# Un Modelo de Equilibrio General con Dolarización para la Economía Peruana (Apéndice Técnico)

Paul Castillo[*], Carlos Montoro [†‡] y Vicente Tuesta[§]

**Banco Central de Reserva del Perú**
**Revista Estudios Económicos N° 17 (Junio 2009)**
www.bcrp.gob.pe/publicaciones/revista-estudios-economicos.html

## A El MODELO

En esta sección del apéndice técnico se muestran los detalles del modelo base, al cual se le incorporan los ingredientes de dolarización e intervención cambiaria de la sección 2 del texto principal. El modelo parte de una economía pequeña y abierta con dinero y rigideces nominales de precios, en línea con las contribuciones de Obstfeld y Rogoff (1995), Chari y otros (2002), Gali y Monacelli (2005), Christiano y otros (2005), Deveraux y otros (2006) y más autores. Para mantener el concepto de equilibrio general, el modelo base parte de una economía de dos países (H: doméstica y F: externa). Se obtiene la economía pequeña asumiendo que el tamaño de la economía doméstica tiende a cero en el límite de tal forma que no pueda afectar a la economía externa o mundial[1].

[*]Banco Central de Reserva del Perú: Jr. Antonio Miró Quesada 441, Lima 1, Perú. Teléfono: +511 613-2062. Correo electrónico: paul.castillo@bcrp.gob.pe.

[†]Banco Central de Reserva del Perú: Jr. Antonio Miró Quesada 441, Lima 1, Perú. Teléfono: +511 613-2060. Correo electrónico: carlos.montoro@bcrp.gob.pe

[‡]Autor de contacto.

[§]Deutsche Bank y CENTRUM-Católica: Jr. Miguel Dasso 104, piso 8, Lima 27, Perú. Teléfono: +511 219-6836. Correo electrónico: vicente.tuesta@db.com.

[1]De Paoli (2009), Castillo, Montoro y Tuesta (2006) y Felices y Tuesta (2007) adoptan la misma estrategia para analizar temas de política monetaria en economías pequeñas y abiertas. Por su parte, Galí y Monacelli (2005) modelan la economía pequeña y abierta considerando una economía mundial determinada por un continuo de economías pequeñas y abiertas.

La figura 1 resume el diagrama de flujos del modelo. En él existen individuos, firmas y empresarios. Los individuos realizan las decisiones de consumo y trabajo, las firmas producen y los empresarios acumulan el capital. También existe un sector financiero doméstico, un sector externo y el sector gobierno asociado a las políticas fiscal y monetaria.

Los **individuos o familias** consumen dos bienes transables. Estos bienes son sustitutos imperfectos y son producidos domésticamente o importados. A su vez, ellos reciben ingresos provenientes de las horas trabajadas en las firmas y de la participación en los beneficios de las firmas. Asimismo, los individuos ahorran comprando bonos en el sistema financiero doméstico o externo.

Existen **cuatro tipos de firmas** que operan en la economía doméstica[2]: a) productoras de bienes intermedios (mayoristas), b) productoras de bienes finales (minoristas), c) productoras de capital sin terminar y d) distribuidoras de bienes importados. Las **firmas productoras de bienes intermedios** combinan capital y trabajo para producir un bien intermedio que se vende al por mayor a los productores de bienes finales. **Las firmas productoras de bienes finales** utilizan los bienes intermedios para producir un continuo de bienes diferenciados para el consumo, inversión y gasto público. **Los productores de capital sin terminar** utilizan como insumo los bienes finales (inversión) para producir bienes de capital, los cuales son vendidos a los empresarios. Finalmente, los **distribuidores de bienes importados** compran un bien homogéneo en el mercado mundial y lo venden domésticamente[3].

Los **empresarios** son agentes económicos que acumulan capital, el cual es financiado mediante la emisión de deuda. Se incluyen fricciones financieras considerando una prima por riesgo que es función creciente del ratio de apalancamiento de los empresarios. Estos agentes compran el capital de las firmas productoras de capital sin terminar y lo alquilan a las firmas productoras de bienes intermedios.

[2] Cabe mencionar que en el criterio para la separación de actividades de cada firma se han considerado las diferentes decisiones económicas que se hacen en un proceso productivo. Por ejemplo, se ha separado entre firmas la decisión de renta de trabajo y capital de los problemas de acumulación de capital y de fijación de precios bajo competencia monopolística y rigideces de precios. Si bien en la práctica, es una sola firma la que toma todas estas decisiones a la vez, esta separación abstracta simplifica el álgebra sin afectar el resultado final.

[3] Cabe mencionar que las firmas productoras de bienes intermedios operan bajo competencia perfecta, alquilando el trabajo de los individuos y el capital de los empresarios. En contraste, los productores de bienes finales operan en un ambiente de competencia monopolística y fijan precios de manera escalonada, es decir, presentan rigideces nominales en precios. Además, este sector minorista vende su producción tanto interna como externamente, ejerciendo discriminación de precios, por lo que pueden fijar el precio de las exportaciones en la moneda externa. De manera similar, los distribuidores de bienes importados operan también en un ambiente de competencia monopolística, lo cual genera desviaciones de la ley de un solo precio en los bienes importados. Es decir, el precio del bien doméstico difiere del precio internacional por la cuña que generan los distribuidores de bienes importados al operar en un ambiente de competencia monopolística.

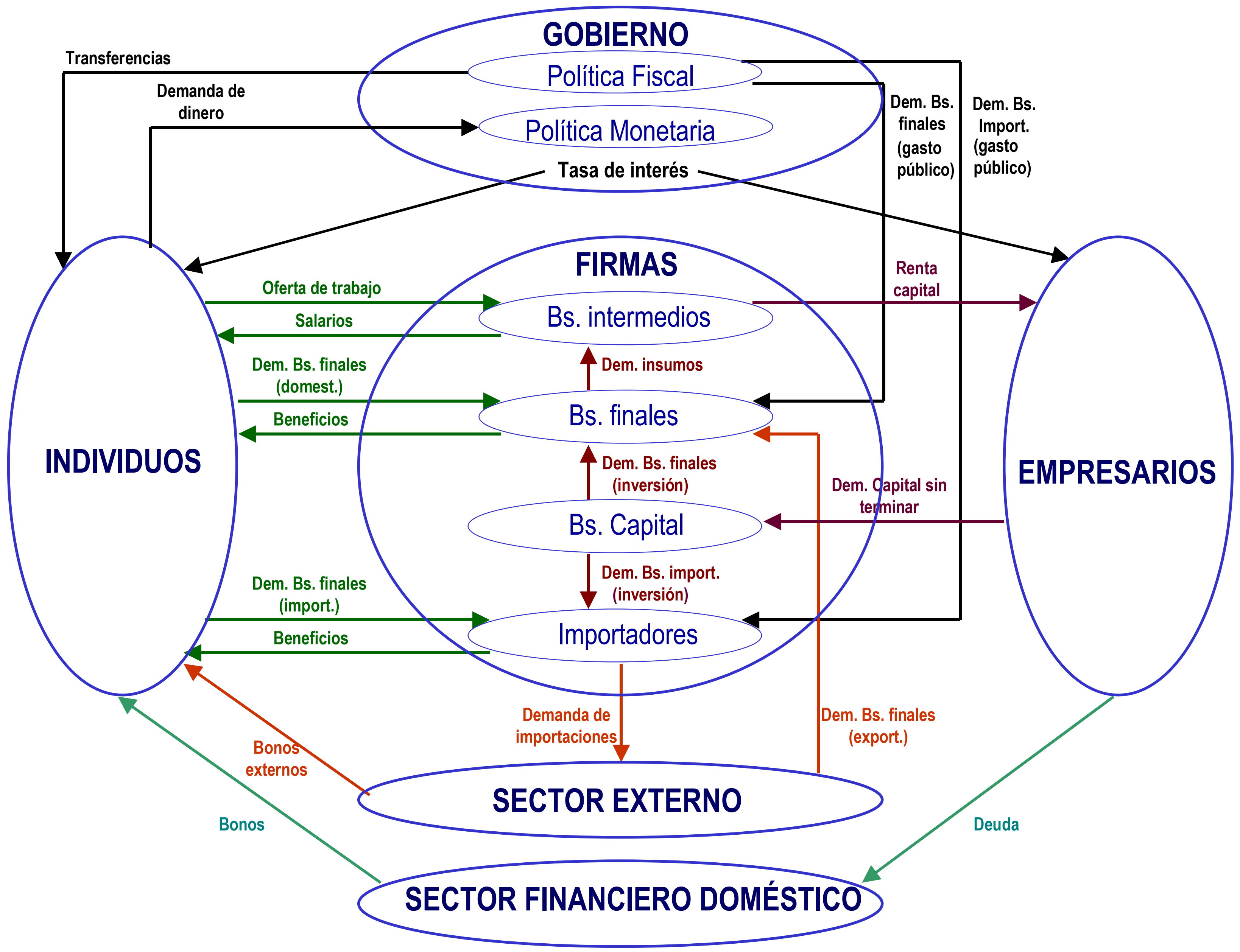


Figura 1: Diagrama de flujo del modelo

Además, se incluyen otras fricciones reales, nominales y financieras para que el modelo se ajuste a la dinámica de los datos peruanos. En particular, el modelo contiene las siguientes características: hábitos en consumo, costo de ajustes en la inversión, utilización variable del capital, ajuste gradual en los salarios reales, indexación de precios, traspaso imperfecto del tipo de cambio al precio de los bienes importados y de las exportaciones.

El modelo base es extendido en la sección 2 del texto principal para cuantificar los efectos de la dolarización, modelando tres tipos de dolarización. Se modela **dolarización de transacciones (DT)** considerando que tanto la moneda doméstica como externa otorga utilidad a los consumidores. Se introduce **dolarización de precios (DP)** asumiendo exógenamente con un sub-grupo de firmas fijan sus precios en moneda extranjera (dólar). Finalmente, la **dolarización financiera (DF)** se modela a través de un acelerador financiero en dos monedas.

La fuente de incertidumbre en el modelo está dada por los siguientes 7 choques: a las preferencias, a la paridad descubierta de la tasa de interés, a la productividad doméstica, a los márgenes de los sectores de producción doméstica, exportación e importación, a la tasa de interés de política monetaria. Además, se consideran 4 procesos exógenos para el gasto público y las variables externas: el producto, la inflación y tasa de interés.

## A.1 Individuos

### A.1.1 Preferencias

La economía mundial está poblada por un continuo de individuos de densidad 1. Donde una fracción $n$ vive en la economía doméstica y la diferencia, $1-n$ reside en el resto del mundo. Cada individuo $j$ en la economía doméstica recibe utilidad por consumir una canasta de bienes, $C_t^j$ , por mantener saldos monetarios, $Z_t^j$, y recibe desutilidad por trabajar, $L_t^j$. Las preferencias del individuo están representadas por la siguiente función de utilidad

$$\mathcal{U}_t = E_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}\beta^{t+s}U\left(C_{t+s}^j, C_{t+s-1}^{fam}, Z_{t+s}^j, L_{t+s}^j, \xi_{t+s}\right)\right], \tag{A.1}$$

donde $E_t$ es la expectativa condicional sobre el conjunto de información en el período $t$ y $\beta$ es el factor de descuento intertemporal, con $0 < \beta < 1$. $Z_t^j = M_t^j/P_t$ es el saldo de dinero real del agente $j$ en el periodo $t$. Por lo pronto se asume que el individuo sólo recibe utilidad por mantener moneda doméstica (soles). Adicionalmente, las preferencias sobre el consumo exhiben hábitos externos, es decir, el nivel de la utilidad marginal por consumir es decreciente en la diferencia relativa de $C_t^j$ con relación al nivel del consumo agregado en el período anterior, $C_{t-1}^{fam}$. Por lo tanto, los individuos disfrutan de mayor utilidad en tanto sus niveles de consumo aumentan con relación a sus hábitos[4]. La forma funcional de la utilidad será definida en la sección 4 donde se describe la parametrización y formas funcionales del modelo base. Finalmente $\xi_t$ se puede interpretar como un choque de preferencias de confianza que exhibe un proceso autoregresivo de primer orden en logaritmos.

