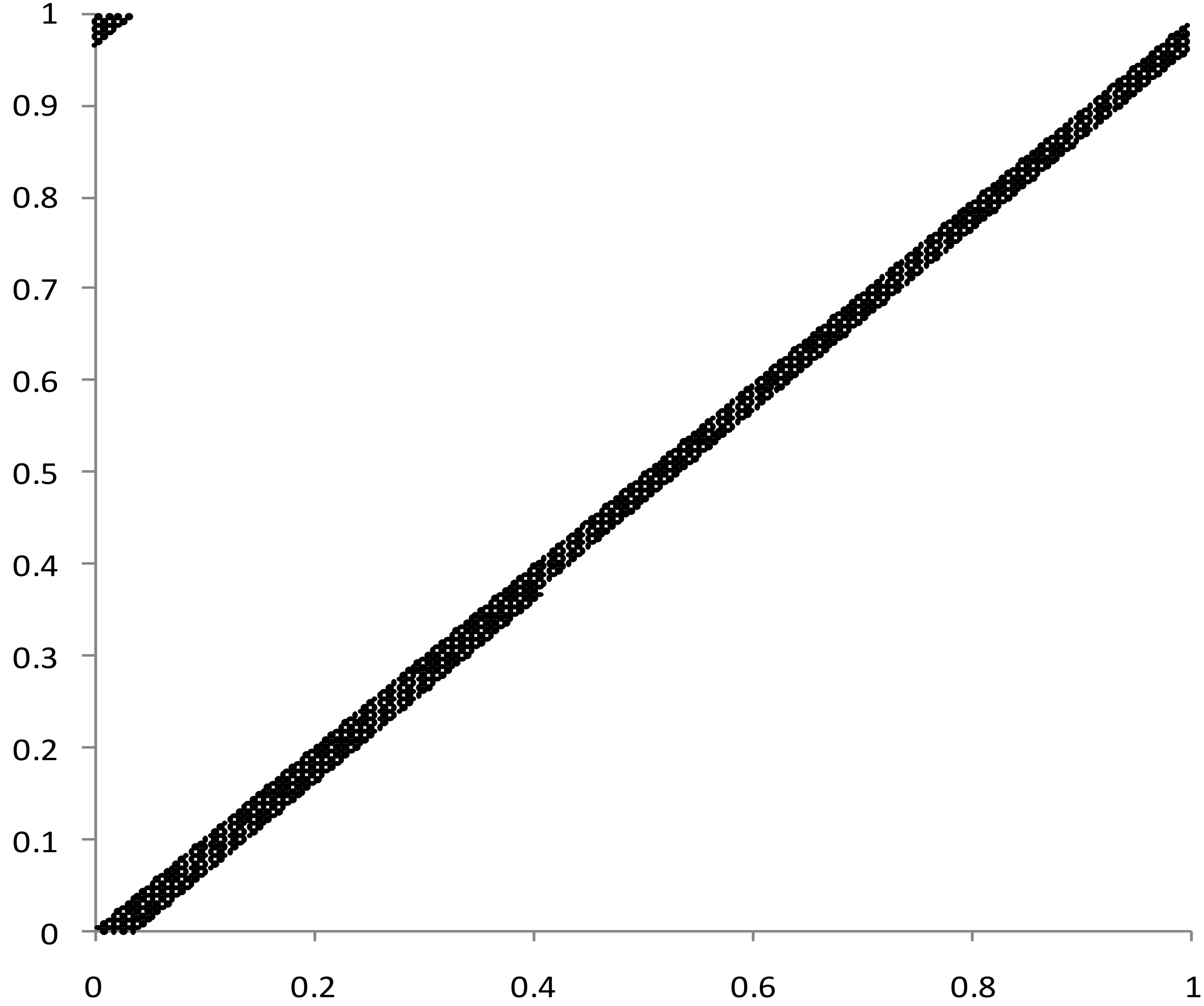
Cuasi Monte Carlo

- Mismos pasos empleados por el Monte Carlo con la excepción del uso de números cuasi-aleatorios.
  - Principales secuencias de números cuasi-aleatorios: Faure, Sobol, Niederreiter, Halton.

