BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ
Revista Estudios Económicos N° 17 (Junio 2009)
www.bcrp.gob.pe/publicaciones/revista-estudios-economicos/estudios-economicos-no-17.html

Estimación de la Curva de Rendimiento Cupón Cero para el Perú[*]

Javier Pereda[◊]

Resumen

En el presente documento se estiman dos modelos para la curva de rendimiento en soles para el Perú, el modelo de Nelson & Siegel (1987) y el modelo de Svensson (1994). Se compara el desempeño de ambos modelos en términos de ajuste, flexibilidad y estabilidad de sus parámetros, y se evalúan funciones objetivo de estimación alternativas. El modelo de Svensson tiene el mejor ajuste, sin embargo, es más inestable cuando no se dispone de datos suficientes para los diferentes plazos de la curva de rendimiento -por la ausencia de emisiones o de precios cuando la negociación en el mercado secundario es incipiente- en cuyo caso es preferible el uso del modelo de Nelson & Siegel. En la parte final se muestra el uso de las curvas de rendimiento cupón cero estimadas como fuente de información de los bancos centrales sobre las expectativas del mercado para la evolución futura de la tasa interbancaria.

Clasificación **JEL**: E43, E52, G12

Palabras clave: curva de rendimiento, bono cupón cero, tasas de interés, tasa *forward* instantánea, prima por riesgo, expectativa de tasas de interés.

---

[*] Una primera versión de este trabajo se presentó al XXIII Encuentro de Economistas del Banco Central de Reserva, ESAN, marzo 2006, bajo el título "Estimación de la curva de rendimiento cupón cero para el Perú: aspectos metodológicos y aplicaciones". El contenido es responsabilidad exclusiva del autor y no necesariamente refleja la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

[◊] Banco Central de Reserva del Perú. Jr. Antonio Miró Quesada 441, Lima 1, Perú. Teléfono: +511 6132000. Correo electrónico: javier.pereda@bcrp.gob.pe

1. Introducción

La curva de rendimiento o *yield curve* es la relación de tasas de interés y sus plazos correspondientes, llámese tasas de corto, mediano y largo plazo, para una moneda y deudor determinado en una fecha específica[1]. Dicha estructura de plazos de las tasas de interés es importante para el análisis macroeconómico porque afecta las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos, y por tanto de la demanda agregada, que es uno de los determinantes de la inflación en la economía. Desde el punto de vista financiero, la existencia de una curva de rendimiento favorece el desarrollo del mercado de capitales doméstico, primario y secundario, al permitir la valorización de los instrumentos financieros (de deuda y derivados)[2].

En el esquema actual de metas explícitas de inflación (*inflation targeting*) que se aplica en el Perú desde el 2002, el banco central tiene como meta operativa de política monetaria a la tasa de interés del mercado interbancario de muy corto plazo, que es el punto de partida de la curva de rendimiento. El grado en que las decisiones del banco central -sobre su meta operativa- se trasmiten hacia el resto de tasas (efecto traspaso o *pass through*), va a determinar la efectividad de la política monetaria. Dichas decisiones pueden modificar la forma de la curva de rendimiento, tanto su intercepto como su pendiente, dependiendo de las expectativas sobre la evolución de las tasas de interés futuras.

La curva de rendimiento no sólo se ve influenciada por las decisiones del banco central sobre las tasas de corto plazo (y su efecto sobre el resto de tasas), sino también por otros determinantes, particularmente de la tasa de interés real, la tasa de inflación y la prima de riesgo[3]. Por ejemplo, menores tasas de rendimientos nominales de largo plazo están asociadas por lo general a menores expectativas de inflación, aunque también podría deberse a una reducción en la tasa real de interés o de la prima por riesgo y liquidez (*risk* y *term premia*)[4]

La curva de rendimiento permite extraer información sobre expectativas del mercado de

---

1 Cabe recordar que los conceptos de tasa de rendimiento al vencimiento (*yield to maturity*) y tasa de interés de un bono (o tasa cupón) no son equivalentes. La tasa de interés no depende del precio del bono en el mercado mientras que la tasa de rendimiento sí. Si el bono se cotiza en el mercado a su valor nominal o par, entonces su tasa de rendimiento al vencimiento coincide con la tasa de interés del bono.

2 La existencia de tasas de interés para distintos plazos permite calcular el valor presente de los flujos financieros.

3 Al respecto consultar, Banco Central Europeo (2004).

4 La prima por riesgo generalmente se asocia al riesgo de crédito y es mayor para bonos del mismo plazo pero con una mayor probabilidad de impago (*default)*. La prima por liquidez se refiere a la mayor tasa que generalmente tienen los bonos de mayor plazo (y el mismo riesgo de crédito) que sirve para compensar el tiempo de espera y el riesgo de tasa de interés hasta su redención.

diversas variables macroeconómicas útiles para el diseño de la política monetaria: llámese tasas de interés futuras, tasas de inflación[5], tasas de depreciación, entre otras. Desde el punto de vista del análisis monetario, la curva de rendimiento permite extraer las expectativas para las tasas de corto plazo que tienen los agentes, lo que permite determinar si dichas expectativas son compatibles con el objetivo inflacionario del banco central.

Otra fuente de información para el análisis monetario está asociada a la relación existente entre las diferentes tasas de la curva de rendimiento. El diferencial (*spread)* entre las tasas de largo y corto plazo (o pendiente de la curva de rendimiento) es un indicador de las expectativas del mercado sobre la evolución de la economía. Al respecto, algunos autores señalan que una pendiente negativa de la curva de rendimiento o curva invertida (tasas de largo plazo menores a las de corto plazo) indicarían expectativas de una recesión futura[6] y por tanto menores tasas de interés futuras.

Asimismo, mediante la estimación de la curva de rendimiento para diferentes fechas es posible evaluar el grado en que las decisiones de la autoridad monetaria a través de modificaciones de su tasa de referencia son anticipadas por el mercado[7].

En el presente documento se evalúan dos metodologías de estimación para la curva de rendimiento en el Perú, el modelo de Nelson & Siegel (1987) y el modelo de Svensson (1994). Se compara el desempeño de ambos modelos en términos de ajuste, flexibilidad y estabilidad de sus parámetros, y se evalúan funciones objetivo de estimación alternativas. El modelo de Svensson tiene el mejor ajuste, sin embargo, es más inestable cuando no se dispone de datos suficientes para los diferentes plazos de la curva de rendimiento -por la ausencia de emisiones o de precios cuando la negociación en el mercado secundario es incipiente- en cuyo caso es preferible el uso del modelo de Nelson & Siegel. Se deriva además la trayectoria de tasas de interés esperadas por el mercado, a partir de la estimación de las tasas *forwards* implícitas en la curva de rendimiento, calculándose una prima por liquidez para la tasa *forward overnight* en un rango de 0-200 puntos básicos para un horizonte de 3 años, y de 0-80 puntos básicos para un horizonte de un año.

El documento se divide en cinco secciones. La sección 2 describe los modelos de estimación de la curva de rendimiento y su uso por otros bancos centrales. La sección 3 describe la metodología de estimación utilizada y de selección del modelo para estimar la curva de

[5] Frankel y Lown (1994).
[6] Estrella y Mishkin (1996).
[7] Favero (2000), capítulo 6.

rendimiento cupón cero para el Perú. La sección 4 reseña brevemente el mercado de bonos peruano y de valores del banco central, y a partir de la estimación de la curva *forward* instantánea y de su correspondiente prima por liquidez, se presenta la derivación de las expectativas de tasas de interés interbancaria. La sección 5 concluye y resume los principales resultados.

2. Modelos para la Estimación de la Curva de Rendimiento

Existen diversos modelos para estimar la curva de rendimiento a partir de una muestra de precios, los que se pueden clasificar en modelos paramétricos y modelos no paramétricos.

Los modelos paramétricos permiten construir la curva de tasas de interés *spo*t o contado[8] a partir de la estimación de un conjunto de parámetros que permiten replicar la forma funcional de la curva de rendimiento, a partir de una muestra de precios (o de rendimientos), siendo los más usados los propuestos por Nelson & Siegel (1987), Svensson (1994)[9] –que es una extensión del modelo de Nelson y Siegel- y los modelos polinómicos o *spline*. Los modelos de Nelson y Siegel - Svensson proponen una función continua para describir la trayectoria de la tasa de interés *forward* instantánea o tasas de interés a plazo, en función de un conjunto de parámetros y del plazo de vencimiento, a partir de los cuales se puede estimar una función para la tasa *spot* y la función de descuento. El modelo de Nelson y Siegel depende de 4 parámetros, y el de Svensson de 6, lo que le otorga una mayor flexibilidad respecto al anterior.

Los modelos polinómicos, por su parte, dividen los datos observados de los rendimientos (o precios) en segmentos o *knots* y se ajusta un polinomio a cada segmento uniéndose entre sí de manera suavizada (en cada *knot* la primera y segunda derivada deben ser iguales), y luego se ajusta un polinomio para cada tramo de la curva de rendimiento (usualmente de tercer grado o cúbicas), los que unidos generan la curva de rendimiento. Entre estos modelos destacan los denominados modelos *spline.* El trabajo pionero de este enfoque es el de Mc Culloch (1971), y más recientemente los trabajos de Fisher, Nychka, y Zervos (1995), Waggoner (1997), Li, DeWetering, Lucas, Brenner, y Shapiro (2001), entre otros.

Los modelos estocásticos, a diferencia de los modelos paramétricos y *spline* que son métodos de ajuste a la data observada, estiman la estructura de tasas *spot* asumiendo una relación teórica entre las tasas de corto plazo y el resto de tasas mediante una función diferencial estocástica. A partir de la tasa de corto plazo se puede inferir toda la curva de tasas de interés, por ello se le

[8] En el apéndice A del presente documento se expone en detalle los conceptos y relaciones entre curva de rendimiento, tasa *spot*, tasa *forward*, tasa de rendimiento, y precio del bono.

[9] Nelson y Siegel (1987), y Svensson (1994). Un buen recuento de los modelos usados por los bancos centrales se puede encontrar en BIS (2005).

denomina modelos dinámicos, y permiten inferir la trayectoria futura de las tasas de interés. Los modelos de este tipo más representativos son el de Vasicek (1977), Cox, Ingersoll y Ross (1985), Duffie y Kan (1996), entre otros.