A su vez, la canasta de consumo está compuesta de bienes domésticos y de bienes importados del exterior. Estos bienes se agregan utilizando el siguiente índice de consumo:

$$C_t \equiv \left[ (\gamma_H)^{1/\varepsilon_H} \left( C_t^H \right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} + (1 - \gamma_H)^{1/\varepsilon_H} \left( C_t^M \right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} \right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1}}, \tag{A.2}$$

donde $\varepsilon_H$ es la elasticidad de sustitución tanto para los bienes producidos domésticamente $(C_t^H)$ y bienes importados $(C_t^M)$ , y $\gamma^H$ representa la fracción de bienes producidos domésticamente que contiene la canasta total de consumo en la economía pequeña.

A su vez, $C_t^H$ y $C_t^M$ son índices de un continuo de bienes diferenciados producidos domésticamente y en el exterior, respectivamente. Estos índices de consumo se definen a continuación:

$$C_t^H \equiv \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}}, C_t^M \equiv \left[ \left( \frac{1}{1-n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_n^1 C_t^M(z)^{\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}}, \tag{A.3}$$

donde $\varepsilon > 1$ es la elasticidad de sustitución tanto para los bienes producidos domésticamente, $C_t^H(z)$, como para aquellos producidos en el exterior, $C_t^M(z)$ . Las demandas óptimas de los individuos por bienes domésticos y externos están dadas por:

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n} \gamma_H \left( \frac{P_t^H(z)}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} \left( \frac{P_t^H}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{A.4}$$

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n} (1 - \gamma_H) \left( \frac{P_t^M(z)}{P_t^F} \right)^{-\varepsilon} \left( \frac{P_t^M}{P_t} \right)^{-\varepsilon_H} C_t. \tag{A.5}$$

Ambas demandas se obtienen de minimizar el gasto total en consumo $P_t C_t$, donde $P_t$ es el índice de precios al consumidor[5]. Es de resaltar, que el consumo de cada tipo de bien es creciente en el consumo agregado y decreciente en su correspondiente precio relativo. También es fácil mostrar que el índice de precios al consumidor, bajo el supuesto de las preferencias descritas líneas arriba,

[4]La presencia de hábitos en los modelos Nuevos Keynesianos ayudan a explicar la dinámica del consumo y producto que se observa en la data luego de un choque monetario, puesto que agregan persistencia en las variables reales.

[5]Ver apéndice B para el detalle de la obtención de las demandas.

está determinado por la siguiente condición:

$$P_t \equiv \left[\gamma_H \left(P_t^H\right)^{1-\varepsilon_H} + (1-\gamma_H)\left(P_t^M\right)^{1-\varepsilon_H}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}}, \tag{A.6}$$

donde $P_t^H$ y $P_t^M$ representan los niveles de precios de los bienes producidos domésticamente y bienes importados, respectivamente. Cada uno de estos índices a su vez es definido de la siguiente manera,

$$P_t^H \equiv \left[\frac{1}{n}\int_0^n P_t^H(z)^{1-\varepsilon}dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}},\ P_t^M \equiv \left[\frac{1}{1-n}\int_n^1 P_t^M(z)^{1-\varepsilon}dz\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \tag{A.7}$$

donde $P_t^H(z)$ y $P_t^M(z)$ representan los precios de la variedad $z$ expresados en moneda doméstica tanto para bienes producidos domésticamente como para bienes importados.

### A.1.2 Estructura de Activos

Por simplicidad, se asume una estructura de mercado de activos en la que existen dos bonos nominales de un período libres de riesgo, los mismos que están denominados en moneda doméstica (sol) y moneda extranjera (dólares), respectivamente. Una característica particular es que para el individuo de la economía pequeña es costoso intercambiar bonos denominados en moneda extranjera. Este supuesto permite hacer que el modelo sea estacionario tanto para la trayectoria del consumo como para la deuda. Asimismo, este supuesto es consistente con la existencia de fricciones financieras para intermediar internacionalmente[6]. Bajo esta estructura de activos, la restricción presupuestaria del agente representativo ($j$) definida en unidades de moneda doméstica viene dada por:

$$\begin{aligned} & B_t^j + S_t B_t^{j*} + M_t^j \qquad\qquad (A.8) \\ = \;& (1+i_{t-1})B_{t-1}^j + \left(1+i_{t-1}^*\right)\Psi_B\left(B_{t-1}^*\frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right)S_t B_{t-1}^{j*} + W_t L_t^j - P_t C_t^j + P_t\Gamma_t^j + M_{t-1}^j + T_t^j, \end{aligned}$$

donde $M_t^j$ es la tenencia de dinero nominal, $W_t$ es el salario nominal, $S_t$ el tipo de cambio nominal, $i_t$ la tasa de interés nominal doméstica, $i_{t-1}^*$, la tasa de interés nominal externa, $\Gamma_t^j$ son los beneficios reales en términos de unidades de consumo que son distribuidos de todas las firmas de la economía al agente $j$ y $T_t^j$ son transferencias del gobierno. Se asume que cada individuo es dueño de una fracción $\frac{1}{n}$ de todas las firmas de la economía y no existe un mercado para las acciones de las firmas. Este supuesto permite trabajar con la economía agregada como un modelo de agente representativo, de lo contrario se tendría que hacer seguimiento de la riqueza

[6] Se sigue a Benigno (2009) Schmitt-Grohe y Uribe (2003) y Kollmann (2002) quienes consideran el mismo costo para obtener estacionariedad.

de cada individuo. $B_t^j$ es la tenencia de bonos denominados en moneda local por parte del agente doméstico y $B_t^{j*}$ es la tenencia de bonos externos por parte del agente doméstico. La función $\Psi_B(.)$ representa el costo real asociado a comprar o intercambiar bonos externos denominados en dólares, la misma que depende del nivel agregado de bonos externos en términos reales que mantienen los residentes locales.[7]. Por simplicidad, se asume que la fricción financiera por tomar posición de bonos externos se aplica sólo a los agentes domésticos y que los agentes externos sólo pueden comprar bonos externos denominados en dólares. El individuo maximiza $(A.1)$ sujeto a $(A.8)$.

### A.1.3 Decisiones de Consumo/Ahorro, Oferta de Trabajo y Demanda de Dinero

Las condiciones que caracterizan las asignaciones óptimas de tenencias de bonos domésticos y externos están dadas por las siguientes dos ecuaciones:

$$U_{C,t} = \beta E_t\left\{U_{C,t+1}(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}\right\}, \tag{A.9}$$

$$U_{C,t} = (1+i_t^*)\,\Psi_B\left(\frac{S_tB_t^*}{P_t}\right)\beta E_t\left\{\frac{S_{t+1}P_t}{S_tP_{t+1}}U_{C,t+1}\right\}. \tag{A.10}$$

Eliminamos el índice $j$ por el supuesto de agente representativo. $U_{C,t}$ representa la utilidad marginal por consumir y dependerá de la forma funcional que se asuma en la calibración (ver sección 4). La ecuación $(A.9)$ es la ecuación de Euler que determina la trayectoria óptima del consumo al igualar los beneficios marginales de ahorrar con sus costos marginales. A su vez, la ecuación (A.10) es la condición de equilibrio que determina la tenencia de bonos externos por parte del agente doméstico. De estas dos condiciones se puede obtener una versión no-lineal de la relación de *paridad descubierta de tasas de interés (PDI)*, dicha relación vincula la depreciación esperada del tipo de cambio nominal con el diferencial nominal de tasas de interés,

$$\frac{(1+i_t)}{(1+i_t^*)} = \frac{\Psi_B\left(\frac{S_tB_t^*}{P_t}\right)E_t\left\{\frac{S_{t+1}P_t}{S_tP_{t+1}}U_{C,t+1}\right\}(PDI_t)}{E_t\left\{U_{C,t+1}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right\}}, \tag{A.11}$$

Adicionalmente, para evaluar posibles desviaciones de esta relación se agrega un choque PDI, el mismo que sigue un proceso autoregresivo de orden uno en logaritmos.

El individuo elige también la cantidad de dinero que desea mantener. La condición de primer

[7] Algunas restricciones para $\Psi_B(.)$ son necesarias: $\Psi_B\left(\frac{\overline{B^*S}}{P}\right) = 1$, es decir, toma el valor de 1 si $\frac{B_{t-1}^*S_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\overline{B^*S}}{P}$; $\Psi_B$ es diferenciable y decreciente alrededor del valor de estado estacionario, esto es $\Psi_B'\left(\frac{\overline{B^*S}}{P}\right) = -\psi_b < 0$.

orden que determina la demanda real de dinero está dada por:

$$U_{Z,t} = \frac{i_t}{1+i_t} U_{C,t}. \tag{A.12}$$

Finalmente, la condición de primer orden que determina la oferta de trabajo está dada por,

$$-\frac{U_{L,t}}{U_{C,t}} = MRS_t = \frac{W_t}{P_t}, \tag{A.13}$$

donde $\frac{W_t}{P_t}$ es el salario real, $MRS_t$ es la tasa marginal de sustitución entre consumo y horas trabajadas. En un mercado competitivo de trabajo $MRS_t$ debería ser igual al salario real como en la ecuación $(A.13)$. Sin embargo, para incluir fricciones en el mercado laboral presentes en la economía peruana, se relaja la condición de eficiencia estándar asumiendo que los salarios reales se ajustan lentamente ante cambios en la tasa marginal de sustitución, $MRS_t$ [8]. La siguiente ecuación considera las fricciones en el mercado laboral:

$$\frac{W_t}{P_t} = \left(\frac{W_{t-1}}{P_{t-1}}\right)^{\lambda_{wp}} MRS_t^{1-\lambda_{wp}}. \tag{A.14}$$

En (A.14 ) $\lambda_{wp}$ mide el grado de persistencia en los salarios reales y por lo tanto es un índice de las fricciones en el mercado laboral[9].

## A.2 Economía Externa

La canasta de consumo de la economía externa tiene una forma funcional similar a la de la economía doméstica y está dada por,

$$C_t^* \equiv \left[(\gamma_F)^{1/\varepsilon_F} \left(C_t^X\right)^{\frac{\varepsilon_F - 1}{\varepsilon_F}} + (1-\gamma_F)^{1/\varepsilon_F} \left(C_t^F\right)^{\frac{\varepsilon_F - 1}{\varepsilon_F}}\right]^{\frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_F - 1}}, \tag{A.15}$$

donde $\varepsilon_F$ es la elasticidad de sustitución entre bienes producidos en el país doméstico $(C_t^X)$ y en la economía externa $(C_t^F)$, respectivamente, y $\gamma^F$ es la fracción de bienes producidos domésticamente que contiene la canasta total de consumo de la economía externa. A su vez, $C_t^X$ y $C_t^F$ son índices de un continuo de bienes diferenciados similares a $C_t^H$ y $C_t^M$ definidos en la ecuación (A.3). Así

[8] Ver Blanchard y Gali (2007) para una descripción de rigideces reales de este tipo en un modelo de equilibrio general.