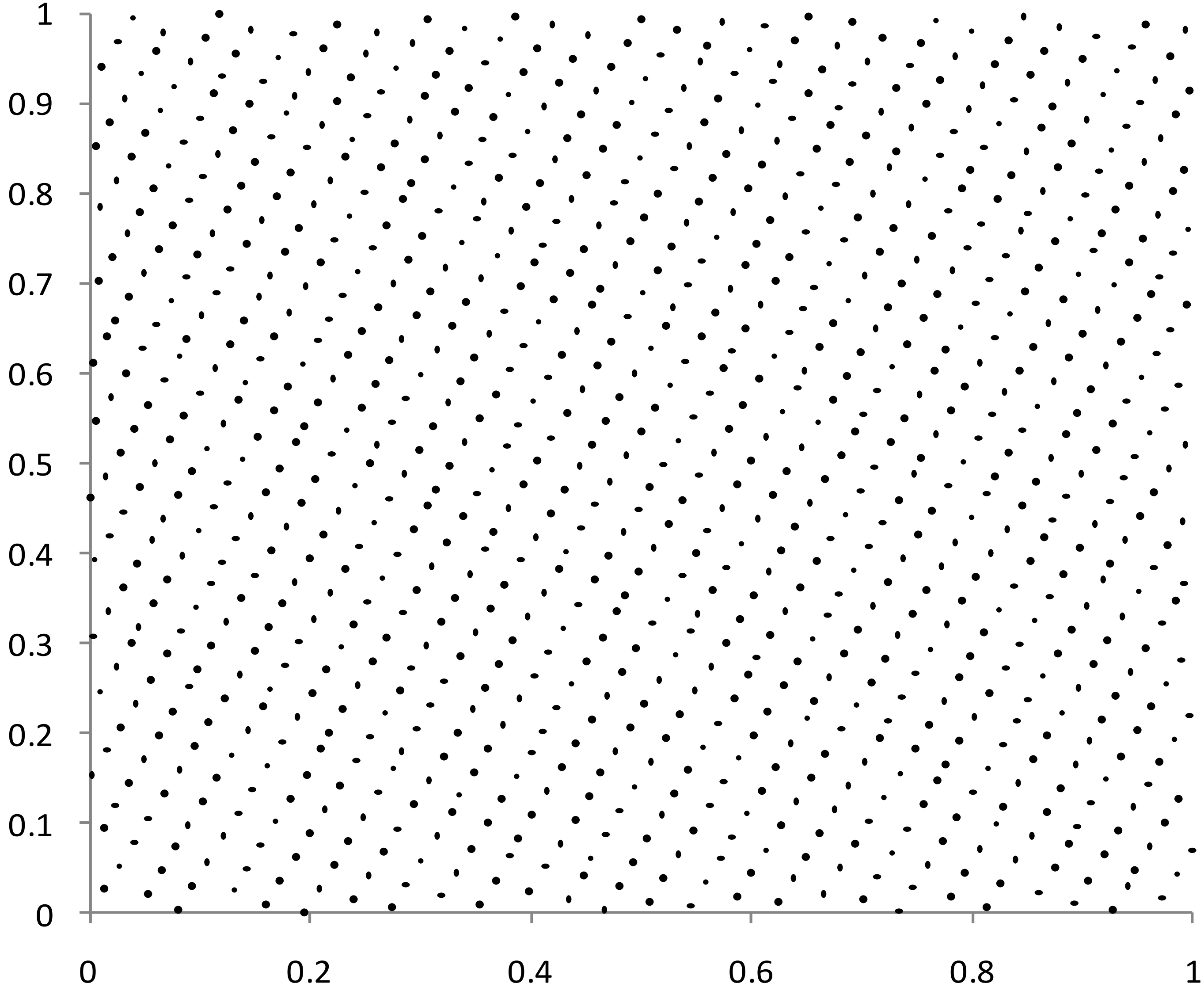
Secuencia de Halton

- Tiene un problema acusado de elevada correlación en altas dimensiones y su discrepancia se eleva.
- Empleamos una secuencia generalizada de Halton que emplea los multiplicadores propuestos en (Faure & Lemieux, 2008).
- Esto permite que siga siendo una secuencia de baja discrepancia aún en altas dimensiones.