Los modelos *spline* y paramétricos son los más empleados en el mercado debido a que han demostrado un mejor desempeño, aunque sus estimados a diferencia de los modelos dinámicos son válidos solo para la fecha de estimación. En el caso de los modelos *spline* su principal desventaja es que no tienen una forma de curva predeterminada, por lo que son muy sensibles a la muestra de datos disponible y al número de intervalos en que se divide la curva (*knots*). Estos modelos son utilizados con mayor éxito en países que cuentan con un número de bonos (precios o rendimientos) suficientes para cada intervalo de la curva, lo que generalmente no ocurre en la mayoría de países con un mercado de bonos en formación, en los que se prefiere optar por modelos paramétricos. A cambio de esta debilidad, los modelos *spline* permiten un mejor ajuste de la curva cuando se dispone de datos suficientes, sobre todo del tramo largo de la curva, en comparación a los modelos paramétricos.

2.1 Modelo de Nelson & Siegel

Nelson & Siegel (1987) proponen una función continua para describir la trayectoria de la tasa de interés *forward* instantánea en función de un vector de 4 parámetros, b, y del plazo de vencimiento, m[10]. Así:

$$f(m;b) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right), \tag{1}$$

donde $\exp(x)$ denota la función exponencial e^x y los parámetros son $b = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$. Dada la siguiente relación entre la tasa *spot* y la tasa *forward* instantánea[11]:

$$i(t, t+m) = \frac{1}{m} \int_{s=0}^{m} f(t, t+s)\, ds \ , \tag{2}$$

entonces, la tasa de interés *spot* con un plazo de vencimiento igual a m, en el período t, está dado por $i(t, t+m)$, o de manera abreviada:

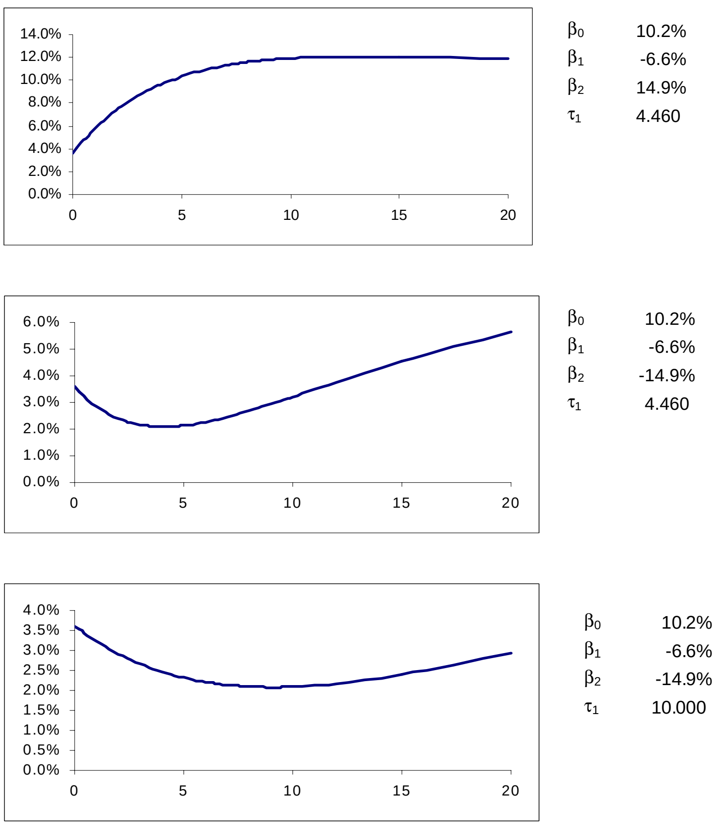
[10] Observe que para la tasa *spot* $m = (T - t)$ y que $(\tau - t) = 0$.
[11] La función de descuento, para el período m, está dada por: $d_m = \exp\,[i(m;b) * m]$.

$$i_m(m,b) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} - e^{\left(-m/\tau_1\right)} \right) \tag{3}$$

La forma de la curva *forward* o *spot* del modelo de Nelson & Siegel está determinado por el valor de sus parámetros. El parámetro β_o determina la tasa a la que converge la curva o tasa de largo plazo. Ello es válido para la curva *spot* y *forward.* El parámetro β_1 indica qué tan lejos se ubica la tasa del período inicial respecto de la tasa de largo plazo. El signo de β_2 indica si la curva presenta una "joroba" (cuando es positivo) o una forma de "U" (cuando es negativo). Finalmente, el parámetro τ_1 indica la posición de la "joroba" o "U" y la velocidad a la que las tasas de corto y mediano plazo convergen a su tasa de largo plazo.

Un valor mayor de τ_1 indica que la tasa de largo plazo se alcanza más rápidamente. En el gráfico 1 se aprecia que las dos últimas curvas del gráfico sólo difieren en el valor de τ_1, con un valor de 4,46 años la primera y de 10 años la segunda, lo que indica que la primera curva alcanza su mínimo más rápidamente y también su nivel de largo plazo.

Gráfico 1. Curva *spot* del modelo N&S con diferentes valores de sus parámetros



Fuente: Elaboración propia.

2.2 Modelo de Svensson

Svensson (1994) propone una versión ampliada del modelo de Nelson & Siegel (1987). La ecuación propuesta para la tasa *forward* instantánea en el período t, para un plazo de vencimiento de m, es la siguiente:

$$f(m;b) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right), \tag{4}$$

y los parámetros están determinados en este caso por el vector $b = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$.

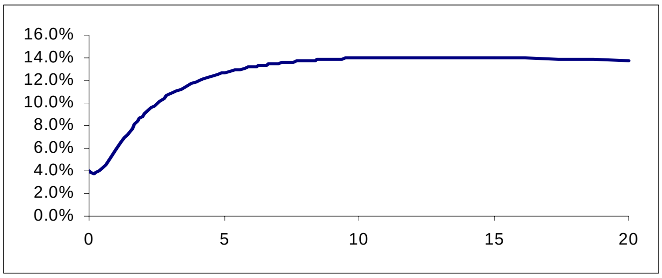
La ecuación para la tasa *spot* que se deriva de la ecuación (4) está dada por:

$$i_m(m,b) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} - e^{\left(-m/\tau_1\right)} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_2\right)}}{m/\tau_2} - e^{\left(-m/\tau_2\right)} \right), \tag{5}$$

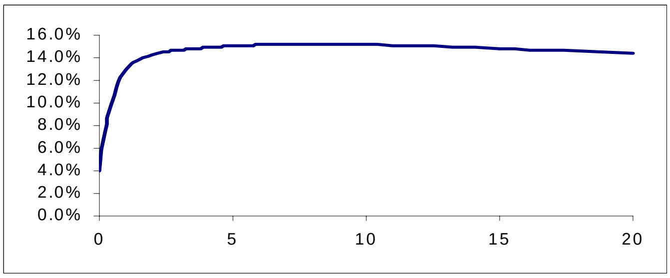
El modelo de Svensson es una extensión del modelo de Nelson & Siegel y por ello incorpora 2 parámetros adicionales, β_3 y τ_2, lo que le otorga una mayor flexibilidad. El parámetro β_3, indica una segunda "joroba" (si es positivo) o una segunda U (si es negativo). Por su parte, τ_2 indica la posición de la segunda "joroba" o "U".

El gráfico 2 muestra diferentes curvas de rendimiento generadas por el modelo de Svensson con diferentes valores de los parámetros. Cabe indicar, que ambos modelos el de Nelson & Siegel y de Svensson incorporan la posibilidad de estimar curvas invertidas (de pendiente negativa).

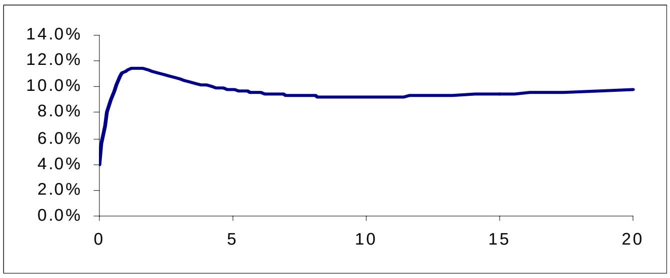
Gráfico 2. Curva *spot* del modelo Svensson con diferentes valores de sus parámetros



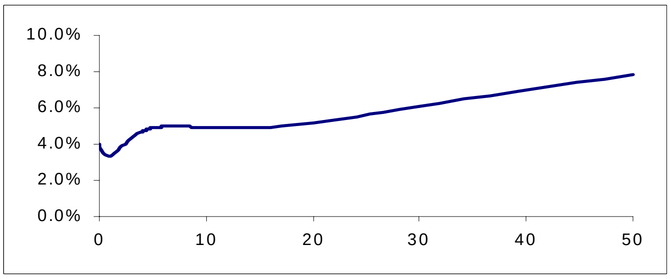
β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	-12.0%
β_3	10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000



β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	12.0%
β_3	10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000



β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	12.0%
β_3	-10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000



β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	-10.0%
β_3	-20.0%
τ_1	1.000
τ_2	10.000

Fuente: Elaboración propia.

2.3 Estimaciones para Otros Países

A nivel de bancos centrales de países desarrollados se ha reportado el uso de los siguientes métodos de estimación de la curva de rendimiento para el análisis monetario (BIS, 2005).

Cuadro 1. Modelos de Estimación de la Curva de Rendimiento Reportados por Bancos Centrales

Banco central	Método
Bélgica	Nelson-Siegel, Svensson
Canadá	Svensson
Estados Unidos	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*)
Finlandia	Nelson-Siegel
Francia	Nelson-Siegel, Svensson
Alemania	Svensson
Italia	Nelson-Siegel
Japón	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*)
Noruega	Svensson
España	Svensson
Inglaterra	Anderson y Sleath (*Spline*) (hasta 2001 se usó Svensson)
Suecia	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*) (anteriormente se usó Svensson)
Suiza	Svensson
Unión Europea	Svensson

Fuente: BIS (2005).

El proceso de selección de los modelos de parte de los bancos centrales, por lo general, no es reportado. Para el Reino Unido, Anderson y Sleath (2001) estimaron 4 modelos alternativos de la estructura temporal de tasas de interés con el fin de examinar sus propiedades: Nelson & Siegel, Svensson, Fisher-Nychka-Zervos y Waggoner[12]. Los resultados de las estimaciones mostraron que el modelo de Waggoner, adaptado al Reino Unido, era el de mejor desempeño.

El banco central de Canadá usa el modelo de Svensson, aunque Jamieson y Gusba (2002) reportaron que los modelos que tienen un mejor desempeño para Canadá eran los modelos de Fischer-Nychka-Zervos y el de Li, et.al., luego de estimar 8 versiones de modelos *spline* y paramétricos.