[9] Adicionalmente, es posible obtener la tasa de desempleo de equilibrio al comparar el nivel de horas empleadas cuando no existe rigideces, $\lambda_{wp} = 0$, con aquellas cuando las rigideces reales están presentes $\lambda_{wp} > 0$.

se obtienen las siguientes demandas por consumo para cada tipo de bien

$$C_t^X(z) = \frac{1}{n}\gamma_F \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_H} C_t^*, \tag{A.16}$$

$$C_t^F(z) = \frac{1}{1-n}(1-\gamma_F) \left(\frac{P_t^F(z)}{P_t^F}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^F}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_H} C_t^*, \tag{A.17}$$

donde $P_t^X$ y $P_t^F$ corresponden a los índices de precios de las exportaciones y de los bienes producidos en el exterior y $P_t^*$ es el índice de precios al consumidor de la economía externa, definido por:

$$P_t^* \equiv \left[\gamma_F \left(P_t^X\right)^{1-\varepsilon_F} + (1-\gamma_F)\left(P_t^F\right)^{1-\varepsilon_F}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_F}}. \tag{A.18}$$

### A.2.1 El Supuesto de la Economía Pequeña y Abierta

Tal y como lo hace Sutherland (2005) se asume que el parámetro que determina las preferencias domésticas por bienes importados, $(1-\gamma_H)$, depende tanto del tamaño relativo de la economía externa, $(1-n)$, así como del grado de apertura, $1-\gamma : (1-\gamma_H) = (1-n)(1-\gamma)$. De la misma manera, para la economía externa se asume que la preferencias de los consumidores externos por bienes domésticos depende del tamaño relativo de la economía doméstica y del grado de apertura de la economía mundial, $(1-\gamma^*)$, esto es $\gamma_F = n(1-\gamma^*)$.

Esta parametrización implica que cuando la economía se vuelve más abierta, la fracción de bienes importados en la canasta de consumo aumenta. Por otro lado, cuando la economía se hace más grande, esta fracción cae. La parametrización definida previamente permite obtener la economía pequeña y abierta como un caso límite de un modelo de dos países. Esto se logra haciendo que el tamaño de la economía tienda a cero, $n \to 0$. En este caso, se tiene que $\gamma_H \to \gamma$ y $\gamma_F \to 0$. Por lo tanto, en el caso límite la economía externa no utiliza bienes domésticos en su canasta de bienes finales, y las condiciones de demanda para bienes domésticos pueden escribirse de la siguiente forma

$$C_t^H = \gamma \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{A.19}$$

$$C_t^M = (1-\gamma) \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{A.20}$$

$$C_t^X = (1-\gamma^*) \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_F} C_t^*. \tag{A.21}$$

Asimismo, en el límite el índice de precios al consumidor doméstico y externo tienen la siguiente forma funcional:

$$P_t \equiv \left[\gamma \left(P_t^H\right)^{1-\varepsilon_H} + (1-\gamma)\left(P_t^M\right)^{1-\varepsilon_H}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}}, \tag{A.22}$$

$$P_t^* = P_t^F. \tag{A.23}$$

Por simplicidad se asume que las canastas de inversión y de gasto público, tanto domésticas como externas, adoptan la misma forma funcional que la del consumo (ecuaciones A.2 y A.15). Dado lo anterior, la agregación de los tres componentes del gasto facilita obtener la demanda por bienes de producción doméstica, importada y por bienes de exportación:

$$Y_t^H = \gamma \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} ABS_t, \tag{A.24}$$

$$Y_t^M = (1-\gamma)\left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} ABS_t, \tag{A.25}$$

$$Y_t^X = (1-\gamma^*)\left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)^{-\varepsilon_F} Y_t^*, \tag{A.26}$$

donde $ABS_t$ corresponde a la absorción interna, definida como la suma de las demandas de bienes de consumo, inversión y gasto público domésticas y $Y_t^*$ al producto externo[10].

Dado el supuesto de economía pequeña, las variables de la economía externa que afectan la dinámica de la economía doméstica son el producto externo, $Y_t^*$ , la tasa de interés externa, $i^*$, y la inflación externa, $\Pi^*$. Para simplificar el análisis, se asume que estas tres variables siguen un proceso autoregresivo en logaritmos cuyo orden es determinado por el proceso generador de los datos (ver sección 4.1).

## A.3 Firmas

### A.3.1 Productores de Bienes Intermedios

Existe un continuo de firmas intermedias cuya masa es $n$. Cada firma $z$ produce un bien intermedio utilizando capital y trabajo. Estas firmas operan en un mercado de competencia perfecta y utilizan una tecnología con retornos constantes de escala que adopta la siguiente forma funcional,

$$Y_t^{int}(z) = A_t \left[\widetilde{K_{t-1}(z)}\right]^{\alpha} \left[L_t(z)\right]^{1-\alpha}, \tag{A.27}$$

[10] Es importante mencionar que en el caso límite cuando $n \to 0$ la economía externa funciona como una economía cerrada. Entonces, el producto total de la economía externa es igual a la suma de sus demandas de consumo, inversión y gasto público.

donde

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = u_t K_{t-1}(z), \tag{A.28}$$

$0 < \alpha < 1$ representa la participación del capital en el total de la producción, $\widetilde{K_{t-1}}(z)$ es el servicio de capital alquilado a los empresarios al final del período $t-1$ para la producción, el cual depende de la tasa de utilización del capital $u_t$ y del stock del capital fisico $K_{t-1}(z)$, $L_t(z)$ es la cantidad de trabajo demandada a los individuos, $A_t$ es un choque transitorio de tecnología que, según las estimaciones de la sección 4.1, sigue el siguiente proceso autorregresivo de segundo orden en logaritmos.

Estas firmas toman como dados el salario real, $W_t/P_t$, que se paga a los individuos y la tasa de alquiler del capital, $R_t^H$, que se paga a los empresarios. Las firmas intermedias minimizan costos dada la tecnología para escoger el nivel óptimo de trabajo y de capital. Así, las demandas por los factores de producción están determinadas por :

$$L_t(z) = (1-\alpha)\left(\frac{MC_t(z)}{W_t/P_t}\right) Y_t^{int}(z), \tag{A.29}$$

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = \alpha\left(\frac{MC_t(z)}{R_t^H}\right) Y_t^{int}(z). \tag{A.30}$$

Luego de reemplazar la demanda de cada factor en la función de producción se obtiene el costo marginal,

$$MC_t(z) = \frac{1}{A_t}\left(\frac{R_t^H}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{W_t/P_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}. \tag{A.31}$$

Dado que todas las firmas cuentan con la misma tecnología de retornos constantes a escala, el costo marginal real de cada firma intermedia $z$ es el mismo, es decir $MC_t(z) = MC_t$. A su vez, dado que las firmas se encuentran en un entorno de competencia perfecta, el precio de cada bien intermedio es igual al costo marginal nominal. Por lo tanto el precio relativo $P_t(z)/P_t$ es igual a los costos marginales reales en términos de unidades de consumo ($MC_t$).

### A.3.2 Fijación de Precios de Productores de Bienes Finales

**Bienes Vendidos Domésticamente** Los productores de bienes finales compran bienes intermedios y los transforman en bienes diferenciados para consumo final. Es decir, estos productores funcionan como empaquetadores de bienes intermedios. Por lo tanto, el costo nominal marginal de estas firmas empaquetadoras es igual al precio del bien intermedio. Estas firmas operan en un ambiente de competencia monopolística, donde cada firma enfrenta una demanda de pendiente negativa, especificada líneas abajo. Adicionalmente, se asume que en cada periodo $t$ los productores de bienes finales enfrentan una probabilidad exógena dada por $(1-\theta^H)$ de volver a fijar precios. Siguiendo a Calvo (1983), se asume que esta probabilidad es independiente del nivel de precio seleccionado por la firma en el período previo así como del tiempo transcurrido desde la última vez en que la firma haya cambiado sus precios. Finalmente, también se asume que el precio de cada firma $z$ que no reoptimiza se ajusta siguiendo la siguiente regla de indexación:

$$\frac{P_t^H(z)}{P_{t-1}^H(z)} = \left(\Pi_{t-1}^H\right)^{\lambda_\pi},$$

donde $0 \leq \lambda_\pi < 1$ es el grado de indexación. Así, condicionado a un precio fijo en el periodo $t$, el valor presente descontado de los beneficios de la firma $z$ viene dado por

$$E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta_H)^k \Lambda_{t+k} \left[ \frac{P_t^{H,o}(z)}{P_{t+k}^H} \left( \frac{P_{t+k}^H}{P_{t-1}^H} \right)^{\lambda_\pi} - MC_{t+k}^H \right] Y_{t+k|t}^H(z) \right\}, \tag{A.32}$$

donde $\Lambda_{t+k} = \beta^k \frac{U_{C,t+k}}{U_{C,t}}$ es el factor de descuento estocástico, $MC_{t+k}^H = MC_{t+k} \frac{P_{t+k}}{P_{t+k}^H}$ es el costo marginal real expresado en unidades de bienes producidos domésticamente, y $Y_{t+k|t}^H(z)$ es la demanda por el bien $z$ en $t+k$ condicionado a que el precio ha sido fijado desde el periodo $t$, la cual está dada por

$$Y_{t+k|t}^H(z) = \left[ \frac{P_t^{H,o}(z)}{P_{t+k}^H} \left( \frac{P_{t+k}^H}{P_{t-1}^H} \right)^{\lambda_\pi} \right]^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H.$$

Cada firma $z$ elige $P_t^{H,o}(z)$ para maximizar $(A.32)$ . La condición de primer orden del problema anterior es la siguiente:

$$E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta_H)^k \Lambda_{t+k} \left( \frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} \Upsilon_{t,t+k}^H - \mu MUP_{t+k} MC_{t+k}^H \right) \left(\Upsilon_{t,t+k}^H\right)^{-\varepsilon} Y_{t+k}^H \right\} = 0,$$

donde $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$, $\Upsilon_{t,t+k}^H \equiv \left(F_{t,t+k}^H\right)^{1-\lambda_\pi} \left(\frac{\Pi_t^H}{\Pi_{t+k}^H}\right)^{\lambda_\pi}$, $F_{t,t+k}^H \equiv \frac{P_t^H}{P_{t+k}^H}$ y $MUP_{t+k}$ es un choque a los margenes que es cambiante en el tiempo y evoluciona según un proceso autorregresivo de primer orden.

Siguiendo a Benigno y Woodford (2005), la anterior condición de primer orden puede ser reescrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, $V_t^D$ y $V_t^N$, las mismas que se relacionan de la siguiente manera

$$\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H} = \frac{V_t^N}{V_t^D},$$

donde

$$V_t^N = \mu MUP_t U_{C,t} Y_t^H MC_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^N \left( \Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon} \right\}, \tag{A.33}$$

$$V_t^D = U_{C,t} Y_t^H + \theta^H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^D \left( \Pi_{t+1}^H \left(\Pi_t^H\right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \right\}. \tag{A.34}$$

En la sección 3.2 del texto principal se desarrolla la intuición de la curva de oferta agregada utilizando la aproximación log-lineal de las ecuaciones anteriores. Asimismo, dado que en cada periodo $t$ sólo una fracción $(1-\theta_H)$ de las firmas cambian sus precios, y el resto de firmas actualizan sus precios en función a la tasa de inflación pasada, la tasa bruta de inflación doméstica está determinada por la siguiente condición:

$$\theta_H \left[ \Pi_t^H \left(\Pi_{t-1}^H\right)^{-\lambda_\pi} \right]^{\varepsilon-1} = 1 - (1-\theta_H) \left( \frac{V_t^N}{V_t^D} \right)^{1-\varepsilon}. \tag{A.35}$$

Las ecuaciones (A.33), (A.34) y (A.35) determinan la ecuación de oferta agregada (curva de Phillips) de la producción doméstica.

**Bienes Vendidos en el Exterior** Se asume que las firmas productoras de bienes finales pueden discriminar precios entre el mercado doméstico y el externo, por esta razón pueden fijar el precio de sus exportaciones en la moneda extranjera. Asimismo, al vender al exterior enfrentan también un ambiente de competencia monopolística con rigideces nominales, en el cual tienen una probabilidad $1-\theta_X$ de poder reajustar sus precios y un grado de indexación $0 \leq \lambda_x < 1$.