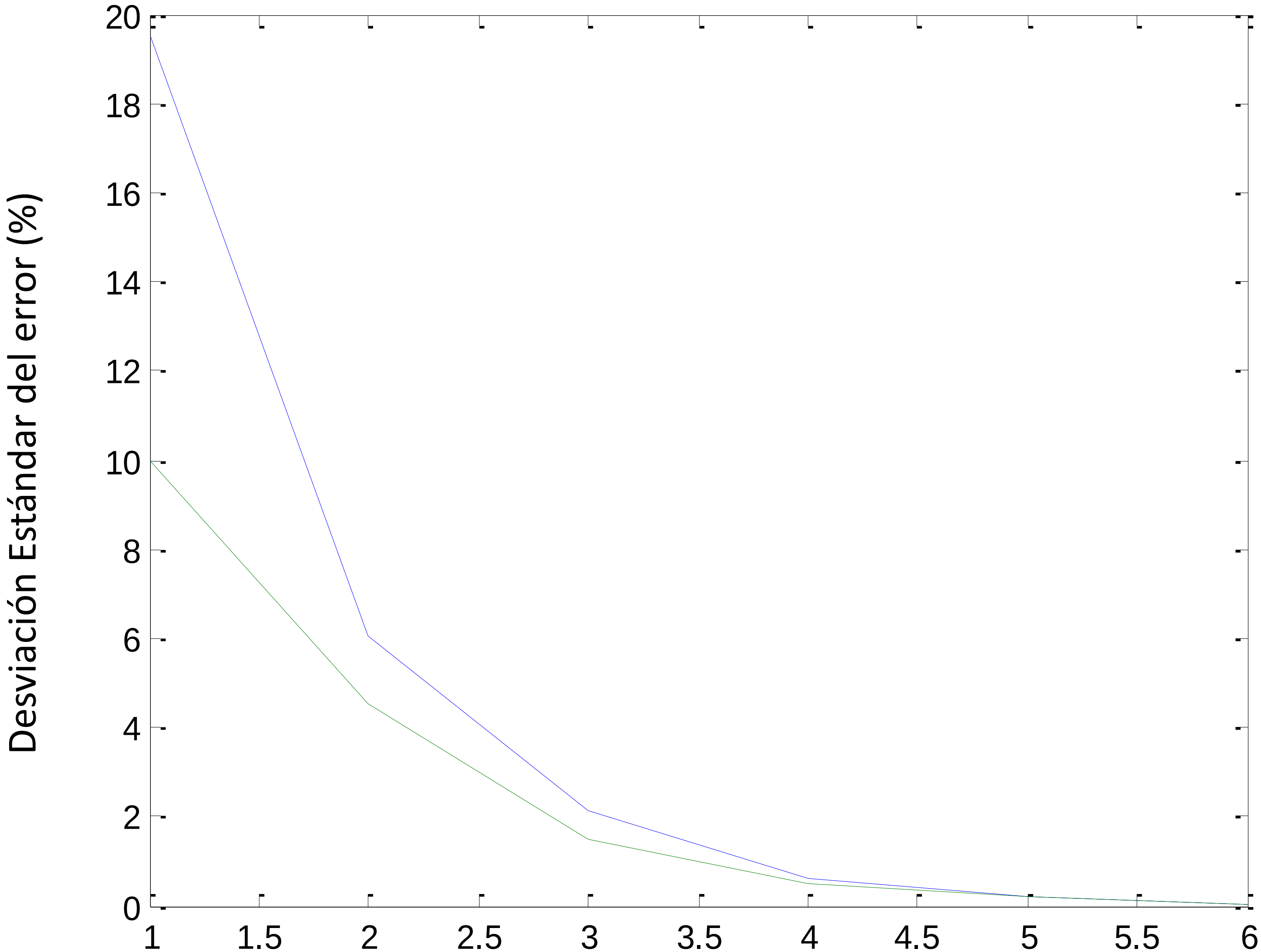
Halton (49-50)