Para el caso de países en desarrollo existen también estudios que han estimado las curvas de estructura de tasas de interés, incluido el Perú, y que no se emplean oficialmente por el banco central. Por ejemplo, para Chile, Lefort y Walter (2000), y Herrera y Magendzo (1997), utilizan el modelo de Nelson-Siegel. Para Colombia, Arango, Melo y Vásquez (2002), utilizan el modelo de Nelson-Siegel y McCulloch, mientras que Julio, Mera y Revéiz (2002) utilizan el modelo de Fischer-Nychka-Zervos. De otra parte, Molinare (2002) estima la estructura de tasas de interés para Chile empleando cuatro modelos: Nelson-Siegel, Svensson, Waggoner (1997) y Vacisek (1977); y encuentra que el modelo que tiene mejor desempeño es el de Svensson.

[12] Peacock (2004) deriva además expectativas de tasas de interés.

Para el Perú, no se ha reportado a la fecha trabajos de estimación de la curva de rendimiento para el uso de análisis monetario. Rieckhof (1999) propone el empleo de un modelo de ajuste polinomial de la función de descuento para estimar la curva de rendimiento en soles, aunque sin éxito por la falta de datos; Rodríguez y Villavicencio (2005) estiman la curva de rendimiento en soles mediante el modelo de Nelson & Siegel para analizar el proceso de formación de dicha curva; y SBS (2005) propone el modelo de Svensson para estimar las tasas *spot* de las emisiones en soles que sirvan de referencia para valorizar las carteras de valores de los inversionistas institucionales. Ninguno de los trabajos anteriores reportan estimaciones de tasas *forwards,* vector de parámetros estimados, criterios de selección y validación de los modelos empleados.

3. Metodología de Estimación

3.1 Ecuación de Precios de los Bonos

La estimación de la curva de rendimiento tanto en su versión de Nelson & Siegel como de Svensson implica resolver ciertas cuestiones prácticas. En la mayoría de mercados en desarrollo, incluido el Perú, los bonos se cotizan en términos de su tasa de rendimiento *(yield to maturity)* mientras que en los países desarrollados (por ejemplo USA e Inglaterra) los bonos se cotizan en términos de sus precios.

Los precios (de mercado) de los bonos que se cotizan en mercados desarrollados[13] (que se pueden ver en *Bloomberg*) por convención son precios "limpios", esto es, no incluyen los intereses corridos que han sido devengados desde el pago del último cupón pero, dada la naturaleza discreta de los pagos, todavía no se han cobrado.

El precio limpio elimina el efecto de los intereses corridos (que aumentan cada día) y permite analizar el efecto sobre el precio de los movimientos en la estructura temporal de las tasas de interés. El valor de mercado de un bono o precio "sucio" *(P)* se expresa como:

$$P = \frac{1}{(1+y)^{u/v}}\left[\left[\sum_{k=0}^{n}\frac{C}{(1+y)^{k}}\right]+\frac{F}{(1+y)^{n}}\right] \quad , \tag{6}$$

donde P es el precio sucio o valor de mercado, F el valor nominal del bono, y la tasa de rendimiento del bono por período (si es semestral $y = y_a/2$ donde y_a es la tasa de rendimiento anual), C el pago de cupón por período (si es semestral $C = c * F/2$ donde c es la tasa cupón anual), n el número de períodos completos hasta el vencimiento del bono que es igual al

[13] Por ejemplo, los bonos públicos peruanos, Globales o Brady emitidos en dólares, que se cotizan en la Bolsa de Valores de Nueva York. El programa de Excel en sus fórmulas asume que el precio se refiere al precio limpio.

número de cupones que faltan pagar menos 1, u el número de días corridos entre la fecha de cierre de la transacción hasta el día de pago del próximo cupón, y v el número de días corridos desde el pago del último cupón hasta la fecha de pago del próximo cupón (días del período).

Los intereses corridos *(IC)*[14] se calculan de la siguiente manera: $IC = C * (v - u)/v$

3.2 Definición de la Función Objetivo

Se utilizan 4 versiones de la función objetivo (F.O.) para estimar los modelos de Nelson & Siegel y Svensson (1 sin ponderar y 3 ponderadas):

F.O. Minimización de precios sin ponderar: $Min \sum_{i=1}^{n} [P_i(b) - P_i]^2$

F.O. Minimización de precios ponderados (3 versiones): $Min \sum_{i=1}^{n} [(P_i(b) - P_i).W_i]^2$

1). V1: $W_i = 1/[D_i/(\sum 1/D_i)$ (ponderación propuesta por Bliss, 1994)
2). V2: $W_i = 1/D_i^*$ (reportada por Bank of England en BIS, 2005)
3). V3: $W_i = 1/(P_i D_i^*)$ (reportada por Banco de Bélgica en BIS, 2005)

$P_i(b) - P_i = \varepsilon_i$ (error de estimación), $i = 1, \dots \dots \dots, n$

donde D_i es la duración de Macaulay[15], D_i^* la duración modificada, P_i el precio del bono, $P_i(b)$ el precio estimado dado los valores del vector de parámetros, y n el tamaño de la muestra.

Por definición de duración modificada:

$$\mathrm{D_i^*} = \frac{\mathrm{D_i}}{(1+\mathrm{y})} \quad . \tag{7}$$

Se puede establecer la siguiente relación[16],

[14] El cómputo de los días corridos se realiza considerando un mes de 30 días y un año de 360 días.

[15] La duración de Macaulay es una medida de maduración del bono ponderada por su flujo de efectivo (cupones más valor facial). En el caso de un bono cupón cero su maduración es igual a su duración de Macaulay. A diferencia de la duración de Macaulay, la duración modificada no se mide en años (o periodos) sino que mide el cambio porcentual del precio del bono ante variaciones pequeñas de su tasa de rendimiento. Generalmente, los precios de los bonos de mayor maduración son más sensibles a variaciones en su tasa de rendimiento.

[16] Esta relación es válida para cambios pequeños en *yields*. Si los cambios son mayores se debe ajustar por convexidad. La relación general es: $\Delta\%P = -D^* dy + [1/2. Convexidad. (dy)^2] + error; donde\ dy = y_t - y_{t-1}$.

$$\frac{dP_i}{dy}.\frac{1}{P_i} = -D_i^* \, . \qquad (8)$$

La ecuación (8) nos dice que la elasticidad precio del bono respecto a su tasa de rendimiento *(y)* es directamente proporcional a su duración (de Macaulay o duración modificada). En tanto la duración siempre es positiva, la elasticidad precio de un bono es negativa. Tal como se muestra en las ecuaciones (7) y (8) las diferentes ponderaciones propuestas se relacionan entre sí.

El objetivo de minimizar una función objetivo de errores de precios ponderados es mejorar el ajuste de los rendimientos de la muestra (*yields),* fundamentalmente del tramo corto de la curva de rendimiento. Ello debido a que errores grandes en los rendimientos de corto plazo no afectan significativamente los precios de los bonos en dicho tramo (y por tanto sus errores), por lo que una minimización de errores en precios genera un sobre ajuste de los rendimientos de largo plazo (en tanto pequeños errores de éstos generan errores grandes en precios) y un pobre ajuste en los rendimientos de corto plazo (cuyos errores afectan menos los errores de la función objetivo de precios).

En ese sentido, las ponderaciones propuestas para la función objetivo de precios buscan “corregir” los errores o residuos de estimación usando como ponderador de los precios el inverso de su duración, duración modificada, o alguna función de ellas[17]. Con ello, errores en las tasas de rendimiento tendrían un efecto similar en la función de minimización de precios, logrando con ello que la curva de rendimiento estimada mediante la minimización de los errores de los precios ponderados se aproxime a la que se obtiene mediante la minimización directa de los errores de los *yields*[18]. Un mejor ajuste en las tasas de corto plazo de la curva de rendimiento permite obtener mejores estimados de las curvas *forward* de tasas de interés de corto plazo, que es una fuente importante de información para el banco central.

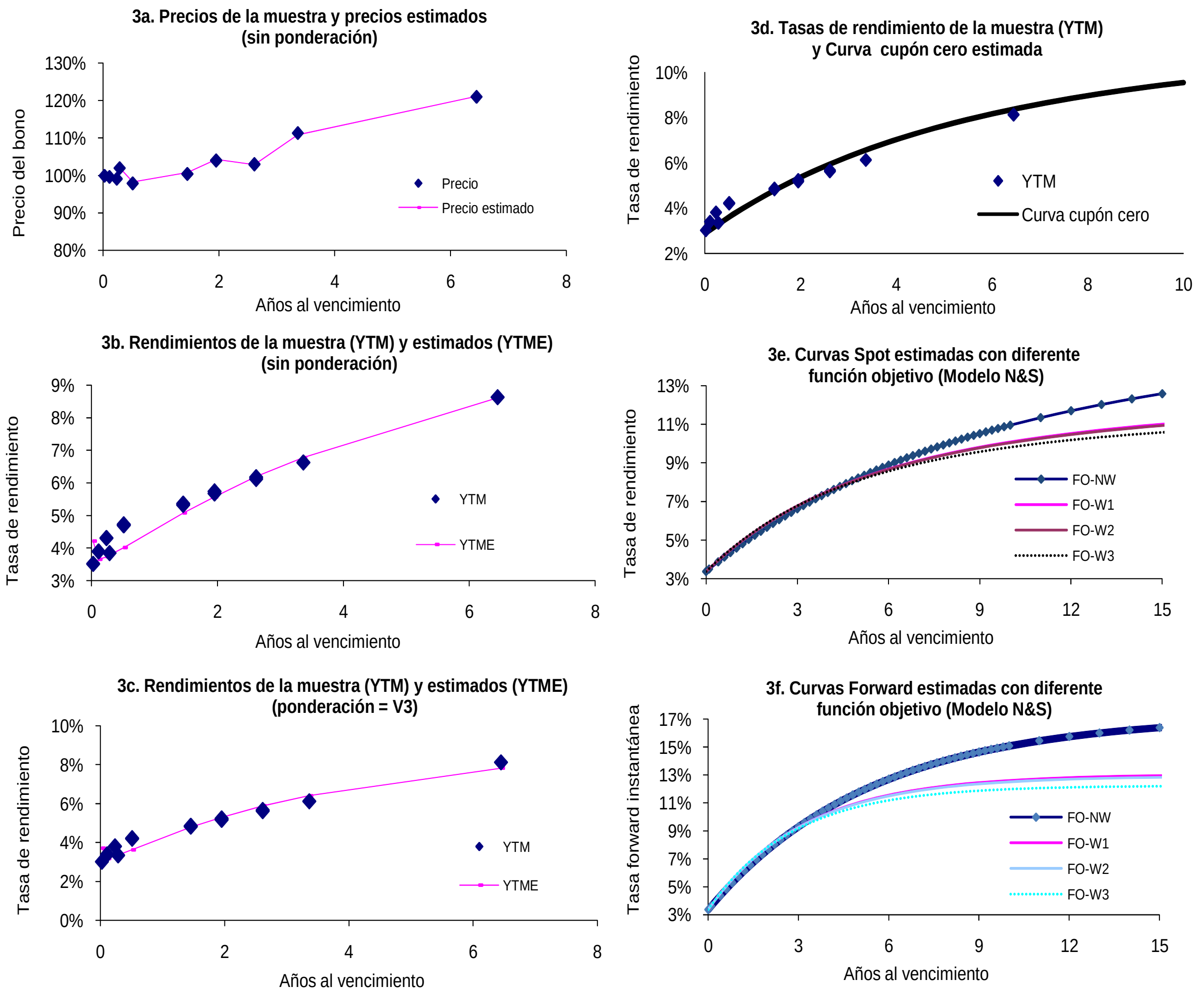
Por ejemplo, el ajuste de la función objetivo de precios de bonos del mercado peruano (con datos del 28-2-2005) usando el modelo de Nelson & Siegel se muestra en el gráfico 3a. El ajuste de precios es bastante bueno, pero si vemos el ajuste correspondiente a los rendimientos en el gráfico 3b. (ajuste sin ponderar), se observa que en el tramo corto de la curva el ajuste es menor. Sin embargo, si ponderamos la función objetivo con cualquiera de las ponderaciones propuestas en este trabajo (por ejemplo con $W = 1/(PD)$), el ajuste de las tasas (implícitas en los precios estimados) mejora, tal como se aprecia en el mismo gráfico 3c.