El problema de los minoristas que venden en el exterior es muy similar al de las empresas que venden en el mercado doméstico, el cual se resume en las siguientes tres ecuaciones que determinan la curva de oferta de los exportadores para precios en moneda extranjera:

$$V_t^{N,X} = \mu \left(Y_t^X U_{C,t}\right) MUP_t^X MC_t^X + \theta_X \beta E_t \left[ V_{t+1}^{N,X} \left( \Pi_{t+1}^X \left(\Pi_t^X\right)^{-\lambda_X} \right)^{\varepsilon} \right], \tag{A.36}$$

$$V_t^{D,X} = \left(Y_t^X U_{C,t}\right) + \theta_X \beta E_t \left[ V_{t+1}^{D,X} \left( \Pi_{t+1}^X \left(\Pi_t^X\right)^{-\lambda_X} \right)^{\varepsilon-1} \right], \tag{A.37}$$

$$\theta_X \left( \Pi_t^X \left(\Pi_{t-1}^X\right)^{-\lambda_X} \right)^{\varepsilon-1} = 1 - (1-\theta_X) \left( \frac{V_t^{N,X}}{V_t^{D,X}} \right)^{1-\varepsilon}, \tag{A.38}$$

donde los costos marginales reales de los bienes producidos para exportación están dados por:

$$\begin{aligned} MC_t^X &= \frac{P_t MC_t}{S_t P_t^X} \\ &= \frac{MC_t}{RER_t \left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)}, \end{aligned} \tag{A.39}$$

los cuales dependen inversamente del tipo de cambio real ($RER_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t}$) y del precio relativo de las exportaciones sobre los precios externos $\left(\frac{P_t^X}{P_t^*}\right)$. $MUP_t^X$ representa un choque a los márgenes cambiante en el tiempo, el mismo que evoluciona según un proceso autoregresivo de primer orden.

### A.3.3 Firmas Productoras de Capital sin Terminar

Existen un continuo de firmas de masa 1 que producen bienes de capital sin terminar indexados por $z_K$. Estas firmas operan en un mercado de competencia perfecta y compran bienes finales en forma de inversión para producir capital nuevo. El capital producido es vendido a los empresarios al precio $Q_t$ en términos de unidades de consumo. La tecnología de producción viene dada por la siguiente expresión:

$$K_t^{nuevo}(z_K) = F\left[INV_t(z_K), INV_{t-1}(z_K)\right]. \tag{A.40}$$

Esta tecnología considera el hecho de que existen costos de ajuste de instalar nuevas inversiones en el capital, los cuales dependen del cambio del nivel de inversión respecto a la del periodo anterior[11].

La condición de primer orden del problema intertemporal de las firmas productoras de capital sin terminar es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1, \tag{A.41}$$

donde $\Lambda_{t+1}$ es el factor estocástico de descuento definido previamente. Esta condición determina el nivel óptimo de inversión mediante una relación que iguala el valor marginal de la inversión con el precio del capital presente y futuro.

Además, como se mencionó anteriormente, para hacer el modelo más tratable se asume que la producción de bienes de capital sin terminar utiliza un compuesto de bienes finales igual al de los bienes de consumo. Por lo tanto, el índice de precios de la inversión y del consumidor coinciden.

[11] Por simplicidad se asume la siguiente forma funcional:
$F(INV_t, INV_{t-1}) = \left[1 - \Psi_I\left(\frac{INV_t}{INV_{t-1}}\right)\right] INV_t$, donde $\Psi_I(1) = \Psi_I'(1) = 0$.

### A.3.4 Firmas que Venden Bienes Importados al por Menor

Las firmas que venden bienes importados compran un bien homogéneo en el mercado mundial y lo diferencian en un bien final importado $Y_t^M(z)$. Estas firmas operan en un ambiente de competencia monopolística con rigideces nominales, en el cual tienen una probabilidad $1-\theta_M$ de poder reajustar sus precios y un grado de indexación $0 \leq \lambda_M < 1$.

El problema de los minoristas también es muy similar al de los productores de bienes finales que venden en el mercado doméstico. La curva de Phillips de los importadores viene dada por:

$$V_t^{N,M} = \mu \left(Y_t^M U_{C,t}\right) MUP_t^M MC_t^M + \theta_M \beta E_t \left[V_{t+1}^{N,M} \left(\Pi_{t+1}^M \left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon}\right], \tag{A.42}$$

$$V_t^{D,M} = \left(Y_t^M U_{C,t}\right) + \theta_M \beta E_t \left[V_{t+1}^{D,M} \left(\Pi_{t+1}^M \left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon-1}\right], \tag{A.43}$$

$$\theta_M \left(\Pi_t^M \left(\Pi_t^M\right)^{-\lambda_{\pi^M}}\right)^{\varepsilon-1} = 1-(1-\theta_M)\left(\frac{V_t^{N,M}}{V_t^{D,M}}\right)^{1-\varepsilon}, \tag{A.44}$$

donde el costo marginal real de los importadores esta dado por el costo de adquirir los bienes en el exterior $(S_t P_t^*)$ sobre el precio de las importaciones $(P_t^M)$:

$$MC_t^M = \frac{S_t P_t^*}{P_t^M} \equiv LOP_t, \tag{A.45}$$

donde $LOP_t$ mide las desviaciones de la ley un sólo precio[12] y tiene la siguiente ley de movimiento

$$\frac{LOP_t}{LOP_{t-1}} = DS_t \frac{\Pi_t^{M*}}{\Pi_t^M}. \tag{A.46}$$

Asimismo, $MUP_t^M$ representa un choque a los márgenes cambiantes en el tiempo que evoluciona según un siguiente proceso autoregresivo de primer orden.

## A.4 Empresarios

Los empresarios son agentes que se dedican a invertir en bienes de capital a través de las empresas productoras de capital sin terminar. Ellos financian la inversión empleando su propia riqueza neta y a través de la emisión de deuda. Como resultado, el balance del empresario está determinado por

$$N_t + \frac{D_t}{P_t} = Q_t K_t, \tag{A.47}$$

[12] Ver Monacelli (2005) para una formulación similar.

donde $N_t$ es el valor real del patrimonio del empresario y $D_t$ la deuda emitida por los empresarios denominada en unidades de moneda doméstica. Para modelar imperfecciones en el mercado de créditos se toma como referencia el estudio de Bernanke y otros (1999). En dicho estudio la prima por riesgo está relacionada inversamente con el patrimonio neto del empresario. En el modelo, el valor esperado de los costos de quiebra son pequeños cuando la proporción de inversión en capital es autofinanciada. Por lo tanto, cuanto menor sea la deuda relativa al patrimonio neto, menor será el valor esperado de la prima. Los empresarios se endeudan domésticamente, pagando una prima por riesgo, $RP_t$, sobre el nivel de la tasa nominal libre de riesgo denominada en moneda doméstica. Se asume que la prima por riesgo es una función del ratio deuda/patrimonio neto

$$RP_t = \chi\left(\frac{D_t}{P_t N_t}\right), \tag{A.48}$$

donde $\chi(.)$ es una función creciente y cóncava. En equilibrio, el retorno esperado del capital debe ser igual al costo de endeudamiento para financiar capital para la inversión

$$E_t\left[R_{t+1}^K\right] = (1 + RP_t)\, E_t\left[(1 + i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}\right], \tag{A.49}$$

La ecuación $(A.49)$ muestra que el nivel óptimo de inversión en bienes de capital se obtiene cuando el retorno esperado de invertir en capital, $E_t R_{t+1}^K$, es igual al costo marginal por financiar la inversión, el mismo que consiste en la tasa de interés esperada real (libre de riesgo), $\left(E_t\,(1+i_t)\,\frac{P_t}{P_{t+1}}\right)$, y una prima por riesgo, $(1 + RP_t)$.

Los empresarios compran cada periodo capital nuevo de las firmas productoras de capital sin terminar al precio $Q_t$ y alquilan una proporción $u_t \leq 1$ del capital físico instalado a los productores de bienes intermedios. En la utilización del capital incurren en un costo $\Psi_U(u_t)$, donde $\Psi_U$ es una función creciente que mide el desgaste acelerado del capital por su uso más intensivo. El retorno de invertir en capital esta dado por:

$$R_t^K = \frac{1}{Q_{t-1}}\left[u_t R_t^H - \Psi_U(u_t) + (1-\delta)\, Q_t\right], \tag{A.50}$$

el cual está compuesto por dos factores: el pago recibido de los productores de bienes intermedios neto del costo de utilización, $u_t R_t^H - \Psi_U(u_t)$, y las ganancias por aumentos en el precio del capital neto de depreciación, $(1-\delta)\, Q_t$, todo dividido por el precio inicial del capital, $Q_{t-1}$. Para maximizar el retorno del capital, la condición de primer orden de la tasa de utilización de capital esta dada por:

$$\Psi_U'(u_t) = R_t^H, \tag{A.51}$$

El valor del capital de los empresarios neto del costo de endeudamiento del periodo anterior esta dado por $V_t$ :

$$V_t = R_t^K Q_{t-1} K_{t-1} - (1 + RP_{t-1}) \left( \frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}, \tag{A.52}$$

donde el primer y segundo término corresponden, respectivamente, al retorno real ex-post del capital y al costo ex-post de endeudamiento. Se asume además, al igual que en Bernanke y otros (1999), que una proporción $v$ de empresas desaparece cada periodo y los empresarios que salen del negocio consumen sus recursos remanentes. Entonces, la dinámica de la evolución del patrimonio neto esta dado por

$$N_t = (1 - v) V_t, \tag{A.53}$$

y el consumo de los empresarios viene dado por

$$C_t^{emp} = v V_t. \tag{A.54}$$

## A.5 Política Monetaria y Fiscal

El banco central implementa su política monetaria fijando su tasa de interés nominal, $i_t$, siguiendo una regla de tasa de interés tipo Taylor[13]. Esta regla refleja la conducta sistemática del banco central. La regla depende de la inflación al consumidor, $\Pi_t$, la depreciación nominal, $DS_t \equiv \frac{S_t}{S_{t-1}}$, y la tasa de crecimiento del producto, $\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$. La forma genérica de la regla de Taylor adopta la siguiente forma,

$$\frac{(1 + i_t)}{\left(1 + \bar{i}\right)} = \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \bar{i}} \right)^{\varphi_i} \left[ \left( \frac{\Pi_t}{\overline{\Pi}} \right)^{\varphi_\pi} \left( \frac{DS_t}{\overline{DS}} \right)^{\varphi_s} \left( \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \right)^{\varphi_y} \right]^{1-\varphi_i} \exp\left(MON_t\right), \tag{A.55}$$

donde, $\varphi_i$, $\varphi_y$, $\varphi_s > 0$ y $\varphi_\pi > 1$. $\overline{\Pi}$ , $\bar{i}$ y $\overline{DS}$ son los niveles de estado estacionario de la inflación, tasa de interés nominal y del cambio en el tipo de cambio. El término $MON_t$ es un choque monetario aleatorio que se distribuye de acuerdo con $N \sim \left(0, \sigma_{MON}^2\right)$. Se asume que existe suavizamiento de tasa de interés, $i_{t-1}$, cuya sensibilidad está dada por el parámetro $\varphi_i$. La restricción presupuestaria del gobierno está dada por:

$$M_t = M_{t-1} + T_t + P_t G_t, \tag{A.56}$$

donde $M_t$ es el saldo de dinero a fin del periodo, $T_t$ son transferencias del gobierno y $G_t$ es el gasto de gobierno en términos reales. Por simplicidad, se asume que el gasto del gobierno esta compuesto

[13] Ver Clarida, Gali y Gertler Clarida (2000) para un recuento del uso de este tipo de reglas para USA. Castillo, Montoro y Tuesta (2006a) estiman reglas similares utilizando métodos bayesianos y data peruana.

por una canasta de bienes domésticos e importados similares a las del consumo (ecuaciones A.2 y A.3), razón por la cual comparte el mismo índice de precios que el consumo. Además, se considera que el gasto público se comporta según un proceso autoregresivo en logaritmos.