Halton Generalizado (49-50)

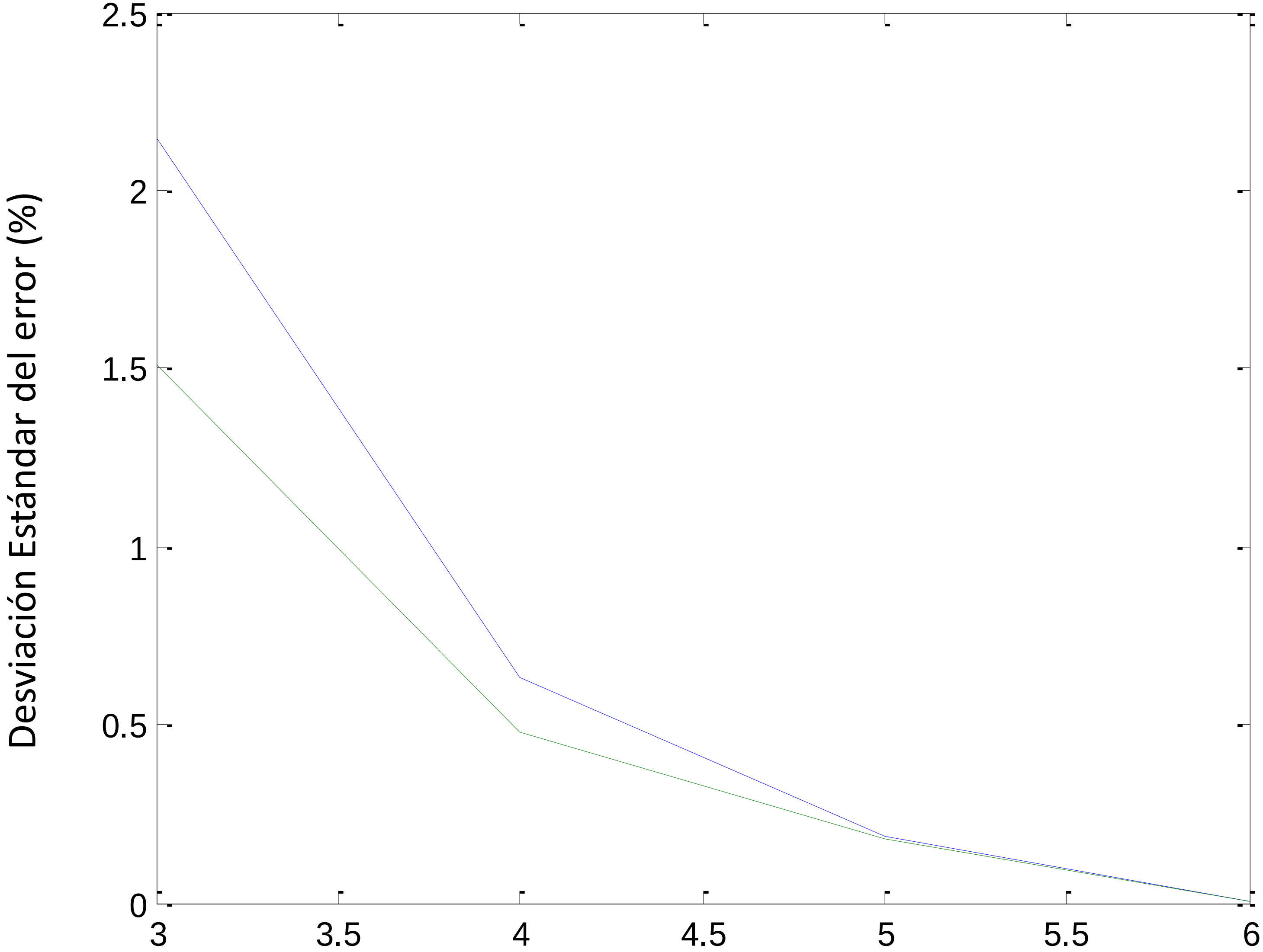