[17] Recuérdese que la variación del precio del bono (y por tanto de sus errores de estimación) ante un cambio en el *yield* depende directamente de su duración, duración modificada, y el precio del bono.

[18] BIS (2005). Cabe señalar que la elección de la función objetivo es independiente del modelo de estimación utilizado, sea paramétrico o no paramétrico.

Si en vez de utilizar ponderaciones para la función objetivo de los precios, se realiza directamente la minimización de las tasas de rendimiento obtenidas en la muestra, el resultado es similar a la minimización de la función objetivo de los precios ponderados, pero este método tiene el inconveniente que incrementa los requerimientos computacionales para estimar los parámetros[19]. En el gráfico 3d. se puede apreciar la relación entre la muestra de tasas de rendimiento obtenidas del mercado secundario de bonos para el día 28-2-2005 y su correspondiente curva *spot* o curva de rendimiento cupón cero estimada a partir de dicha muestra. Asimismo, se grafican las curvas *spot* de tasas de interés (gráfico 3e.) y las curvas *forward* instantánea (gráfico 3f.) para los métodos propuestos.

Gráfico 3. Estimación de la curva de rendimiento para 28-2-2005 con distintas ponderaciones



Fuente: Estimaciones propias.

[19] La minimización de *yields* implica un paso adicional en el proceso de cálculo ya que una vez calculados los precios estimados (y sus parámetros respectivos) hay que realizar el cálculo de los *yields* estimados mediante el procedimiento de Newton-Raphson, y evaluar si estos *yields* minimizan la función objetivo. Si no lo hace, se continúa hasta que la función objetivo se minimiza de acuerdo a los criterios de convergencia establecidos.

3.3 Restricciones a la Función Objetivo y Valores Iniciales

La minimización de la función objetivo, tanto para estimar el modelo de Nelson & Siegel como el de Svensson, está sujeta a las siguientes restricciones:

$\beta_0 + \beta_1 = i_{t=0}$ ($i_{t=0}$ es la tasa interbancaria *overnight*),

$i_{t=0} > 0$ (tasa interbancaria *overnight* positiva),

$i_{t=\infty} = \beta_0 > 0$ (tasa de interés de largo plazo positiva),

$f_t \geq 0$ (tasa *forward* no negativa).

Para estimar el modelo de Nelson & Siegel se toma como valores iniciales de los parámetros (b), los siguientes valores:

β_0 = *yield* del bono de mayor plazo,

$\beta_1 = i_{t=0} - \beta_0$,

β_2 = positivo o negativo de acuerdo a la forma de la curva,

$\tau_1 = 2$.

Para la estimación del modelo de Svensson se toma como valores iniciales los parámetros obtenidos en la estimación de Nelson & Siegel y se asume además: β_3=0 y τ_2 =1.

3.4 Selección de modelos

La experiencia de los países reseñados en la sección 2 del presente trabajo, muestran que la elección de un modelo determinado para estimar las curvas cupón cero no debe realizarse *a priori* , sino que debe basarse en ciertos criterios de selección, de tal manera, que se elija el modelo que proporcione el mejor desempeño no sólo para una fecha en particular sino durante un período de tiempo adecuado. Anderson y Sleath (2001), proponen los siguientes criterios de desempeño.

- Suavidad de la curva (*smoothness*): el objetivo es obtener estimados de las expectativas de tasas de interés antes que una valuación precisa de los bonos. Se prefiere además un mejor ajuste.
- Flexibilidad: el método debe capturar los movimientos de la curva, principalmente en el corto plazo, que es el más sensible a las expectativas.
- Estabilidad: la curva no debe variar de manera significativa ante cambios pequeños en los datos correspondientes a un bono de un plazo en particular.

Se evalúa las características de las estimaciones de la curva de rendimiento para el Perú usando los modelos paramétricos de Nelson & Siegel (1987) y el modelo de Svensson (1994), utilizando la función objetivo de precios sin ponderar y con las tres ponderaciones de la función objetivo mencionadas anteriormente. La data usada va de enero de 2004 a setiembre de 2005, sumando 42 días. Dada la escasa negociación diaria de bonos en el mercado secundario entre enero de 2004 hasta agosto de 2005 se estima sólo un día por mes (se escoge el día con mayores transacciones), y en setiembre de 2005 se realizan estimaciones diarias por 22 días.

El período de estimación utilizado permite observar cómo se comportan ambos modelos cuando la data es incompleta debido a falta de emisiones de bonos para ciertos tramos de la curva de rendimiento o debido a una escasa negociación de los bonos en el mercado secundario, lo que es característica de la mayoría de países de la región.

Se usan dos indicadores para medir el ajuste de los datos: el error absoluto medio (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE), que se definen de la siguiente manera:

$$MAE = \sum_{i=1}^{n} |\varepsilon_i| / n \ , \tag{9}$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2} \ , \tag{10}$$

donde $\varepsilon_i = P_i(b) - P_i$. En el cuadro 2 se muestra los resultados de la estimación. El MAE y el RMSE indican claramente que el ajuste de los *yields* (implícitos en los precios estimados) mejora cuando se utiliza las distintas ponderaciones para la función objetivo. Lo contrario ocurre con el ajuste de los precios que es mejor cuando no se pondera la función objetivo.

Cuadro 2. Errores de estimación de los modelos: MAE y RMSE

MAE				
Modelo	**F.O sin ponderar**	**Función Objetivo Ponderada**		
		V1	**V2**	**V3**
Ajuste Precios				
N & S	0.19%	0.21%	0.21%	0.20%
Svensson	0.14%	0.15%	0.15%	0.15%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.12%	0.11%	0.10%	0.10%
Svensson	0.07%	0.06%	0.06%	0.06%

RMSE				
Modelo	**F.O sin ponderar**	**Función Objetivo Ponderada**		
		V1	**V2**	**V3**
Ajuste Precios				
N & S	0.27%	0.33%	0.33%	0.32%
Svensson	0.23%	0.25%	0.25%	0.25%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.17%	0.15%	0.15%	0.15%
Svensson	0.11%	0.09%	0.09%	0.09%

V1,V2 y V3 son las ponderaciones presentadas en la sección 3.2

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 3 se calculan los mismos indicadores del cuadro 2, pero sólo para el tramo corto de la curva de rendimiento, esto es, para un plazo de hasta 2 años. Se puede apreciar que el ajuste de los modelos con una función objetivo ponderada siempre es mejor, tanto en precios como en rendimientos (implícitos), que el modelo sin ponderar.

Cuadro 3. Errores de estimación de los modelos solo del tramo corto (0-2 años): MAE y RMSE

MAE				
	F.O	Función Objetivo Ponderada		
Modelo	sin ponderar	V1	V2	V3
Ajuste Precios				
N & S	0.10%	0.07%	0.07%	0.08%
Svensson	0.05%	0.04%	0.04%	0.03%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.18%	0.15%	0.14%	0.13%
Svensson	0.10%	0.06%	0.06%	0.06%

RMSE				
	F.O	Función Objetivo Ponderada		
Modelo	sin ponderar	V1	V2	V3
Ajuste Precios				
N & S	0.14%	0.10%	0.10%	0.11%
Svensson	0.08%	0.06%	0.06%	0.06%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.24%	0.19%	0.18%	0.18%
Svensson	0.15%	0.11%	0.11%	0.11%

V1,V2 y V3 son las ponderaciones presentadas en la sección 3.2

Fuente: Elaboración propia.

En general, se aprecia en los cuadros 2 y 3 que el error de estimación promedio del modelo de Svensson (en sus distintas especificaciones de función objetivo) es menor que el de Nelson & Siegel. Así, el MAE del ajuste de *yields* de Svensson usando ponderaciones es de 6 puntos básicos[20] (pbs.) (versus 10 puntos básicos aproximadamente de Nelson & Siegel), mientras que en términos de ajuste de precios dicho error es de 15 pbs. (esto es 15 centavos por cada 100 soles), versus 21 pbs. de Nelson & Siegel para las versiones ponderadas. El ajuste de los *yields,* si sólo se considera el ajuste del tramo corto de la curva de rendimiento (entre 0 y 2 años), es mayor para el modelo de Svensson, tanto en términos del MAE y del RMSE. Así, en este caso el MAE de las *yields* es 6 pbs. versus 14 pbs. promedio de Nelson & Siegel para las versiones ponderadas, observándose que comparado con el MAE total del tramo corto y largo, los errores de estimación del tramo corto de Nelson & Siegel son mayores (el MAE aumenta de 10 a 15 puntos básicos).

Sin embargo, si tomamos en cuenta factores tales como estabilidad de parámetros y tiempo de estimación, la elección del método de Nelson & Siegel o Svensson, *a priori* no es clara. El modelo de Svensson es más sensible a la falta de datos o a la calidad de los mismos que el

[20] Un punto básico (pbs.) equivale a 1/100 puntos porcentuales. Así, 50 pbs. equivale a medio punto porcentual.

modelo de Nelson & Siegel (sobre todo de la tasa de largo plazo β_0). El método de Nelson & Siegel converge por lo general más rápido y en menos tiempo que el de Svensson, que a veces necesita cambiar los valores iniciales para que converja, aunque su bondad de ajuste es mayor.