Cabe mencionar que la ecuación (A.56) implica que el déficit del gobierno se encuentra balanceado en cada periodo[14]. Además, debido a que el manejo monetario se realiza a través del control de la tasa de interés, la oferta de dinero se acomoda a la demanda por dinero de manera consistente a la regla de Taylor.

### A.6 Condiciones de Equilibrio de Mercado

La demanda interna o absorción se determina por la suma total del consumo, inversión y gasto público:

$$ABS_t = C_t + INV_t + G_t, \tag{A.57}$$

donde el consumo total viene dado por la suma del consumo de las familias y los empresarios:

$$C_t = C_t^{fam} + C_t^{emp}. \tag{A.58}$$

De forma similar, la demanda total por producción doméstica y externa (importaciones) esta dada por la suma total de sus respectivos componentes:

$$Y_t^H = C_t^H + INV_t^H + G_t^H, \tag{A.59}$$
$$Y_t^M = C_t^M + INV_t^M + G_t^M. \tag{A.60}$$

La suma total de la producción doméstica esta dada por:

$$P_t^{def} Y_t = P_t^H Y_t^H + S_t P_t^X Y_t^X. \tag{A.61}$$

Luego de utilizar las ecuaciones (A.24) y (A.25) y la definición del índice de precios (A.22), la ecuación (A.61) puede ser descompuesta de la siguiente forma:

$$P_t^{def} Y_t = P_t ABS_t + S_t P_t^X Y_t^X - P_t^M Y_t^M. \tag{A.62}$$

Para poder identificar el producto bruto interno de la economía, $Y_t$, es necesario definir el deflactor del PBI, $P_t^{def}$, el cual es una suma ponderada de los índices de precio al consumidor, de

[14]El supuesto de déficit cero en cada periodo es simplemente para simplificar el análisis, en este caso el gasto público se determina de manera exógena por un proceso AR. Una posibilidad de extender el análisis es incorporar también reglas fiscales sobre el gasto público. Para un ejemplo del uso de reglas fiscales para Perú en un modelo de equilibrio general ver Montoro y Moreno (2007).

exportaciones y de importaciones y el tipo de cambio:

$$P_t^{def} = \phi_{ABS} P_t + \phi_X S_t P_t^X - \phi_M P_t^M, \tag{A.63}$$

donde $\phi_{ABS}, \phi_X$ y $\phi_M$ corresponden a los valores en estado estacionario del ratio de la absorción, exportaciones e importaciones sobre el PBI. La demanda por bienes intermedios se obtiene de agregar aquella que se utiliza para la producción doméstica y para la exportación:

$$\begin{aligned} Y_t^{int}(z) &= Y_t^H(z) + Y_t^X(z) \\ &= \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} Y_t^H + \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} Y_t^X. \end{aligned} \tag{A.64}$$

Agregando (A.64) respecto a $z$, se obtiene

$$Y_t^{int} = \frac{1}{n}\int_0^n Y_t^{int}(z)\, dz = \Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X, \tag{A.65}$$

donde $\Delta_t^H = \frac{1}{n}\int_0^n \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} dz$ y $\Delta_t^X = \frac{1}{n}\int_0^n \left(\frac{P_t^X(z)}{P_t^X}\right)^{-\varepsilon} dz$ son medidas de dispersión relativa de precios, las mismas que tienen un impacto nulo en la dinámica si se toma una aproximación de primer orden respecto al estado estacionario[15]. Similarmente, las demandas agregadas por servicios de capital y trabajo son:

$$L_t = (1-\alpha)\left(\frac{MC_t}{W_t/P_t}\right)\left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right), \tag{A.66}$$

$$\widetilde{K_{t-1}}(z) = \alpha\left(\frac{MC_t}{R_t^H}\right)\left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right). \tag{A.67}$$

Asimismo, el stock de capital es igual a la producción de capital sin terminar que los empresarios compran de las firmas más el stock de capital del periodo anterior neto de depreciación:

$$K_t = F\left(INV_t, INV_{t-1}\right) + (1-\delta) K_{t-1}. \tag{A.68}$$

Luego de agregar la restricción presupuestaria de los individuos, reemplazar la restricción presupuestaria del gobierno, los beneficios de las firmas, la ecuación del balance de las empresas y la ecuación de la dinámica del patrimonio neto, e incluir la condición de equilibrio del mercado financiero que iguala la deuda doméstica de las empresas ($D_t$) con los bonos domésticos en manos

[15] Ver Castillo, Montoro y Tuesta (2007b) para el caso de una aproximación de segundo orden para explicar la prima de inflación. Los autores muestran que el componente de dispersión de precios explica una parte importante de la prima sobre la inflación.

de los individuos, obtenemos la restricción agregada de recursos de la economía:

$$\begin{aligned}\frac{S_t B_t^*}{P_t} - \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} &= \frac{P_t^{def}}{P_t} Y_t - ABS_t \\ &+ \left\{ \frac{\left(1 + i_{t-1}^*\right) S_t / S_{t-1}}{\Pi_t} \Psi_B \left( \frac{B_{t-1}^* S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) - 1 \right\} \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} + REST_t.\end{aligned} \tag{A.69}$$

La ecuación (A.69) constituye la balanza de pagos de la economía. El término de la izquierda es el cambio en la posición de activos netos en términos de unidades de consumo. Por otro lado, el primer término de la derecha es la balanza comercial, que es la diferencia entre el PBI y la demanda doméstica, que es igual a las exportaciones netas. El segundo término es la renta de factores que incluye los intereses generados por la posición de activos netos, efectos valuación del tipo de cambio y los costos de intermediación en el exterior. El tercer término, $REST_t$, es bastante pequeño y considera los costos de monitoreo de las empresas, el gasto por utilización del capital y los beneficios de las firmas importadoras:

$$REST_t = -RP_{t-1} \left( \frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \Psi \left( u_t \right) K_{t-1} + \frac{P_t^M}{P_t} Y_t^M \left( 1 - \Delta_t^M MC_t^M \right). \tag{A.70}$$

# B Derivaciones del MODELO

## B.1 Estado Estacionario

Se utiliza la notación de variables sin sub-índices de tiempo para nombrar a las variables en estado estacionario. Dado que todas las variables son estacionarias, de la ecuación de Euler se obtiene la tasa de interés nominal en estado estacionario:

$$(1 + i) = \beta^{-1}. \tag{B.1}$$

Similarmente, bajo el supuesto de que las fricciones en los mercados financieros externos son nulas en estado estacionario, se tiene que $\Psi_B \left( SB^*/P \right) = 1$. A su vez, la ecuación (A.11) implica que en estado estacionario el tipo de cambio es constante. De la curva de Phillips en el sector doméstico se obtiene que:

$$MC = \frac{1}{\mu} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}. \tag{B.2}$$

De las ecuaciones (A.49) y (A.50) se tiene

$$(1 + i) = R^K = \beta^{-1}, \tag{B.3}$$

$$R^H = \beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U(u), \tag{B.4}$$

donde el valor en estado estacionario del costo de ajustar la utilización de capital ($\Psi_U(u)$) se asume como dado. Usando la ecuación de ley de movimiento del capital, (A.68), y el supuesto de que $\Psi_I(1) = 0$, se obtiene:

$$INV = \delta K. \tag{B.5}$$

De la ecuación de la demanda de capital, (A.67), se obtiene el ratio capital-producto:

$$\frac{K}{Y} = \alpha \frac{MC}{R^H},$$

después de reemplazar los valores de estado estacionario de $MC$ y $R^H$, la ecuación anterior se puede re-escribir como[16]:

$$\phi_K \equiv \frac{K}{Y} = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha}{\beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U(u)}, \tag{B.6}$$

Reemplazando la ecuación (B.6) en la ecuación (B.5), se obtiene el ratio de inversión sobre el PBI:

$$\phi_{INV} \equiv \frac{INV}{Y} = \frac{1}{\mu} \frac{\alpha\delta}{\beta^{-1} - (1-\delta) + \Psi_U(u)}. \tag{B.7}$$

Se consideran como dados el ratio de activos externos netos sobre producto y el ratio de gasto público sobre producto:

$$\frac{SB^*/P}{Y} \equiv \phi_B, \tag{B.8}$$

$$\frac{G}{Y} \equiv \phi_G, \tag{B.9}$$

De la restricción agregada de recursos, el ratio de exportaciones netas viene dado por:

$$\phi_{NX} \equiv \frac{NX}{Y} = -\phi_B(1-\beta) - \phi_{rest}, \tag{B.10}$$

a su vez el ratio de absorción interna / PBI es:

$$\phi_{ABS} \equiv \frac{ABS}{Y} = 1 - \phi_{NX}, \tag{B.11}$$

[16] Se calibran los niveles de productividad doméstica y externa para que los precios relativos sean igual a uno en estado estacionario. Es decir, $RER = T^M = T^H = T^X = 1$.

y el ratio consumo producto:

$$\phi_C \equiv \frac{C}{Y} = \phi_{ABS} - \phi_{INV} - \phi_G. \tag{B.12}$$

Por otro lado, el ratio de importaciones respecto al producto es:

$$\phi_M \equiv \frac{Y^M}{Y} = (1-\gamma)\,\phi_{ABS}. \tag{B.13}$$

Además, se considera como dado el ratio entre capital y riqueza neta:

$$\frac{K}{N} \equiv \phi_{KN}. \tag{B.14}$$

Entonces, el ratio de deuda sobre riqueza neta viene dado por:

$$\frac{D}{N} = \phi_{KN} - 1. \tag{B.15}$$

El consumo de los empresarios y de las familias en términos del producto es:

$$\phi_{C^{emp}} \equiv \frac{C^{emp}}{Y} = \frac{v}{1-v}\frac{N}{K}\frac{K}{Y} = \frac{v}{1-v}\frac{\phi_K}{\phi_{KN}}, \tag{B.16}$$

$$\phi_{C^{fam}} \equiv \frac{C^{fam}}{Y} = \phi_C - \phi_{C^{emp}}. \tag{B.17}$$

El estado estacionario del resto de variables son función de estos ratios. Los cálculos son directos y pueden ser solicitados a los autores.

## B.2 Derivación de la Canasta Optima de Consumo

### B.2.1 Derivación de las Canastas $C_t^H$ y $C_t^M$

El problema del consumidor es elegir la canasta de consumo $C_t^H$ y $C_t^M$ que minimice el gasto en estos bienes, dados los precios $P_t^H$ y $P_t^M$, sujeto al índice del consumo de $C_t$ :

$$\begin{aligned} \min P_t C_t &= P_t^H C_t^H + P_t^M C_t^M \\ \text{sujeto a} \quad &: \quad C_t \equiv \left[(\gamma)^{1/\varepsilon_H}\left(C_t^H\right)^{\frac{\varepsilon_H-1}{\varepsilon_H}} + (1-\gamma)^{1/\varepsilon_H}\left(C_t^M\right)^{\frac{\varepsilon_H-1}{\varepsilon_H}}\right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H-1}}. \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = P_t C_t - \lambda_C \left\{ C_t - \left[ \left(\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} + \left(1-\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H}} \right]^{\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1}} \right\}$$

donde $\lambda_C$ es el multiplicador lagrangeano de este problema. Las condiciones de primer orden son respecto al consumo doméstico ($C_t^H$):

$$P_t^H = \lambda_C \left(C_t\right)^{1/\varepsilon_H} \left(\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^H\right)^{-1/\varepsilon_H}, \tag{B.18}$$

respecto al consumo importado ($C_t^M$):

$$P_t^M = \lambda_C \left(C_t\right)^{1/\varepsilon_H} \left(1-\gamma^H\right)^{1/\varepsilon_H} \left(C_t^M\right)^{-1/\varepsilon_H}, \tag{B.19}$$

y respecto al consumo total ($C_t$):

$$P_t = \lambda_C. \tag{B.20}$$

Se reemplaza $\lambda_C$ y se resuelve para $C_t^H$ y $C_t^M$ :

$$C_t^H = \gamma^H \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{B.21}$$

$$C_t^M = \left(1-\gamma^H\right) \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{B.22}$$

También, se reemplazan la funciones de demanda en el índice de consumo y se obtiene el índice de precios al consumidor:

$$P_t \equiv \left[\gamma^H \left(P_t^H\right)^{1-\varepsilon_H} + \left(1-\gamma^H\right) \left(P_t^M\right)^{1-\varepsilon_H}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_H}}, \tag{B.23}$$

la misma que es la ecuación (A.6) del texto principal.