Velocidad de convergencia



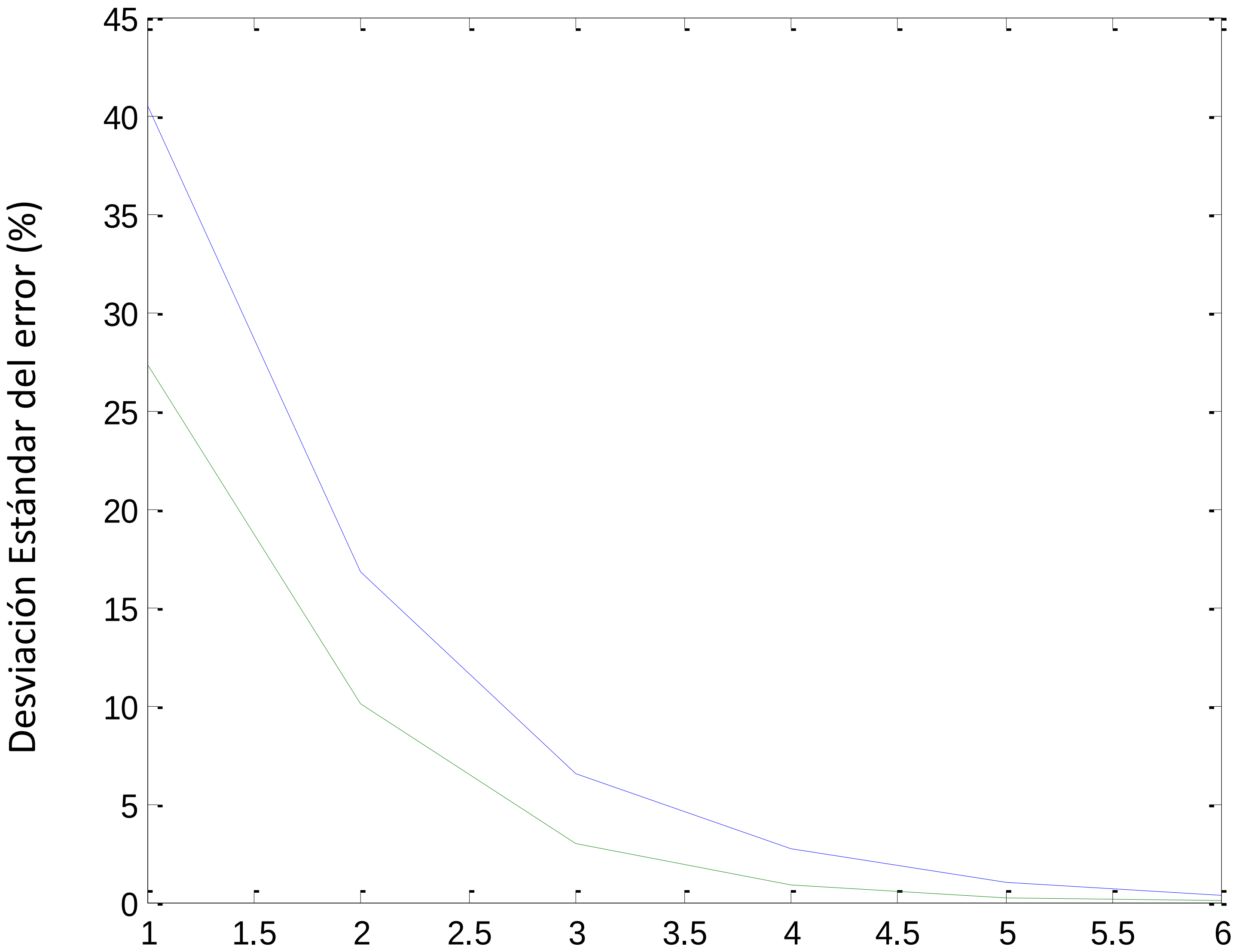
Simulaciones (10^i)