En lo que se refiere a la forma funcional de la función objetivo, es preferible el modelo de ajuste de precios con errores ponderados (que equivale a ajustar los *yields* directamente). Asimismo, no hay diferencia sustancial entre los 3 métodos de ponderación propuestos para la función objetivo, (basada en la inversa de las duraciones de cada bono), pues permite un mejor ajuste de los *yields* (implícitos) del tramo corto de la curva de rendimiento.

La inestabilidad de los parámetros estimados aumenta por la escasez de datos para ciertos tramos de la curva o si éstos no son de buena calidad -por ejemplo por la presencia de *outliers* debido a bajos montos de negociación de determinados bonos-, siendo mayor este problema si hay escasez de bonos de largo plazo (que afecta β_0), por lo que no es recomendable extrapolar la curva para plazos fuera de la madurez máxima (*out of sample forecasting*). Ante la ausencia de datos, el modelo de Nelson & Siegel es preferible al presentar una mayor estabilidad en sus parámetros. Sin embargo, si se cuenta con una muestra suficiente (sobre todo del tramo corto de la curva) el modelo de Svensson va a recoger mejor las expectativas de tasas del mercado.

Conforme se mejora la disponibilidad de datos de bonos es posible evaluar en el futuro nuevas estimaciones de la curva de rendimiento usando modelos tipo *spline* y la conveniencia de migrar hacia nuevos modelos de estimación, tal como sucedió con Suecia y el Reino Unido que abandonaron el modelo de Svensson (ver cuadro 1). Anderson y Sleath (2001) documentan las razones por la que el Bank of England emigró hacia modelos *spline* para la estimación de la curva de rendimiento.

4. Estimación de la Curva de Rendimiento y de Expectativas de Tasas de Interés Interbancarias para el Perú

4.1 Mercado de Bonos y Mercado Secundario en el Perú

El mercado de deuda pública o soberana sirve de referente para construir la curva de rendimiento para las tasas de interés, a partir de las cuales es posible derivar las curvas de rendimiento para emisores privados una vez estimada su prima por riesgo crediticio. Durante la década de los noventa, las emisiones de deuda pública en soles de largo plazo (a tasa fija) eran inexistentes en el Perú debido al elevado riesgo de inflación percibido por los agentes y el incipiente desarrollo del mercado de capitales. Como consecuencia de ello, las emisiones públicas y privadas, se daban principalmente en dólares o en soles indexados a la inflación (denominados bonos de Valor Actual Constante o bonos VAC), limitándose las emisiones en soles nominales a plazos menores a dos años. A partir de la segunda mitad de los noventa el mercado de capitales se ve favorecido por la mayor presencia de inversionistas institucionales (administradoras de fondos de pensiones, fondos mutuos y compañías de seguros) y por las mejoras en las condiciones macroeconómicas, principalmente por la reducción sostenida de la tasa de inflación.

En 2001 empiezan las primeras emisiones de deuda pública doméstica en soles a tasa fija aunque a plazos menores a 3 años, así como deuda en dólares e indexada a la inflación a plazos mayores. En el caso de la deuda pública en dólares, ésta principalmente estaba dada en el mercado internacional y bajo la forma de créditos. En 2002 el gobierno peruano emitió bonos en el mercado internacional denominados en dólares (bonos globales) luego de una larga ausencia siendo la última vez que realizó una emisión pública internacional en 1928.

En 2003, se crea el denominado Programa de Creadores de Mercado del Ministerio de Economía y Finanzas, bajo el cual se establecen las condiciones para las emisiones domésticas de la deuda soberana, tanto en soles como en soles VAC, con el fin de permitir el desarrollo de un mercado secundario de la deuda pública.

En esta línea, el primer bono que se emitió bajo el mencionado Programa fue en soles a un plazo original de 2 años. La curva en soles fue ampliándose progresivamente, con emisiones hasta el 2004 de bonos a plazos no mayores de 7 años. A partir del 2005 los plazos de los bonos en soles empiezan a aumentar de manera significativa, emitiéndose en dicho año, bonos a plazos de 10, 11, 12, y 15 años. En mayo de 2006 se emitió un bono a 20 años (con vencimiento en agosto de 2026), el cual se emitió en mayo de 2006. En julio de 2007 se emitió el bono de mayor plazo vigente en soles con un plazo de vencimiento de 30 años (con vencimiento en agosto de 2037) a una tasa cupón de 6,90 por ciento anual. El alargamiento del plazo de las emisiones son de especial utilidad para desarrollar el mercado de préstamos hipotecarios y corporativos de largo plazo[21].

Respecto, a las emisiones de bonos soberanos en soles indexados (denominados bonos VAC), en el 2002 se emitió el primero de estos bonos a un plazo original de 7 años. En el 2004 se emitieron bonos para plazos originales de 10, 12, 15 y 20 años y en enero de 2005 se emitió un bono a 30 años (que vence en enero de 2035). En noviembre de 2006 se emitió el bono indexado de mayor plazo a 40 años (que vence en agosto de 2046).

[21] En el periodo muestral usado para la selección del modelo el bono de mayor plazo era de 10 años. Perú fue el segundo país de la región, después de México, de contar con un bono en moneda doméstica a tasa fija a 30 años.

4.2 Resultados

Se estima la curva de rendimiento cupón cero soberana en soles a partir de la data de bonos nominales del gobierno peruano (Bonos del Tesoro Público-BTP) y Certificados de Depósito del Banco Central (CDBCRP), con vencimientos residuales mayores a un día.

La información de bonos del gobierno corresponde a los rendimientos al vencimiento (*yield to maturity)* cotizados en el mercado secundario reportados diariamente por Datatec. Las cotizaciones que se usan corresponden a operaciones cerradas, aunque se pueden incluir para la estimación las propuestas de compra-venta (*bid-offer)* de bonos del gobierno (con un *spread* máximo entre ellas de 100 pbs.) ante la ausencia de cotizaciones cerradas en el mercado secundario. Al respecto, cabe señalar que el Programa de Creadores de Mercado garantiza que diariamente se realicen propuestas de compra-venta de los bonos soberanos, las que sirven de referencia de las cotizaciones en caso que no se cuente con transacciones cerradas.

En el caso de los CDBCRP, la información que se toma corresponde a los rendimientos de emisiones primarias (que se realizan de manera periódica en las operaciones de retiro de liquidez del banco central) y del mercado secundario que sirven para completar la data cuando no existen emisiones en el mercado primario. Los CDBCRP son instrumentos cupón cero y se emiten principalmente a corto plazo -aunque también se emiten hasta plazos de 3 años-. Eventualmente en caso de ausencia de información para estos instrumentos se pueden incluir cotizaciones *bid-offer* y también las tasas de operaciones de reporte (repos) que utiliza el Banco Central para inyectar liquidez al sistema financiero.

Como punto inicial de la curva se utiliza la tasa *overnight* interbancaria promedio del sistema bancario[22]. La función objetivo utilizada, para la estimación de la curva de rendimiento, se basa en la minimización de los precios de mercado (o precios "sucios") que se calculan a partir de la muestra de rendimientos anuales de la muestra[23]. Una vez estimados los parámetros de los modelos, sea Nelson & Siegel ó Svensson, es posible obtener de manera directa las tasas *spot* o *forward* instantánea (a 1 día) para cualquier plazo deseado[24]. Sin embargo, sólo se debe usar las tasas estimadas para los plazos comprendidos entre la tasa interbancaria *overnight* y el bono de

[22] En caso existan tasas a un día de instrumentos del Tesoro o del Banco Central de emisiones primarias, mercado secundario u operaciones repo, es preferible tomar estas tasas (en dicho orden) sobre todo en períodos de iliquidez en los mercados monetarios.

[23] La curva se estima usando el programa VBA de Excel. El programa de Excel calcula el precio limpio dado el *yield* anual. Para el cálculo de la duración de Macaulay, Excel necesita la tasa cupón, el precio limpio y el valor facial. El número de años se calcula asumiendo un mes de 30 días y un año de 360 días.

[24] Existe una relación matemática entre dichas tasas para ambos modelos.

mayor plazo de la muestra[25], debido a que la extrapolación de la data genera tasas *spot* inestables que se incrementa con el plazo.

A partir de la curva estimada, se calcula las tasas *forward* a un día (*forward* instantánea), lo que a su vez determina las tasas interbancarias esperadas luego de ajustar las tasas *forwards* por un componente de prima por liquidez. Este ajuste se realiza a lo largo de todos los plazos, debido a que a diferencia de lo señalado por Svensson (1994), en el caso peruano las tasas *forward* de corto plazo también tienen un sesgo que debe ser corregido.

Manner (2005)[26] estima la prima por liquidez para el Perú para la tasa *forward* a un día para diferentes plazos y reporta primas estimadas entre 70 y 270 puntos básicos para la tasa de interés entre 3 meses y 30 meses. La data utilizada para la estimación es mensual entre junio 2003 y octubre 2005.

Para nuestro análisis, vamos a estimar la prima por liquidez basados en el promedio de los errores de predicción entre las tasas *forward* instantánea estimadas y las tasas observadas (para un periodo de proyección de 36 meses), con datos mensuales obtenidos entre el 2005 y 2007, complementadas con la prima que se deriva de las encuestas de expectativas de tasas de interés que el banco central realiza a los agentes económicos con periodicidad mensual. Estas encuestas, sin embargo, sólo reportan expectativas para uno, dos, tres meses adelante, y para diciembre del año de la encuesta y del año siguiente.

Estimaciones preliminares usando la data de encuesta de expectativas de tasas de interés realizadas por el banco central muestran que en el periodo analizado el error de expectativas (que es la diferencia entre la tasa esperada por el mercado y la tasa observada) es negativo. Si usamos este error como una *proxy* para la prima por riesgo, entonces la prima por liquidez estimada bajo esta forma es mayor a la que resulta del uso del error de predicción de la tasa *forward* como proxy de la prima por liquidez (tasa *forward* menos la tasa observada). Este resultado, sin embargo, está altamente influenciado por el periodo analizado caracterizado por periodos de tasas estables y alzas de tasas no esperadas por los agentes.

Con esta información se estima una prima por liquidez para la tasa *forward* a un día para plazos menores a 3 años en un rango de 0-200 puntos básicos, y para un año entre 0 y 80 puntos básicos. Se observa que en los últimos años el error de expectativas de las encuestas han ido decreciendo (ver cuadro 4), por lo que para nuestro cálculo de la prima se usa la data disponible

[25] Como es práctica entre los bancos centrales. Ver: BIS (2005).
[26] p. 9.

más reciente de estos errores así como la información que proporciona el error de predicción de las tasas *forward*[27].