### B.2.2 Derivación de las Canastas de $C_t^H(z)$ y $C_t^M(z)$ (ecuaciones A.4 y A.5)

El problema del consumidor es elegir la canasta de los bienes $C_t^H(z)$ para $z \in [0, n]$ tal que minimice el gasto en estos bienes, dados los precios $P_t^H(z)$, sujeto al índice del consumo $C_t^H$ :

$$\begin{aligned} \min P_t^H C_t^H &= \int_0^n P_t^H(z)\, C_t^H(z) dz, \\ \text{sujeto a} \quad &: \quad C_t^H \equiv \left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}. \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = P_t^H C_t^H - \lambda_{C^H} \left\{ C_t^H - \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t^H(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right\},$$

donde $\lambda_{C^H}$ es el multiplicador lagrangeano de este problema. Las condiciones de primer orden son, respecto a cada bien $C_t^H(z)$ :

$$P_t^H(z) = \lambda_{C^H} \left( C_t^H \right)^{1/\varepsilon} \left( \frac{1}{n} \right)^{1/\varepsilon} \left( C_t^H(z) \right)^{-1/\varepsilon}. \tag{B.24}$$

Asimismo, la condición de primer orden respecto al índice de consumo de bienes domésticos ($C_t^H$):

$$P_t^H = \lambda_{C^H}. \tag{B.25}$$

Se reemplaza $\lambda_{C^H}$ en (B.24) y se resuelve para $C_t^H(z)$ :

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n} \left( \frac{P_t^H(z)}{P_t^H} \right)^{-\varepsilon} C_t^H. \tag{B.26}$$

Se reemplaza (B.26) en el índice de consumo $C_t^H$ para obtener el índice de precios de bienes domésticos (ecuación A.7 del texto principal):

$$P_t^H = \left[ \left( \frac{1}{n} \right) \int_0^n \left( P_t^H(z) \right)^{1-\varepsilon} dz \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}. \tag{B.27}$$

Se resuelve un problema similar para $C_t^M(z)$, y se obtiene la función de demanda de $C_t^M(z)$ :

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n} \left( \frac{P_t^M(z)}{P_t^M} \right)^{-\varepsilon} C_t^M, \tag{B.28}$$

y el índice de precios a la importación:

$$P_t^M = \left[ \left( \frac{1}{1-n} \right) \int_n^1 \left( P_t^M(z) \right)^{1-\varepsilon} dz \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}. \tag{B.29}$$

Reemplazando (B.26) y (B.28) en (B.21) y (B.22), respectivamente, se obtienen las ecuaciones (A.4) y (A.5) del texto principal:

$$C_t^H(z) = \frac{1}{n}\gamma^H \left(\frac{P_t^H(z)}{P_t^H}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^H}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t, \tag{B.30}$$

$$C_t^M(z) = \frac{1}{1-n}\left(1-\gamma^H\right) \left(\frac{P_t^M(z)}{P_t^M}\right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_t^M}{P_t}\right)^{-\varepsilon_H} C_t. \tag{B.31}$$

## B.3 Derivación de las Condiciones de Primer Orden de los Individuos

El problema del consumidor es maximizar la utilidad

$$\max E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U\left(C_{t+s}^j, C_{t+s-1}^{fam}, Z_{t+s}^j, L_{t+s}^j, \xi_{t+s}\right)\right],$$

sujeto a la restricción presupuestaria de los individuos:

$$\begin{aligned} & B_t^j + S_t B_t^{j*} + M_t^j \\ = \;& (1+i_{t-1}) B_{t-1}^j + \left(1+i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^{j*} + W_t L_t^j - P_t C_t^j + P_t \Gamma_t^j + M_{t-1}^j + T_t^j. \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$E_t \left[\begin{array}{c} \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} U_{t+s} \\ -\lambda_{U,t+s} \left(\begin{array}{c} \frac{B_{t+s}^j}{P_{t+s}} + \frac{S_{t+s} B_{t+s}^{j*}}{P_{t+s}} + \frac{M_{t+s}^j}{P_{t+s}} - \frac{(1+i_{t+s-1}) B_{t+s-1}^j}{P_{t+s}} \\ -\left(1+i_{t+s-1}^*\right) \Psi_B \left(\frac{S_{t+s-1} B_{t+s-1}^*}{P_{t+s-1}}\right) \frac{S_{t+s} B_{t+s-1}^{j*}}{P_{t+s}} - \frac{W_{t+s}}{P_{t+s}} L_{t+s}^j \\ +C_{t+s}^j - \Gamma_{t+s}^j - \frac{M_{t+s-1}^j}{P_{t+s}} - \frac{T_{t+s}^j}{P_{t+s}} \end{array}\right) \end{array}\right],$$

donde $\lambda_{U,t+s}$ es el multiplicador lagrangeano correspondiente a la restricción presupuestaria en el periodo $t+s$. Las condiciones de primer orden en el periodo $t$ son: respecto al consumo ($C_t^j$):

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \lambda_t, \tag{B.32}$$

al trabajo ($L_t^j$):

$$-\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial L_t^j} = \lambda_t \frac{W_t}{P_t}, \tag{B.33}$$

a los bonos domésticos $\left(B_t^j\right)$ :

$$\frac{\lambda_t}{P_t} = E_t \left( \frac{(1+i_t)}{P_{t+1}} \lambda_{t+1} \right), \tag{B.34}$$

a los bonos externos $\left(B_t^{j*}\right)$ :

$$\frac{S_t \lambda_t}{P_t} = E_t \left( (1+i_t^*) \, \Psi_B \left( \frac{S_t B_t^*}{P_t} \right) \frac{S_{t+1}}{P_{t+1}} \lambda_{t+1} \right), \tag{B.35}$$

y a los saldos monetarios $\left(M_t^j\right)$ :

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial M_t^j / P_t} \frac{1}{P_t} = \frac{\lambda_t}{P_t} - E_t \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}}. \tag{B.36}$$

Se reemplaza la ecuación (B.32) evaluada en $t$ y en $t+1$ en (B.34) y se obtiene la ecuación de Euler:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = (1+i_t) \, E_t \left( \frac{1}{P_{t+1}/P_t} \frac{\partial U_{t+1}^j}{\partial C_{t+1}^j} \right). \tag{B.37}$$

Similarmente, se reemplaza (B.32) en (B.35)

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = (1+i_t^*) \, \Psi_B \left( \frac{S_t B_t^*}{P_t} \right) E_t \left( \frac{S_{t+1}/S_t}{P_{t+1}/P_t} \frac{\partial U_{t+1}^j}{\partial C_{t+1}^j} \right). \tag{B.38}$$

Las ecuaciones (B.37) y (B.38) sirven para derivar la paridad descubierta de tasas de interés (ecuación A.11 del texto principal).

Se reemplaza la ecuación (B.32) en (B.33) y se obtiene la ecuación de la oferta de trabajo, la misma que iguala la tasa marginal de sustitución entre consumo y trabajo con el salario real:

$$-\frac{\frac{\partial U_t^j}{\partial L_t^j}}{\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j}} = MRS_t = \frac{W_t}{P_t}. \tag{B.39}$$

Se reemplazan las ecuaciones (B.34) y (B.32) en (B.36) y se obtiene la condición de la demanda de dinero:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial M_t^j / P_t} = \left( \frac{i_t}{1+i_t} \right) \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j}. \tag{B.40}$$

## B.4 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes Intermedios

Existe una masa 1 de firmas que produce bajo competencia perfecta $n$ bienes indexados por $z$. Estas firmas alquilan capital de los empresarios y trabajo de los individuos a los precios en términos de unidades de consumo $R_t^H$ y $\frac{W_t}{P_t}$, respectivamente. El problema de la firma que produce el bien $z$ es elegir $\widetilde{K_{t-1}(z)}$ y $L_t(z)$ tal que minimice el gasto alquiler de factores de producción sujeto a su restricción de tecnología:

$$\begin{aligned} &\min R_t^H \widetilde{K_{t-1}(z)} + \frac{W_t}{P_t} L_t(z), \\ \text{sujeto a} \quad : \quad & Y_t^{int}(z) = A_t \left(\widetilde{K_{t-1}(z)}\right)^{\alpha} L_t(z)^{1-\alpha}. \end{aligned}$$

El lagrangeano de este problema es:

$$\mathcal{L} = R_t^H \widetilde{K_{t-1}(z)} + \frac{W_t}{P_t} L_t(z) + \frac{W_t}{P_t} L_t(z) + \lambda_{int} \left(Y_t^{int}(z) - A_t \left(\widetilde{K_{t-1}(z)}\right)^{\alpha} L_t(z)^{1-\alpha}\right),$$

donde $\lambda_{int}$ es el multiplicador lagrangeano. La condición de primer orden respecto a los servicios de capital es ($\widetilde{K_{t-1}(z)}$):

$$R_t^H = \lambda_{int} \alpha \frac{Y_t^{int}(z)}{\widetilde{K_{t-1}(z)}}, \tag{B.41}$$

y respecto al trabajo ($L_t(z)$):

$$\frac{W_t}{P_t} = \lambda_{int} (1-\alpha) \frac{Y_t^{int}(z)}{L_t(z)}. \tag{B.42}$$

Además, la derivada del lagrangeano respecto a la producción es igual al costo marginal:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_t^{int}(z)} = \lambda_{int} = MC_t(z), \tag{B.43}$$

el cual, por el supuesto de competencia perfecta, es igual al precio del bien $z$ en términos de unidades de consumo:

$$MC_t(z) = \frac{P_t^{int}(z)}{P_t}. \tag{B.44}$$

Se reemplazan $\widetilde{K_{t-1}(z)}$ y $L_t(z)$ de las ecuaciones (B.41) y (B.42) en la función de producción y se resuelve por el costo marginal:

$$\lambda_{int} = MC_t(z) = \frac{1}{A_t} \left(\frac{R_t^H}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{W_t/P_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}. \tag{B.45}$$

Dado que todas las firmas que producen cada bien $z$ tienen la misma tecnología de retornos a escala constantes, el costo marginal de todas las firmas productoras de bienes intermedios es el mismo, esto es: $MC_t(z) = MC_t$ para cada $z$.

Luego, se reemplaza (B.45) en (B.41) y (B.42) y se obtiene la demanda de cada factor de producción:

$$\begin{aligned} \widetilde{K_{t-1}}(z) &= \alpha\left(\frac{MC_t}{R_t^H}\right)Y_t^{int}(z), && \text{(B.46)} \\ L_t(z) &= (1-\alpha)\left(\frac{MC_t}{W_t/P_t}\right)Y_t^{int}(z), && \text{(B.47)} \end{aligned}$$

las mismas que corresponden a las ecuaciones (A.29) y (A.30).