Velocidad de convergencia



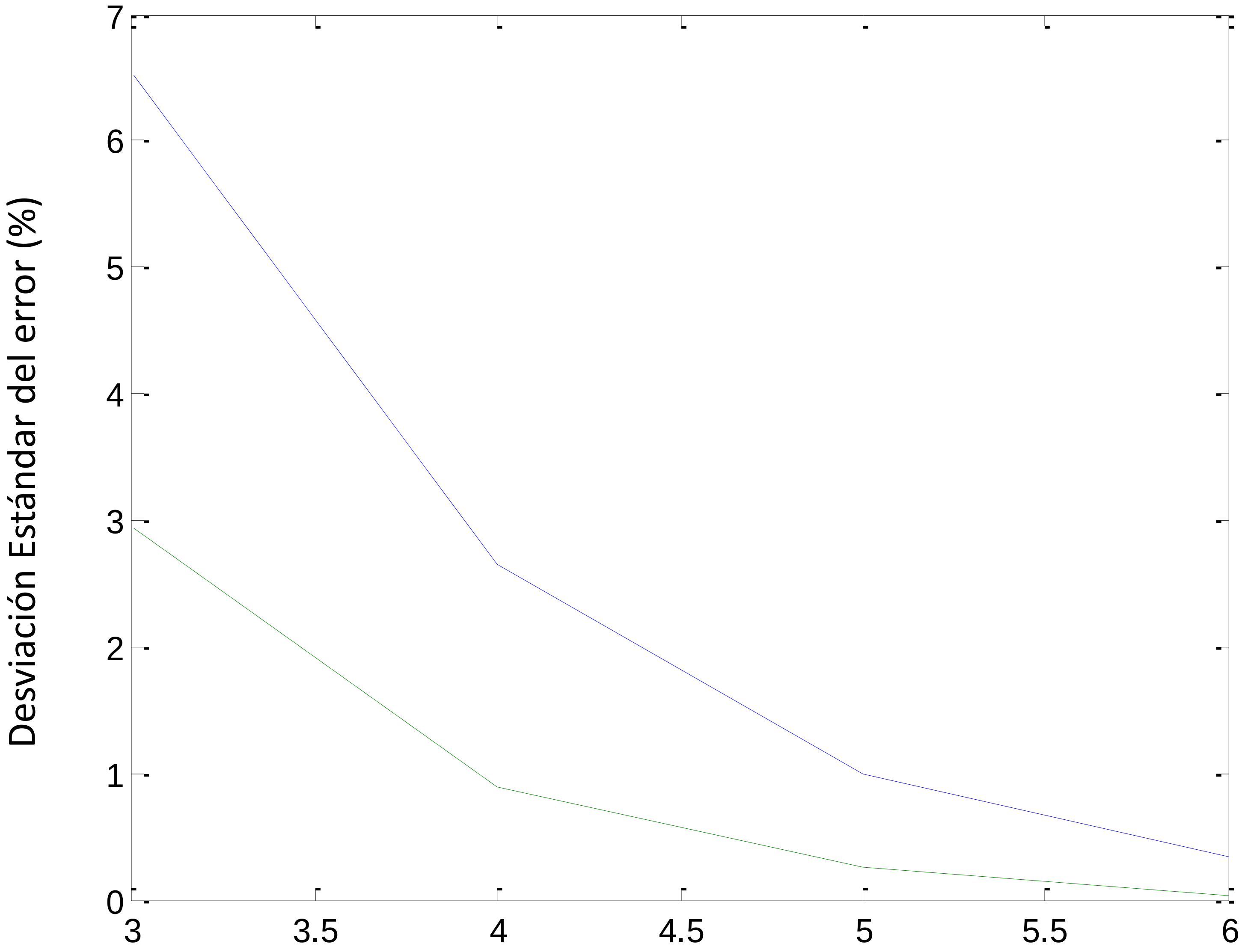
Simulaciones (10^i)

Velocidad de convergencia



Simulaciones (10^i)

Velocidad de convergencia



Simulaciones (10^i)