Cuadro 4. Prima estimada para la tasa interbancaria *forward overnight* 1/

Mes	2005	2006	2007	Estimada
1	0.21%	0.18%	0.11%	0.1%
2	0.52%	0.30%	0.22%	0.1%
3	0.59%	0.41%	0.32%	0.2%
4	0.64%	0.45%	0.39%	0.3%
5	0.68%	0.76%	0.42%	0.4%
6	0.81%	0.89%	0.47%	0.4%
7	0.63%	0.55%	0.53%	0.5%
8	0.60%	1.01%	0.56%	0.6%
9	0.43%	1.35%	0.88%	0.6%
10	0.81%	1.45%	1.01%	0.7%
11	0.52%	1.75%	0.99%	0.8%
12	1.86%	1.69%	1.00%	0.8%

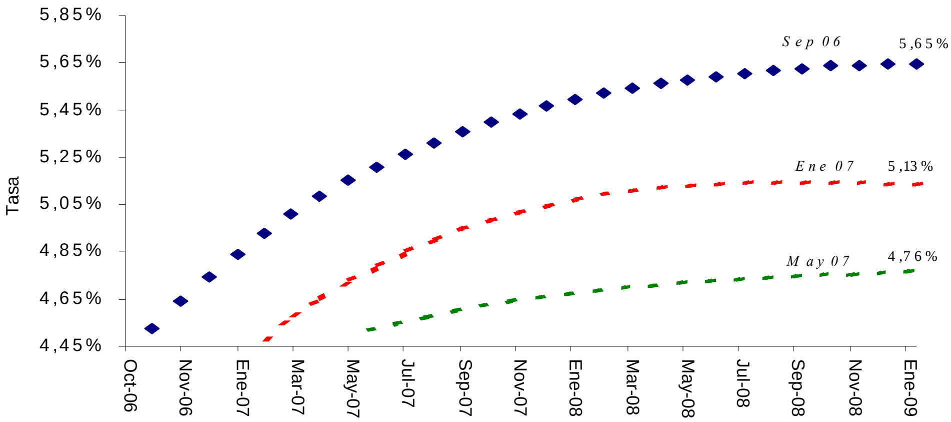
1/ Estimada a partir de la diferencia entre la tasa forward interbancaria a un día de la curva de rendimiento y la tasa interbancaria esperada tomada de encuestas de expectativas del BCR entre el 2005 y 2007. La tasa forward a un día es estimada usando el modelo de Nelson-Siegel.

Fuente: Estimaciones del autor.

Una primera estimación de las expectativas de tasas de interés interbancaria implicitas en la curva de rendimiento del mercado, fue publicada por el BCRP en el Reporte Inflación de Enero de 2007 (p. 77). Dicha estimación, al igual que la encuesta de expectativas de tasas de interés que el banco central realiza periódicamente, permiten extraer información relevante para las decisiones de política monetaria. En el Reporte de Inflación de Mayo dichas estimaciones mostraban que las expectativas para las tasas interbancarias futuras habían disminuido de manera sostenida entre setiembre de 2006 y mayo de 2007 (ver gráfico 4), y se esperaba que las tasas interbancarias aumenten para los próximos 20 meses en al menos 25 puntos básicos (de 4,50 que se encontraba en mayo de 2007 a 4,76 por ciento en enero de 2009).

[27] En el Anexo de Pereda (2009) se muestra un ejemplo de derivación de las tasas interbancarias esperadas a partir de la estimación de la curva *forward* implícita, así como la derivación de la curva *spot* implícita en una serie de tasas interbancarias *overnight* esperadas.

Gráfico 4. Tasa interbancaria *overnight* esperada [1/]



1/ Implícitas en la estructura temporal de las tasas de interés (yield curve).

Fuente: Reporte Inflación de Mayo, BCRP (p.21)

El 6 de julio de 2007 el BCRP acordó elevar la tasa de referencia en 25 puntos básicos -de 4,50 a 4,75 por ciento-, lo que estaba en línea con lo que el mercado esperaba. En julio de 2007, se inició un periodo de incertidumbre económica global originado por la crisis del mercado inmobiliario norteamericano, que generó movimientos en las condiciones de liquidez y riesgo de los mercados mundiales. Como resultado, las expectativas para las tasas de interés en general se volvieron más inestables, generando mayores retos de medición, particularmente de la prima de liquidez.

5. Conclusiones

El uso de la curva de rendimiento como herramienta para el análisis monetario es cada vez más popular entre los bancos centrales en la medida que permite extraer información sobre la trayectoria futura de tasas de interés que el mercado espera en el corto plazo. Los modelos de Nelson &Siegel y Svensson propuestos en el presente trabajo, tienen desempeño distintos si se les mide con base a criterios de bondad de ajuste, estabilidad de los parámetros estimados y tiempo de estimación.

En términos de bondad de ajuste de la muestra analizada, se encontró que los errores de estimación de los *yields* son menores cuando se utiliza como función objetivo cualquiera de las tres versiones ponderadas propuestas, los que son aún menores si éstos se calculan sólo para el tramo corto de la curva de rendimiento (que es el tramo relevante para el banco central). En general, los errores de estimación del modelo de Svensson son bastante aceptables y menores a los obtenidos mediante el empleo del modelo de Nelson & Siegel. Así, en términos del ajuste de *yields*, el modelo de Svensson -en cualquiera de las versiones ponderadas- tiene un error promedio absoluto (MAE) de 6 puntos básicos, y en términos de ajuste de precios dicho error es de 15 puntos básicos (esto es 15 centavos por cada 100 soles).

Sin embargo, el modelo de Svensson cuando existe escasa disponibilidad de datos o mayor volatilidad de los mismos, genera parámetros más inestables lo que se traduce en una mayor volatilidad de las tasas estimadas. De otro lado, en términos de facilidad de estimación, el método de Nelson & Siegel converge más rápido y en menos tiempo, mientras que el de Svensson puede tomar un tiempo mayor y a veces puede requerir probar con valores iniciales alternativos para que converja.

La elección del modelo de estimación va a depender por tanto de la disponibilidad de datos de cada país y el criterio de cada banco central, que juega un rol preponderante en el proceso de estimación.

Se recomienda empezar el proceso de estimación de la curva de rendimiento con el modelo de Nelson & Siegel, y luego utilizar los parámetros estimados como valores iniciales en la estimación del modelo de Svensson. Luego, se eligirá el modelo que presente el mejor ajuste (particularmente del tramo corto) y que muestre mayor estabilidad de los parámetros de un período a otro (en la medida que la volatilidad esté generada por ruidos y no por cambios en expectativas).

En el período analizado, se ha observado que los periodos de mayor inestabilidad de parámetros corresponde a aquellos en que no se cuenta con suficiente datos de bonos, por ausencia o iliquidez de éstos. En este sentido, hay que ser cuidadosos con el uso de las tasas de rendimiento estimadas (*spot* o *forward*) para los tramos de la curva en que no se cuenta con información de mercado, sobre todo para plazos de la curva mayores a la de los bonos de la muestra.

En la medida que el mercado de bonos soberanos se desarrolle, tanto en términos de mayores plazos como de liquidez en el mercado secundario, es posible mejorar la estimación de la estructura temporal de las tasas de intertés tanto *spot* como *forward*. De esta manera las aplicaciones de las tasas estimadas para la valoración de los instrumentos financieros como para el análisis monetario tendrán una mayor confiabilidad.

En el caso de que la curva de rendimiento se use con fines de análisis monetario para estimar las tasas interbancarias esperadas por el mercado para los próximos meses, se requiere contar no sólo con estimados de las tasas *forward* implícitas en el mercado de bonos, sino también de estimados de prima por liquidez. La prima estimada para la tasa *forward overnight* en el mercado peruano está en un rango de entre 0 y 200 puntos básicos para un horizonte de 3 años. Sin embargo, la prima de liquidez es variable y depende del grado de incertidumbre que existe en la economía, por lo que en épocas de estabilidad se espera que ésta disminuya y viceversa. En este sentido, los estimados de prima de liquidez deben ser actualizados permanentemente.

Referencias Bibliográficas

Anderson, N. y Sleath, J. (2001), "New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves", *Bank of England* Working Paper.

Arango, L.E., Melo, L.F. y Vásquez, D.M. (2002), "Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia", *Banco de la República*.

Banco Central Europeo (2004), "Extracting Information from Financial Asset Prices", *Monthly Bulletin*, 65-75.

BIS (2005), "Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation", *BIS* Paper **25**.

Blinder, A. (2004), *The Quiet Revolution*, Yale University Press.

Bodie, Z.., Kane, A. y Marcus, A.J. (1996), *Investments,* Irwin Mc Graw Hill, Fourth Edition.

Cox, J.C., Ingersoll, J.E.y Ross, S.A. (1985), "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica* **53 (2)**, 385-407.

Duffie, D. y Kan, R. (1996), "A Yield-Factor Model of Interest Rates", *Mathematical Finance* **6**, 379-406.

Estrella, A. y F. Mishkin (1996), "The Yield Curve as a predictor of the United States recessions", *Current Issues in Economics and Finance,* Federal Reserve Bank of New York.

Favero, C. (2000), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press.

Fisher, M., Nychka, D. y Zervos, D. (1995) "Fitting the Term Structure of Interest rates with Smooting Splines", *Finance and Economics Discussion Series*, **95-1**, Federal Reserve Board.

Frankel, J.A. y Lown, C. (1994), "An Indicator of Future Inflation extracted from the steepness of the Interest Rate Yield Curve along its entire length", *The Quarterly Journal of Economics*, May, 517-530.

Herrera, L.O., y Magendzo, I. (1997), "Expectativas Financieras y la Curva de Tasas Forward de Chile", Documento de Trabajo N° **23**, *Banco Central de Chile*.

Jamieson, D. y Gusba, S. (2002), "Exponential, Polinomials, and Fourier Series: More Yield Curve Modeling at the Bank of Canada", *Bank of Canada* Working Paper.

Julio, J.M., Mera, S.J. y Revéiz, A. (2002), "La curva spot (cero cupón): Estimación con splines cúbicos suavizados, usos y ejemplos", Lecturas en Finanzas N° **4**, *Banco de la República*.

Lefort, F. y Walker, E. (2000), "Caracterización de la Estructura de Tasas de Interés Reales en Chile", *Economía Chilena* **3 (2)**, 31-52.

