NOTAS DE ESTUDIOS DEL BCRP
No. 26 – 28 de mayo de 2009

ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE RENDIMIENTO PARA EL PERÚ Y SU USO PARA EL ANÁLISIS MONETARIO

Javier Pereda[1]

La curva de rendimiento o *yield curve* es la relación entre las tasas de interés y sus diferentes plazos, para una moneda y deudor determinado, que se observan en una economía en una fecha específica. La estructura de plazos de las tasas de interés es importante para el análisis macroeconómico porque afecta las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos, y por tanto a la demanda agregada que es uno de los principales determinantes de la inflación. Desde el punto de vista financiero, la existencia de una curva de rendimiento favorece el desarrollo del mercado de capitales doméstico -primario y secundario- pues favorece la valorización de los instrumentos financieros (de deuda y derivados)[2].

1. Importancia de la curva de rendimiento para el análisis monetario

En el esquema actual de metas explícitas de inflación (*inflation targeting*) que se sigue en el Perú desde el 2002, el banco central tiene como su principal instrumento operativo de política monetaria a la tasa de interés referencia para el mercado interbancario de muy corto plazo la que es el punto de partida de la curva de rendimiento y que puede ser influenciada por las operaciones de inyección o retiro de liquidez del banco central. El grado en que las decisiones del banco central sobre la tasa de corto plazo se trasmitan hacia el resto de tasas (efecto traspaso o *pass through*), va a determinar la efectividad de la política monetaria. Dichas decisiones pueden modificar la forma de la curva de rendimiento, tanto su intercepto como su pendiente, dependiendo de las expectativas sobre la evolución de las tasas de interés futuras de la economía.

La curva de rendimiento permite extraer información sobre expectativas del mercado de diversas variables macroeconómicas útiles para el diseño de la política monetaria: llámese tasas de interés futuras, tasas de inflación[3], tasas de depreciación, entre otras. Desde el punto de vista del análisis monetario, la curva de rendimiento permite extraer las expectativas para las tasas de corto plazo que tienen los agentes, lo que permite determinar si dichas expectativas son compatibles con el objetivo inflacionario del banco central.

La curva de rendimiento no sólo se ve influenciada por las decisiones del banco central sobre las tasas de corto plazo (y su efecto sobre el resto de tasas), sino también por expectativas de otros determinantes de las tasas de largo plazo, particularmente de la tasa de interés real, la tasa de inflación y la prima de riesgo[4]. Por ejemplo, menores tasas de rendimientos nominales de largo plazo están asociadas por lo general a menores expectativas de inflación, aunque también podría deberse a una reducción en la tasa real de interés o de la prima por riesgo y liquidez (risk y *term premia*)[5]

[1] Especialista senior de Política Monetaria del Departamento del Programa Monetario.
[2] Cabe recordar que los conceptos de tasa de rendimiento al vencimiento y tasa de interés de un bono no son equivalentes. La tasa de interés no depende del precio del bono en el mercado mientras que la tasa de rendimiento sí. Si el bono se cotiza en el mercado a su valor nominal o par entonces su tasa de rendimiento al vencimiento coincide con la tasa de interés del bono.
[3] Frankel y Lown (1994).
[4] Al respecto consultar, Banco Central Europeo (2004).
[5] La prima por riesgo generalmente se asocia al riesgo de crédito y es mayor para bonos del mismo plazo pero con una mayor probabilidad de *default*. La prima por liquidez se refiere a la mayor tasa que generalmente tienen los bonos de mayor plazo (y el mismo riesgo de crédito) para compensar el tiempo de espera hasta su redención. Una prima por liquidez positiva se asocia a una curva de rendimiento de pendiente positiva.

Otra fuente de información para el análisis monetario está asociada a la relación existente entre las diferentes tasas de la curva de rendimiento. El *spread* entre las tasas de largo y corto plazo (o la pendiente de la curva de rendimiento) revela información sobre las expectativas del mercado sobre la evolución de la economía. Al respecto, algunos autores señalan que una pendiente negativa de la curva de rendimiento o curva invertida (tasas de largo plazo menores a las de corto plazo) indicarían expectativas de una recesión futura[6] y por tanto menores tasas de interés futuras. Ello incrementa la demanda de los instrumentos de largo plazo, con rendimientos relativamente altos comparados con los esperados, generando una presión sobre los precios de los bonos de largo plazo y reduciendo sus *yields*.

Asimismo, la estimación de la curva de rendimiento permite determinar el grado en que las decisiones de la autoridad monetaria son anticipadas por el mercado, esto se logra comparando las curvas de rendimiento un día antes y un día después de las decisiones del banco central sobre modificaciones a las tasas de interés de referencia[7].

2. Tasa *spot*, *yield to maturity* y tasa *forward*

Si bien los rendimientos (*yield to maturity*) de los bonos soberanos emitidos permiten tener una idea de las tasas de interés para diferentes plazos, dichos rendimientos no son en términos estrictos iguales a las tasas de interés y por tanto introducen un elemento de error de medición si se le emplea para la valuación de instrumentos financieros o para el análisis monetario.

En términos estrictos, la curva de rendimiento, se refiere a la estructura temporal de las tasas de interés *spot,* denominada tasa de interés de contado. La tasa *spot* o contado para un plazo T, corresponde a la tasa de rendimiento de una suma de dinero desembolsado en el período actual y pagada en el período T. Es equivalente al rendimiento de un bono cupón cero que vence en el período T[8].