## B.5 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes Finales

La condición de primer orden del problema de las firmas producturas de bienes finales es la siguiente:

$$E_t\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta_H)^k\Lambda_{t+k}\left(\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H}\Upsilon_{t,t+k}^H-\mu MC_{t+k}^H\right)\left(\Upsilon_{t,t+k}^H\right)^{-\varepsilon}Y_{t+k}^H\right\}=0. \tag{B.48}$$

donde $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$, $\Upsilon_{t,t+k}^H \equiv \left(F_{t,t+k}^H\right)^{1-\lambda_\pi}\left(\frac{\Pi_t^H}{\Pi_{t+k}^H}\right)^{\lambda_\pi}$, $F_{t,t+k}^H \equiv \frac{P_t^H}{P_{t+k}^H}$ . Siguiendo a Benigno y Woodford (2004), la anterior condición de primer orden puede ser re-escrita recursivamente utilizando dos variables auxiliares, $V_t^D$ y $V_t^N$, las mismas que se relacionan de la siguiente manera:

$$\frac{P_t^{H,o}(z)}{P_t^H}=\frac{V_t^N}{V_t^D}, \tag{B.49}$$

donde

$$\begin{aligned} V_t^N &= E_t\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\mu(\theta_H\beta)^k\left(\Upsilon_{t,t+k}^H\right)^{-\varepsilon}Y_{t+k}^H U_{C,t+k}MC_{t+k}^H\right\}, && \text{(B.50)} \\ V_t^D &= E_t\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta_H\beta)^k\left(\Upsilon_{t,t+k}^H\right)^{1-\varepsilon}Y_{t+k}^H U_{C,t+k}\right\}. && \text{(B.51)} \end{aligned}$$

Notar que $V_t^D$ y $V_t^N$ pueden ser expandidos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_t^N &= \mu Y_t^H U_{C,t} MC_t^H && \text{(B.52)} \\ &+ (\theta_H \beta) E_t \left\{ \left( \Pi_{t+1}^H \left( \Pi_t^H \right)^{-\lambda_\pi} \right)^\varepsilon \sum_{k=0}^{\infty} \mu (\theta_H \beta)^k \left( \Upsilon_{t+1,t+1+k}^H \right)^{-\varepsilon} Y_{t+1+k}^H U_{C,t+1+k} MC_{t+1+k}^H \right\}, \\ V_t^D &= Y_t^H U_{C,t} && \text{(B.53)} \\ &+ (\theta_H \beta) E_t \left\{ \left( \Pi_{t+1}^H \left( \Pi_t^H \right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} (\theta_H \beta)^k \left( \Upsilon_{t+1,t+1+k}^H \right)^{1-\varepsilon} Y_{t+1+k}^H U_{C,t+1+k} \right\}, \end{aligned}$$

donde se ha utilizado la definición de $\Upsilon_{t,t+k}^H$. Dados (B.50) y (B.51), $V_t^D$ y $V_t^N$ pueden ser expresados recursivamente de la siguiente forma:

$$V_t^N = \mu U_{C,t} Y_t^H MC_t^H + \theta_H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^N \left( \Pi_{t+1}^H \left( \Pi_t^H \right)^{-\lambda_\pi} \right)^\varepsilon \right\}, \quad \text{(B.54)}$$

$$V_t^D = U_{C,t} Y_t^H + \theta_H \beta E_t \left\{ V_{t+1}^D \left( \Pi_{t+1}^H \left( \Pi_t^H \right)^{-\lambda_\pi} \right)^{\varepsilon-1} \right\}. \quad \text{(B.55)}$$

Asimismo, dado que en cada periodo $t$ sólo una fracción $(1-\theta_H)$ de firmas cambian sus precios, y el resto de firmas cambian sus precios, y el resto de firmas actualizan sus precios en función a la tasa de inflación pasada, la tasa bruta de inflación doméstica está determinada por la siguiente condición:

$$\theta_H \left[ \Pi_t^H \left( \Pi_{t-1}^H \right)^{-\lambda_\pi} \right]^{\varepsilon-1} = 1 - (1-\theta_H) \left( \frac{V_t^N}{V_t^D} \right)^{1-\varepsilon}. \quad \text{(B.56)}$$

Las ecuaciones (B.54), (B.55) y (B.56) determinan la ecuación de oferta agregada de la producción doméstica.

## B.6 Solución del Problema de las Firmas Productoras de Bienes de Capital sin Terminar

Existe una masa 1 de firmas de índice $z_K$ que operan en un entorno de competencia perfecta. Estas firmas producen capital nuevo sin terminar utilizando bienes de inversión. Compran bienes de inversión a los productores de bienes finales y venden el capital sin terminar a los empresarios al precio $Q_t$. El problema de estas firmas es maximizar el valor presente de sus beneficios:

$$\max E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_{t+k} \left[ Q_{t+k} F \left( INV_t (z_K), INV_{t-1} (z_K) \right) - INV_t (z_K) \right] \right\}, \quad \text{(B.57)}$$

donde $F()$ es la función de producción del capital nuevo.

La condición de primero orden del problema es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1, \tag{B.58}$$

donde $F_{j,t}$ es la derivada parcial de la función de producción del periodo $t$ respecto al termino $j = \{1, 2\}$.

## B.7 Restricción agregada de recursos de la economía

**Agregación y Gobierno**

Se agrega la restricción presupuestaria de los individuos (ecuación A.8):

$$\begin{aligned} & B_t + S_t B_t^* + M_t - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* \\ = \; & W_t L_t - P_t C_t^{fam} + P_t \Gamma_t + M_{t-1} + T_t, \end{aligned} \tag{B.59}$$

de esta forma se eliminan los super-índices $j$ de la ecuación. Se reemplaza la restricción presupuestaria del gobierno (ecuación A.56):

$$\begin{aligned} & B_t + S_t B_t^* - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* \\ = \; & W_t L_t - P_t C_t^{fam} + P_t \Gamma_t - P_t G_t, \end{aligned} \tag{B.60}$$

así se eliminan las transferencias y los saldos monetarios y se incluye el gasto de gobierno en la restricción.

**Beneficios de las Firmas**

Los beneficios agregados son la suma de los beneficios de los productores de bienes finales, los exportadores y los importadores:

$$P_t \Gamma_t = P_t^H \Gamma_t^H + S_t P_t^X \Gamma_t^X + P_t^M \Gamma_t^M. \tag{B.61}$$

Los beneficios de los productores de bienes finales son:

$$P_t^H \Gamma_t^H = \int_0^n \left(P_t^H(z) - MC_t^H P_t^H\right) Y_t^H(z), \tag{B.62}$$

después de utilizar la definición del índice de precios de la producción doméstica y de la dispersión de precios, la ecuación (B.62) se escribe como:

$$P_t^H \Gamma_t^H = P_t^H \left(1 - MC_t^H \Delta_t^H\right) Y_t^H. \tag{B.63}$$

Similarmente, los beneficios de los exportadores y de los importadores son:

$$\begin{aligned} S_t P_t^X \Gamma_t^X &= S_t P_t^X \left(1 - MC_t^X \Delta_t^X\right) Y_t^X, && \text{(B.64)} \\ P_t^M \Gamma_t^M &= P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M, && \text{(B.65)} \end{aligned}$$

Utilizando la ecuación de la suma total de la producción doméstica (A.61), los beneficios totales son:

$$P_t \Gamma_t = P_t^{def} Y_t - P_t MC_t \left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M. \tag{B.66}$$

Utilizando las demandas agregadas por servicios de capital y trabajo (ecuaciones A.66 y A.67), los costos totales de las firmas productoras de bienes finales son:

$$MC_t \left(\Delta_t^H Y_t^H + \Delta_t^X Y_t^X\right) = R_t^H u_t K_{t-1} + \frac{W_t}{P_t} L_t, \tag{B.67}$$

donde se ha reemplazado la definición del capital alquilado por los empresarios $\widetilde{K_{t-1}} = u_t K_{t-1}$. Se reemplaza (B.67) en (B.66) y se obtiene:

$$P_t \Gamma_t = P_t^{def} Y_t - P_t R_t^H u_t K_{t-1} - W_t L_t + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M. \tag{B.68}$$

Luego, se reemplazan los beneficios totales (ecuación B.68) en la ecuación (B.60) y se obtiene:

$$\begin{aligned} & B_t + S_t B_t^* - (1 + i_t) B_{t-1} - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* && \text{(B.69)} \\ = \; & P_t^{def} Y_t - P_t C_t^{fam} - P_t G_t - P_t R_t^H u_t K_{t-1} + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M. \end{aligned}$$

**Empresarios**

Utilizando la definición del retorno de invertir en capital (ecuación A.50):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t) - (1 - \delta) Q_t\right) K_{t-1}. \tag{B.70}$$

El stock total de capital terminado (ecuación A.68) es igual a:

$$K_t = F(INV_t, INV_{t-1}) + (1 - \delta) K_{t-1}. \tag{B.71}$$

Reemplazamos $K_{t-1}$ de la ecuación (B.71) en el último término de la ecuación (B.70):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - Q_t \left(K_t - F(INV_t, INV_{t-1})\right). \tag{B.72}$$

Los beneficios de los productores de capital sin terminar son: $Q_t F(INV_t, INV_{t-1}) - INV_t$, debido a que dichas empresas operan bajo competencia perfecta, sus beneficios son cero en equilibrio. Reemplazando esta condición en (B.72) se obtiene:

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - Q_t K_t + INV_t. \tag{B.73}$$

Se reemplaza $Q_t K_t$ de la definición del balance de las empresas (ecuación A.47) en (B.73):

$$R_t^H u_t K_{t-1} = \left(Q_{t-1} R_t^K + \Psi_U(u_t)\right) K_{t-1} - N_t - \frac{D_t}{P_t} + INV_t. \tag{B.74}$$

De la ecuación de la evolución del patrimonio neto y del consumo de los empresario (ecuaciones A.53 y A.54):

$$N_t = V_t - C_t^{emp}. \tag{B.75}$$

De la ecuación de $V_t$ (ecuación 3.63) se obtiene:

$$Q_{t-1} R_t^K K_{t-1} = V_t + (1 + RP_{t-1}) \left(\frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t}\right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}. \tag{B.76}$$

Reemplazando (B.75) y (B.76) en (B.74):

$$\begin{aligned} R_t^H u_t K_{t-1} &= (1 + RP_{t-1}) \left(\frac{1 + i_{t-1}}{\Pi_t}\right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{D_t}{P_t} + C_t^{emp} + INV_t \\ &\quad + \Psi_U(u_t) K_{t-1}. \end{aligned} \tag{B.77}$$

Se reemplaza $R_t^H u_t K_{t-1}$ de la ecuación (B.77) en (B.69) y se considera la condición de equilibrio del mercado de deuda doméstica: $B_t = D_t$.

$$\begin{aligned} & S_t B_t^* - \left(1 + i_{t-1}^*\right) \Psi_B \left(B_{t-1}^* \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) S_t B_{t-1}^* \\ = \ & P_t^{def} Y_t - P_t \left(C_t^{fam} + C_t^{emp} + G_t + INV_t\right) \\ & + P_t^M \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - P_t \Psi_U(u_t) K_{t-1} - RP_{t-1}(1 + i_{t-1}) D_{t-1}. \end{aligned} \tag{B.78}$$

**Balanza de Pagos**

Se utiliza la definición de absorción interna (ecuación A.57) y la del consumo total (ecuación

A.58). Después de dividir entre $P_t$, la balanza de pagos de la economía está dada por:

$$\begin{aligned}\frac{S_t B_t^*}{P_t} - \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} &= \frac{P_t^{def}}{P_t} Y_t - ABS_t \\ &+ \left\{ \frac{\left(1+i_{t-1}^*\right) S_t / S_{t-1}}{\Pi_t} \Psi_B \left( \frac{B_{t-1}^* S_{t-1}}{P_{t-1}} \right) - 1 \right\} \frac{S_{t-1} B_{t-1}^*}{P_{t-1}} + REST_t,\end{aligned} \tag{B.79}$$

donde se ha definido la variable $REST_t$ como:

$$REST_t = \frac{P_t^M}{P_t} \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - \Psi_U\left(u_t\right) K_{t-1} - RP_{t-1} \left( \frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}, \tag{B.80}$$

que equivale a la ecuación en el texto principal. Cabe mencionar que si incluimos los tres tipos de dolarización en el modelo, la variable $REST_t$ se re-escribiría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}REST_t &= \frac{P_t^M}{P_t} \left(1 - MC_t^M \Delta_t^M\right) Y_t^M - \Psi_U\left(u_t\right) K_{t-1} - RP_{t-1} \left( \frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \\ &-\frac{S_t}{P_t} \left(M_t^* - M_{t-1}^*\right) + \left(1 + RP_{t-1}\right) \left( \frac{1+i_{t-1}}{\Pi_t} \right) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \left[ 1 - \left( \frac{1+i_{t-1}^*}{1+i_{t-1}} \frac{S_t}{S_{t-1}} \right)^{\delta_{DF}} \right]\end{aligned} \tag{B.81}$$

a la cual se le han añadido dos términos, el primero relacionado a la demanda de moneda extranjera de los consumidores y el segundo asociado a un efecto por la distinta denominación de las deudas de las familias (sólo en soles) y de las empresas (tanto en soles como en dólares).