Li, B., DeWetering, E., Lucas, G., Brenner, R. y Shapiro, A. (2001), "Merril Lynch Exponential Spline Model", *Merril Lynch* Working Paper.

Manner, H. (2005), "The term structure of interest rates and term premia in Perú", mimeo, BCRP.

Mc Culloch, J.H. (1971), "Measuring the Terms Structure of Interest Rates", *Journal of Business* **44**, 19-31.

Molinare, A. (2002), *Estructura y Dinámica de Tasas de Interés Reales en Chile: Información Contendida en los Pagarés Reajustables con Pagos en Cupones del Banco Central*. Pontificia Universidad Católica de Chile, Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería.

Nelson, C.R. y Siegel A.F. (1987), "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business* **60 (4)**, 473-489.

Peacock, Ch. (2004), "Deriving a market-based measure of interest rate expectations", *Bank of England Quarterly Bulletin*, Summer, 142-152.

Pereda, J. (2009), "Estimación de la curva de rendimiento para el Perú y su uso para el análisis monetario", Nota de Estudio N° **26**, BCRP (www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Notas-Estudios/2009/Nota-Estudios-26-2009.pdf)

Rieckhof, P. (1999), "Una Aproximación a la Estructura de Plazos de Tasas de Interés en el Mercado Financiero", mimeo, Superintendencia de Banca y Seguros.

Rodríguez, A. y Villavicencio, J.A. (2005), "La Formación de la Curva de Rendimientos en Nuevos Soles en el Perú", Documento de Trabajo **239**, PUCP.

Superintendencia de Banca y Seguros-SBS (2005), "Curvas Cupón Cero Soberanas: Manual Metodológico y de Procedimientos", Borrador para Discusión.

Svensson, L.E.O. (1994), " Estimating and Interpreting Forward Interest Rates" : Sweeden 1992-1994", *NBER Working Paper* **4871**.

Vasicek, O.A. (1977), "An Equilibrium Characterization of the Term Structure". *Journal of Financial Economics* **5 (2)**, 177-188.

Waggoner, D. (1997), "Spline methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices", WP Series, **97/10**, *Federal Reserve Bank of Atlanta*.

Apéndice

A. Algunos Conceptos Importantes

A.1 Tasa *Spot, Yield to Maturity* y Tasa *Forward*

Si bien la tasa de rendimiento al vencimiento (*yield to maturity*) de los bonos soberanos emitidos permiten tener una idea de las tasas de interés para diferentes plazos, dichos rendimientos no son en términos estrictos iguales a las tasas de interés y por tanto introducen un elemento de error de medición si se le emplea para la valuación de instrumentos financieros o para el análisis monetario.

En términos estrictos, la curva de rendimiento, se refiere a la estructura temporal de las tasas de interés *spot,* denominada tasa de interés de contado. La tasa *spot* o contado para un plazo T, corresponde a la tasa de rendimiento de una suma de dinero desembolsado en el período actual y pagada en el período T. Es equivalente al rendimiento de un bono cupón cero que vence en el período T [28].

Por su parte, la *yield to maturity* es el rendimiento promedio de un bono si éste se conserva hasta su vencimiento. A diferencia de la tasa *spot*, representa el rendimiento promedio no sólo del dinero desembolsado en el período inicial sino también de los cupones o sumas de dinero recibidos durante el período de vida del bono (efecto cupón). Es una tasa directamente observable en el mercado, o puede ser deducida a partir del precio del bono y su estructura de cupones.

Las tasas *spot*, a diferencia de los *yields*, raramente son observadas en el mercado, con la excepción de los bonos cupón cero y por lo general tienen que ser estimadas. Aún, si se contara con un número determinado de bonos cupón cero, no sería posible construir la curva de rendimiento de manera completa ya que ésta debe ser continua y las tasas *spot* de los bonos disponibles no cubrirían todos los plazos de la curva.

Además, de un número suficiente de instrumentos y plazos de bonos en el mercado, se requiere que éstos tengan un nivel de riesgo similar: llámese riesgo de crédito, de liquidez, cambiario, de tasa de interés, entre otros. La estandarización de los diferentes bonos, que los haga

[28] Un bono cupón cero es aquel que no paga cupón durante su vida, sólo paga al vencimiento su valor facial o nominal.

comparables entre sí, es condición necesaria para la construcción de la curva de rendimiento[29]. En este sentido, es posible construir distintas curvas de rendimiento atendiendo a características tales como: tipo de moneda (por ejemplo soles, dólares, soles indexados a la inflación), liquidez, riesgo de tasa de interés, entre otros aspectos. Así, los bonos con mayor liquidez se espera que tengan un menor rendimiento (mayor precio).[30]

La estimación de la curva de rendimiento cubre varias necesidades: la estimación de las tasas *spot* que no son observables en el mercado, la estimación de tasas *spot* para plazos que no existen en el mercado, y la posición actual de la estructura de tasas.

Otro concepto que es útil para nuestro análisis es la tasa de interés *forward* o a plazo. Dicha tasa es aquella que se pacta hoy día (o en un punto *t* en el tiempo) para un período que empezará en el futuro (T) y que tiene un plazo m[31]. Así, las tasas *forward* son indicadores de las expectativas de las tasas de interés *spot* en una fecha futura, T (por ejemplo la expectativa para la tasa interbancaria *overnight* que regirá en el mercado dentro de un año), lo que es una fuente de información relevante para el análisis monetario. Sin embargo, en la mayoría de países no existe un mercado *forward* de tasas de interés por lo que éstas tienen que deducirse de manera implícita a partir de las tasas *spot* de la curva de rendimiento.

Los conceptos de *yield to maturity*, precio de un bono, tasa *spot* y tasa *forward* están estrechamente vinculados. Cabe indicar, que por convención tanto la tasa *spot*, *yield to maturity,* y tasa *forward* se representan en términos de porcentaje anual (por ejemplo 3,5 equivale a 3,5 % anual ó 0,035).

La ecuación para el precio de un bono (P) se puede expresar como:

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} Cexp(-ytm.t) + Fexp(-ytm.m), \qquad A.1$$

[29] Los métodos que se plantean para estimar una curva de rendimiento consideran bonos estándar, que tienen una tasa cupón fija y un valor facial redimible al vencimiento (*bullet*). Dentro de la muestra no se deben incluir bonos redimibles antes del vencimiento (*callable bonds*), bonos con tasas de cupón variable, bonos con amortización parcial antes de la fecha de vencimiento, entre otros.

[30] Al igual que los bonos con mayor convexidad. La convexidad mide la sensibilidad del precio de un bono a variaciones en la tasa de interés. La convexidad es una característica deseable de un bono pues implica un menor riesgo de tasa de interés. Al respecto consultar Bodie, Kane y Marcus (1996). En sentido estricto, la estimación de la curva de rendimiento debería ajustarse por diferencias en dichos factores, llámese liquidez, convexidad, entre otros.

[31] En términos formales, la tasa de interés *forward,* $f(t,\tau,T)$*,* es un ticket que se compra en el período *t* (*settlement*) y que permite asegurar un interés a ser recibido desde el periodo τ hasta el período *T* (donde $T-\tau$, es el plazo de maduración *m* del instrumento y $\tau - t$, es el número de períodos contados desde el período actual, *t*, en que empieza a calcularse la tasa de interés). Usualmente por simplificación se considera $t = 0$ (como el período actual) y se representa como, $f(\tau, \tau+m)$.

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} [C/(1+ytm)^t] + F/(1+ytm)^m. \qquad A.2$$

A.1 usa una función de descuento continua y A.2 una función de descuento discreta. C es el cupón pagado por el bono en cada período, F es el valor facial o nominal del bono que se redime a su vencimiento, m es el número de períodos que restan para el vencimiento del bono, ytm es el rendimiento al vencimiento del bono o la tasa de retorno que iguala el valor presente de los cupones a su precio de mercado, y exp es la función exponencial.

El valor de mercado de un bono o su precio ("sucio") se puede expresar también de la siguiente forma, usando las tasas cupón cero o tasas *spot* (i) [32]:

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} Cexp(-i_t\, t) + Fexp(-i_m\, m). \qquad A.3$$

Esta fórmula (que por simplicidad se ha representado con una función de descuento continua) representa una condición de arbitraje, por lo que las variaciones en la estructura temporal de las tasas de interés deben afectar el precio del bono. Dado que el precio de un bono, *ceteris paribus*, aumenta con el paso del tiempo porque incorpora el pago del cupón devengado[33] en algunos mercados se muestra el precio "limpio" del bono que no depende del paso del tiempo sino solo de cambios en las tasas de interés.

Las tasas *spot* representan las expectativas de tasas de interés promedio de los agentes para diferentes plazos, a diferencia de la tasa de rendimiento (ytm) que es un promedio de las tasas *spot* ponderadas por sus cupones, siendo un indicador inexacto de la tasa de interés. De allí que sólo cuando el bono tiene cupón cero, la tasa *spot* coincide con la tasa de rendimiento.

La tasa *spot* por su parte para un plazo *n*, es igual al promedio (geométrico) de las tasas de interés esperadas desde el período 1 (f_1) hasta el período n (f_n). Si la curva cupón cero refleja

[32] En términos de la función de descuento, el precio del bono se representa como:

$P = \sum_{t=1}^{m-1} Cd_t + Fd_m,$ $\quad$ *donde*: d_m=exp[i(m;b)m]

[33] Por lo general, el pago de cupones de los bonos es semestral. En la fecha de pago del cupón, el precio de mercado (precio "sucio") cae pero el precio "limpio" no debe modificarse, salvo que las tasas de interés cambien.

la tasa promedio de interés (tasa *spot*) la curva *forward* refleja la tasa marginal[34]. En términos algebraicos, la relación entre la tasa *spot* y las tasas *forward* es la siguiente:

$$(1+i_n)^n = (1+f_1)(1+f_2)\ldots\ldots\ldots..(1+f_n), \qquad A.4$$

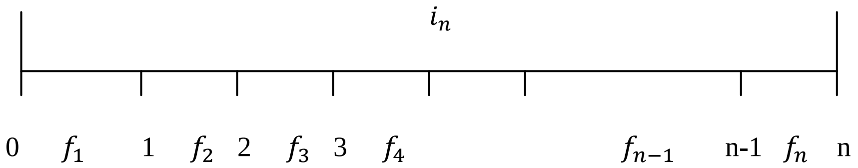
$$\text{ó} \quad (1+i_n) = [(1+f_1)(1+f_2)\ldots\ldots\ldots..(1+f_n)]^{\frac{1}{n}} \qquad A.5$$

La ecuación A.5 señala que la tasa *spot* es el promedio geométrico de las tasas forward, donde:

i_n = la tasa de interés anual para n años contados desde la fecha inicial $(año\ 0)$ hasta n.

f_n = la tasa de interés *forward* a un año vigente desde el año $n-1$ hasta el año n.

Gráfico A.1. Tasa *spot* y su relación con las tasas *forward*



Es evidente que en el período inicial (periodo 1) la tasa *forward* a un año (f_1) es igual a la tasa *spot* a un año (i_1):

$$(1+i_1) = (1+f_1)$$

En general, para períodos discretos la tasa *forward* (de un año) implícita en las tasas *spot*, se obtiene como:

$$f_n = \left[\frac{(1+i_n)^n}{(1+i_{n-1})^{n-1}}\right] - 1, \qquad A.6$$

donde, f_n es la tasa *forward* (pactada hoy) que rige desde el año $n-1$ hasta el año n[35].

---

[34] De manera similar a la relación que existe entre costo medio y costo marginal, se da la relación entre tasa *spot* y tasa *forward* de interés. La observación gráfica de la curva de rendimiento nos permite tener una idea general de la evolución futura de las tasas de interés (*forward*). Si la tasa *spot* tiene pendiente positiva (las tasas *spot* están subiendo) entonces las tasas *forward* también se están incrementando y viceversa.

[35] Si se desea calcular la evolución de la tasa forward en periodos mensuales (por ejemplo a 1 mes, 3 meses, 6 meses, 12 meses) y no en periodos anuales como en la fórmula anterior, se utiliza la siguiente fórmula:

$$f_{t,s,n} = [\frac{(1+i_n)^n}{(1+i_{n-s})^{n-s}}]^{\frac{1}{s}} - 1,$$

Si definimos la tasa de descuento (discreta) de una unidad monetaria recibida en el período n como:

$$d_n = \frac{1}{(1+i_n)^n}\ , \qquad A.7$$

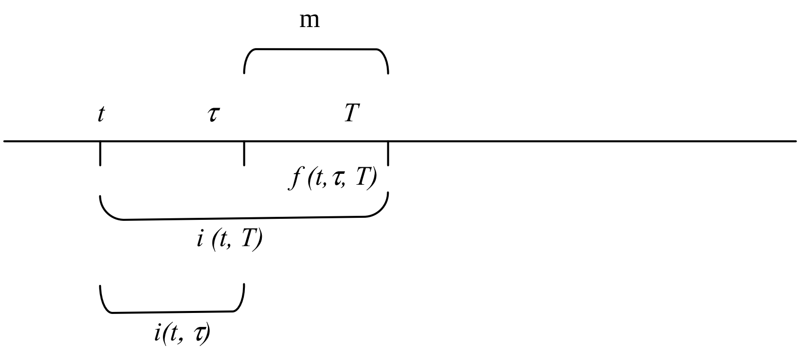
entonces, $f_n = (d_{n-1}/d_n) - 1.$ $\qquad A.8$

La tasa *forward* (en términos continuos) se representa como:

$$f(t,\tau,T) = \frac{i(t,T)(T-t) - i(t,\tau)(\tau - t)}{T-\tau}, \qquad A.9$$

que equivale al diferencial promedio ponderado de las tasas *spot* del período en que termina la vigencia del contrato, $i(t,T)$, y el período en que se inicia la vigencia del contrato, $i(t,\tau)$, y se lee como la tasa de interés que se pacta en t, con vigencia desde τ hasta T (período $T-\tau$).

Gráfico A.2. Tasa *forward* y su relación con las tasas *spot*



La tasa *forward* instantánea, en forma continua, se define como:

$$f(t,\tau) = \lim_{T \to \tau} f(t,\tau,T), \qquad A.10$$

que es la tasa *forward* cuando el período de maduración (m) tiende a cero (en la práctica se asume que m se mide en días).

---

donde t, s, n se miden en meses. Por ejemplo para calcular la tasa *forward* a 3 meses, $s = 3$; para la *forward* a 6 meses, $s = 6$; y para la *forward* a 1 año, $s = 12$.
La tasa $f_{t,s,n}$ se lee:"la expectativa en el periodo actual para la tasa a "s" meses medida desde el periodo "t" (periodo inicial) hasta ale periodo "n" (periodo final)", donde $n = t + s$.

La curva *forward* instantánea f_n es una herramienta usada en el análisis monetario como indicador de la evolución esperada por el mercado (hoy) para la tasa interbancaria *overnight* (un día de plazo) futura.

A.2 Tasa Interbancaria *Overnight* Esperada y Tasa *Forward* Instantánea

La curva de rendimiento, es cada vez más popular entre los bancos centrales como una herramienta que permite extraer las expectativas que tiene el mercado sobre la evolución futura de las tasas de interés de corto plazo (que es la tasa que el banco central tiene mayor control a través del mercado interbancario), a partir de la estimación de la curva *forward* instantánea o curva de tasas a plazo *overnight* (f_n).

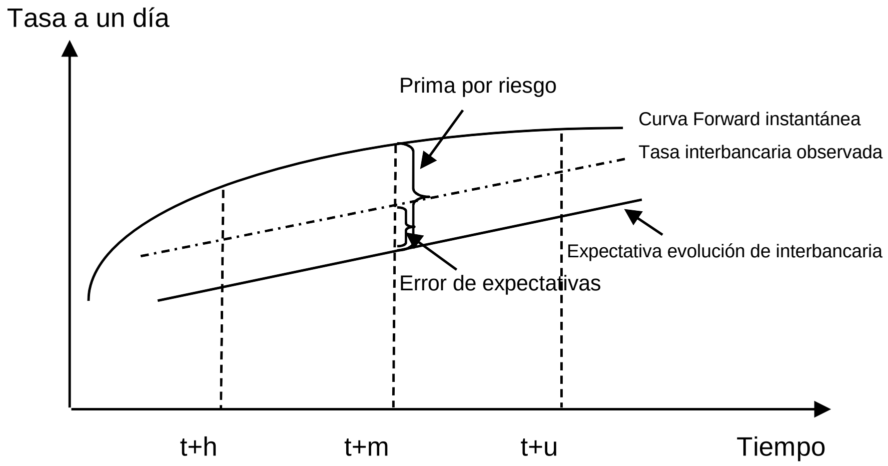
La Teoría de las Expectativas Puras de la curva de rendimiento sostiene que las tasas de largo plazo son el promedio de las tasas de corto plazo esperadas. Así, una curva de rendimiento con pendiente positiva indica que se espera tasas de corto plazo mayores en el futuro y una curva de rendimiento con pendiente negativa indica que se espera menores tasas de interés de corto plazo futuras. De acuerdo a esta teoría, si sabemos que las tasas *spot* son el promedio de las tasas *forward*, entonces las tasas de interés esperadas de corto plazo están dadas por la curva *forward*. Si definimos la expectativa en el período t para la tasa de interés a un plazo n (i_n) dentro de m períodos $(t+m)$, como $E_m(f_n)$, entonces de acuerdo a dicha teoría, la expectativa de tasas de interés a un plazo n, que estará vigente dentro de m períodos a partir del periodo actual (t), está dado por:

$$E_m(f_n) = f_n. \qquad A.11$$

La evidencia empírica, sin embargo, muestra que la Teoría de las Expectativas Puras no se cumple. Si se asume que en promedio los agentes no cometen errores sistemáticos en sus expectativas, entonces las tasas de interés esperadas deberían en promedio corresponder a las tasas observadas, y las primeras a las tasas forward. Sin embargo, las tasas *forward* observadas en el mercado como regla general no corresponden a las tasas efectivamente realizadas, siendo las primeras un estimador sesgado de las tasas observadas en el mercado con un error de predicción –diferencia entre la tasa *forward* y la tasa observada- creciente con el plazo de predicción[36].

[36] Por ejemplo, ver Blinder (2004), capítulo 3.

Gráfico A.3. Prima por riesgo y error de expectativas de la tasa *forward*



Una teoría alternativa propuesta para la curva de rendimiento y que es la que se emplea para el análisis monetario, es la Teoría de la Preferencia por Liquidez[37]. Esta teoría señala que las tasas de mayor plazo incorporan también una prima denominada prima por liquidez o prima por plazo (*term premia*) -además de las expectativas sobre la evolución de las tasas futuras- que sirve para compensar la pérdida de liquidez de aceptar una transacción a plazo y el mayor riesgo generado por la incertidumbre de la evolución futura de las tasas de interés[38]. Según esta teoría, una curva de rendimiento invertida indicaría que las tasas de rendimiento futuras esperadas son tan bajas en comparación con las tasas actuales que aún con la suma de una prima por riesgo positiva las tasas de rendimiento a plazo son decrecientes. Siguiendo este enfoque, la tasa de interés *forward es* igual a las tasa de interés esperada más una prima por liquidez o riesgo (*term premia*). Así:

$$tasa\ forward_{t+s} = tasa\ esperada_{t+s} + prima\ por\ liquidez_{s} \qquad A.12$$

Para fines de análisis monetario, el cálculo de la trayectoria de las tasas de interés esperadas *overnight* requiere de la estimación de la curva forward instantánea –a partir de la estimación de la curva de rendimiento- y de la prima por liquidez para cada plazo de la curva *forward overnight*[39].

37 Existen dos teorías alternativas para la forma de la curva de rendimiento: la Teoría de Segmentación del Mercado, y la Teoría del Habitat Preferido.

38 Se asume que los agentes económicos son adversos al riesgo y por tanto la prima por riesgo es positiva y creciente. Ello no ocurre con el error de expectativas, que puede ser positivo o negativo. Generalmente, en períodos de alzas de tasas de interés el error de expectativas tiende a ser positivo y en períodos de reducciones de tasas este error tiende a ser negativo. Asimismo, la prima por liquidez es variable y tiende a ser mayor en periodos de mayor volatilidad de tasas de interés.

39 Aquí hablamos de tasas *forward* y primas por liquidez de tasas *forward overnight* (a un día). Estrictamente existe una familia de tasas *forward* y una familia de primas por liquidez para cada plazo de las tasas *forward*. Igualmente, existe una relación entre la prima por liquidez de la tasa *forward* y la prima por liquidez de la tasa *spot*, así como existe una relación entre la tasa *forward* y la tasa *spot*.

Svensson (1994)[40], señala que las tasas *forward* instantáneas son un indicador válido de las expectativas sobre la evolución de las tasas de corto plazo, si tomamos un horizonte de proyección menor a 1 año. Sin embargo, para un horizonte de proyección mayor es necesario estimar la prima por liquidez para los diferentes plazos de las tasas de interés que permitan realizar el ajuste a las tasas *forwards* estimadas.

[40] Svensson (1994).