## B.8 Derivación de algunas Ecuaciones en forma Log-lineal

### B.8.1 La Utilidad Marginal del Consumo con Dinero en Dos Monedas

Considerando el agregado monetario que afecta la función de utilidad (ecuación 2.3 del texto principal):

$$Z_t^j = \left( \frac{M_t^{S,j}}{P_t} \right)^{1-\delta_{DT}} \left( \frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t} \right)^{\delta_{DT}}. \tag{B.82}$$

La condición de primer orden con respecto al saldo de dinero en soles:

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \left(1 - \delta^{DT}\right) \frac{Z_t^j}{M_t^{S,j} / P_t} \frac{1}{P_t} = \frac{\lambda_t}{P_t} - E_t \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}}. \tag{B.83}$$

Similarmente, la condición de primer orden con respecto al saldo de dinero en dólares:

$$\beta^t \frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \delta^{DT} \frac{Z_t^j}{S_t M_t^{D,j}/P_t} \frac{S_t}{P_t} = \frac{S_t \lambda_t}{P_t} - E_t \frac{S_{t+1}\lambda_{t+1}}{P_{t+1}}. \tag{B.84}$$

Se reemplaza en (B.83) la condición de primer orden de los bonos domésticos (B.34)

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \left(1 - \delta^{DT}\right) \frac{Z_t^j}{M_t^{S,j}/P_t} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \frac{i_t}{1+i_t}, \tag{B.85}$$

y en (B.84) la condición de primer orden de los bonos externos (B.35):

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} \delta^{DT} \frac{Z_t^j}{S_t M_t^{D,j}/P_t} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \left( \frac{\left(1 + i_t^*\right) \Psi_B - 1}{\left(1 + i_t^*\right) \Psi_B} \right). \tag{B.86}$$

Se reemplaza $(\frac{M_t^{S,j}}{P_t})$ y $(\frac{M_t^{D,j} S_t}{P_t})$ de las ecuaciones (B.85) y (B.86) en la definición de $Z_t^j$ (ecuación B.82):

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} = \frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} \left( \frac{i_t}{1+i_t} / \left(1 - \delta_{DT}\right) \right)^{1-\delta_{DT}} \left( \left( \frac{\left(1 + i_t^*\right) \Psi_B - 1}{\left(1 + i_t^*\right) \Psi_B} \right) / \delta_{DT} \right)^{\delta_{DT}}. \tag{B.87}$$

Si se considera la siguiente función de utilidad no separable entre consumo y saldos monetarios (ecuación A.1):

$$\xi_t \ln \left\{ \left[ b \left( C_t^j - h C_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b) \, Z_t^{j\,\frac{\omega-1}{\omega}} \right]^{\frac{\omega}{\omega-1}} \right\} - \frac{\left(L_t^j\right)^{1+\eta}}{1+\eta}. \tag{B.88}$$

Esta es la ecuación (**??**) en el texto principal. La utilidad marginal del consumo y de los saldos monetarios es, respectivamente:

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j} = \frac{\xi_t}{b \left( C_t^j - h C_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b) \left( Z_t^j \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}}} b \left( C_t^j - h C_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{-1}{\omega}}, \tag{B.89}$$

$$\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j} = \frac{\xi_t}{b \left( C_t^j - h C_{t-1}^{fam} \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-b) \left( Z_t^j \right)^{\frac{\omega-1}{\omega}}} (1-b) \left( Z_t^j \right)^{\frac{-1}{\omega}}. \tag{B.90}$$

Se reemplaza $\frac{\partial U_t^j}{\partial C_t^j}$ y $\frac{\partial U_t^j}{\partial Z_t^j}$ en (B.87) :

$$(1-b)\left(Z_t^j\right)^{\frac{-1}{\omega}} = b\left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam}\right)^{\frac{-1}{\omega}} AUX_t, \tag{B.91}$$

donde se ha definido $AUX_t \equiv \left(\frac{i_t}{1+i_t}/\left(1-\delta_{DT}\right)\right)^{1-\delta_{DT}} \left(\left(\frac{(1+i_t^*)\Psi_B - 1}{(1+i_t^*)\Psi_B}\right)/\delta_{DT}\right)^{\delta_{DT}}$

Se resuelve para $Z_t^j$:

$$Z_t^j = \left(C_t^j - hC_{t-1}^{fam}\right)\left(\frac{b}{1-b}AUX_t\right)^{-\omega}. \tag{B.92}$$

Se reemplaza (B.92) en la utilidad marginal del consumo (ecuación B.89):

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t} = \xi_t \left(C_t^{fam} - hC_{t-1}^{fam}\right)^{-1} / \left(1 + \left(\frac{(1-b)}{b}\right)^{\omega} \left(AUX_t\right)^{1-\omega}\right), \tag{B.93}$$

donde se ha eliminado el super-índice $j$ al considerar el consumo agregado de las familias. La log-linearización de la ecuación (B.93) es la siguiente:

$$\begin{aligned} u_{ct} \quad = \quad & -\left(\frac{1}{1-h}c_t^{fam} - \frac{h}{1-h}c_{t-1}^{fam}\right) + \xi_t \\ & -(1-\omega)\left(\frac{(1-b)}{b}\right)^{\omega}(AUX)^{1-\omega} / \left(1 + \left(\frac{(1-b)}{b}\right)^{\omega}(AUX)^{1-\omega}\right) aux_t, \end{aligned} \tag{B.94}$$

donde $AUX = 1-\beta$ es el valor en estado estacionario de $AUX_t$ , cuya aproximación log-lineal es:

$$aux_t = -\beta\left(\left(1-\delta^{DT}\right)i_t + \delta^{DT}\left(i_t^* + \psi_b b_{t-1}\right)\right). \tag{B.95}$$

Reemplazando $aux_t$ en (B.94) y simplificando, se obtiene:

$$u_{ct} = -\left(\frac{1}{1-h}c_t^{fam} - \frac{h}{1-h}c_{t-1}^{fam}\right) + vm_t + \xi_t, \tag{B.96}$$

donde

$$vm_t = -\Omega\left[\left(1-\delta^{DT}\right)i_t + \delta^{DT}i_t^*\right], \tag{B.97}$$

y

$$\Omega \equiv \beta(1-\omega)\left[\frac{(1-b)^{\omega}(1-\beta)^{1-\omega}}{b^{\omega} + (1-b)^{\omega}(1-\beta)^{1-\omega}}\right]. \tag{B.98}$$

### B.8.2 La Ecuación de la Inversión

La condición de primer orden los productores de capital sin terminar es:

$$Q_t F_{1,t} + E_t \Lambda_{t+1} Q_{t+1} F_{2,t+1} = 1, \tag{B.99}$$

donde $F_t = F\left(INV_t, INV_{t-1}\right), F_{1,t} = \partial F_t / INV_t, F_{2,t+1} = \partial F_{t+1} / INV_t$.

La aproximación log-lineal de esta equación es:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[F_1 q_t + \left(F_{11} inv_t + F_{12} inv_{t-1}\right) INV\right] \\ &\quad + E_t \beta \left[F_2 \left(\lambda_{t+1} + q_{t+1}\right) + \left(F_{21} inv_{t+1} + F_{22} inv_t\right) INV\right]. \end{aligned} \tag{B.100}$$

La función $F\left(INV, INV_{-1}\right) = \left(1 - \Psi_I\left(INV/INV_{-1}\right)\right) INV$ tiene las siguientes derivadas:

$$\begin{aligned} F_1 &= -\Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}\right) + \left(1 - \Psi_I\right), \\ F_2 &= \Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}\right)^2, \\ F_{11} &= -\Psi_I'' \times \left(INV/INV_{-1}^2\right) - 2\Psi_I'/INV_{-1}, \\ F_{12} &= \Psi_I'' \times \left(INV^2/INV_{-1}^3\right) + 2\Psi_I' \times \left(INV/INV_{-1}^2\right). \end{aligned}$$

Por el supuesto de $\Psi_I(1) = \Psi_I'(1) = 0$, estas derivadas al ser evaluadas en el estado estacionario son iguales a:

$$\begin{aligned} F_1 &= 1, \\ F_2 &= 0, \\ F_{11} &= -\Psi_I''/INV, \\ F_{12} &= \Psi_I''/INV, \\ F_{22} &= -\Psi_I''/INV. \end{aligned}$$

Se reemplazan estos valores en (B.100) y se obtiene la log-linearización simplificada de la ecuación de inversión:

$$q_t = \Psi_I'' \left[\left(inv_t - inv_{t-1}\right) - \beta\left(E_t inv_{t+1} - inv_t\right)\right]. \tag{B.101}$$

### B.8.3 La Curva de Phillips de los Productores Domésticos

La aproximación log-lineal de las ecuaciones $(A.35)$, $(A.33)$ y $(A.34)$ es, respectivamente:

$$\pi_t^H - \lambda_\pi \pi_{t-1}^H = \frac{\left(1 - \theta_H\right)}{\theta_H}\left(v_t^n - v_t^d\right), \tag{B.102}$$

$$v_t^n = (1-\theta_H\beta)\left(u_{c,t} + y_t^H + mc_t^H\right) + \theta_H\beta E_t\left[v_{t+1}^n + \varepsilon\left(\pi_{t+1}^H - \lambda_\pi\pi_t^H\right)\right], \tag{B.103}$$

$$v_t^d = (1-\theta_H\beta)\left(u_{c,t} + y_t^H\right) + \theta_H\beta E_t\left[v_{t+1}^d + (\varepsilon-1)\left(\pi_{t+1}^H - \lambda_\pi\pi_t^H\right)\right]. \tag{B.104}$$

Se restan ecuaciones $(B.103)$ y $(B.104)$ :

$$v_t^n - v_t^d = (1-\theta_H\beta)\, mc_t^H + \theta_H\beta E_t\left[v_{t+1}^n - v_{t+1}^d + \left(\pi_{t+1}^H - \lambda_\pi\pi_t^H\right)\right]. \tag{B.105}$$

Evaluando ecuación (B.102) un periodo en adelante, se resuelve para $v_{t+1}^n - v_{t+1}^d$

$$v_{t+1}^n - v_{t+1}^d = \frac{\theta^H}{1-\theta^H}\left(\pi_{t+1}^H - \lambda_\pi\pi_t^H\right). \tag{B.106}$$

Se reemplaza ecuación $(B.106)$ en $(B.105)$ :

$$v_t^n - v_t^d = (1-\theta_H\beta)\, mc_t^H + \frac{\theta_H\beta}{1-\theta_H}E_t\left(\pi_{t+1}^H - \lambda_\pi\pi_t^H\right). \tag{B.107}$$

Reemplazando ecuación $(B.107)$ en $(B.102)$ se obtienen la curva de Phillips de los productores domésticos.

$$\pi_t - \lambda_\pi\pi_{t-1}^H = \kappa_H mc_t^H + \beta\left(E_t\pi_{t+1} - \lambda_\pi\pi_t^H\right), \tag{B.108}$$

donde $\kappa_H \equiv \frac{(1-\theta_H)}{\theta_H}(1-\theta_H\beta)$. Análogamente se derivan las curvas de Phillips de los exportadores e importadores, y de los precios en soles y en dólares.