Por su parte, la *yield to maturity* es el rendimiento promedio de un bono si éste se conserva hasta su vencimiento. A diferencia de la tasa *spot*, representa el rendimiento promedio no sólo del dinero desembolsado en el período inicial sino también de los cupones o sumas de dinero recibidos durante el período de vida del bono (efecto cupón). Es una tasa directamente observable en el mercado, o puede ser deducida a partir del precio del bono y su estructura de cupones.

Las tasas *spot*, a diferencia de los *yields*, raramente son observadas en el mercado, con la excepción de los bonos cupón cero y por lo general tienen que ser estimadas. Aún, si se contara con un número determinado de bonos cupón cero, no sería posible construir la curva de rendimiento de manera completa ya que ésta debe ser continua y las tasas *spot* de los bonos disponibles no cubrirían todos los plazos de la curva.

Además, de un número suficiente de instrumentos y plazos de bonos en el mercado, se requiere que éstos tengan un nivel de riesgo similar: llámese riesgo de crédito, de liquidez, cambiario, de tasa de interés, entre otros. La estandarización de los diferentes bonos, que los haga comparables entre sí, es condición necesaria para la construcción de la curva de rendimiento[9]. En este sentido, es posible construir distintas curvas de rendimiento atendiendo a características tales como: tipo de

[6] Estrella y Mishkin (1996).
[7] Favero (2000).
[8] Un bono cupón cero es aquel que no paga cupón durante su vida, sólo paga al vencimiento su valor facial o nominal.
[9] Los métodos que se plantean para estimar una curva de rendimiento consideran bonos estándar, que tienen una tasa cupón fija y un valor facial redimible al vencimiento (*bullet*). Dentro de la muestra no se deben incluir bonos redimibles antes del vencimiento (*call bonds*), bonos con tasas de cupón variable, bonos con amortización parcial antes de la fecha de vencimiento, entre otros.

moneda (p.e. soles, dólares, soles indexados a la inflación), liquidez, riesgo de tasa de interés, entre otros aspectos. Por ejemplo, los bonos con mayor liquidez se espera que tengan un menor rendimiento.[10]

La estimación de la curva de rendimiento cubre varias necesidades: la estimación de las tasas *spot* que no son observables en el mercado, la estimación de tasas *spot* para plazos que no existen en el mercado, y la posición actual de la estructura de tasas.

Otro concepto que es útil para nuestro análisis es la tasa de interés *forward* o a plazo. Dicha tasa es aquella que se pacta hoy día (o en un punto *t* en el tiempo) para un período que empezará en el futuro (T) y que tiene un plazo *m*[11]. Así, las tasas *forward* nos indican la evolución en el tiempo de las tasas de interés para un plazo determinado, *m*, (por ejemplo un año), lo que es una fuente de información relevante para el análisis monetario. Sin embargo, en la mayoría de países no existe un mercado *forward* de tasas de interés por lo que éstas tienen que deducirse de manera implícita a partir de las tasas *spot* de la curva de rendimiento. Si la curva cupón cero refleja la tasa promedio de interés (tasa *spot*) la curva *forward* refleja la tasa marginal[12].

Los conceptos de *yield to maturity (ytm)*, precio de un bono, tasa *spot* y tasa *forward* están estrechamente vinculados. Cabe indicar, que por convención tanto la tasa *spot*, ytm, como tasa *forward* se representan en términos de porcentaje anual (p.e. 3,5 equivale a 3,5 % anual ó 0,035).

La ecuación para el precio de un bono (P) se puede expresar como:

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} C \exp(-ytm * t) + F \exp(-ytm * m) \qquad \text{Función de descuento continuo}$$

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} C / (1 + ytm)^{t} + F / (1 + ytm)^{m} \qquad \text{Función de descuento discreto}$$

Donde C, es el cupón pagado por el bono en cada período, F es el valor facial o nominal del bono que se redime a su vencimiento, *m* es el número de períodos que restan para el vencimiento del bono, *ytm* es el rendimiento al vencimiento del bono o la tasa de retorno que iguala el valor presente de los cupones a su precio de mercado, y *exp* es la función exponencial.

El valor de mercado de un bono o su precio (sucio) se puede expresar también de la siguiente forma, usando las tasas cupón cero o tasas *spot* (*i*)[13]:

---

[10] Al igual que los bonos con mayor convexidad. La convexidad mide la sensibilidad del precio de un bono a variaciones en la tasa de interés. La convexidad es una característica deseable de un bono pues implica un menor riesgo de tasa de interés. Al respecto consultar Bodie, Kane y Marcus (1996). En sentido estricto, la estimación de la curva de rendimiento debería ajustarse por diferencias en dichos factores, llámese liquidez, convexidad, entre otros.

[11] En términos formales, la tasa *forward*, $f(t,\tau,T)$, es un ticket que se compra en el período *t* (*settlement*) y que permite asegurar un rendimiento a ser recibido desde el tiempo τ hasta el período *T* (donde $T - \tau$, es el plazo de maduración del instrumento y $\tau - t$, es el número de períodos contados desde el período actual, *t*, en que se calcula la tasa de interés). Usualmente por simplificación se considera $t = 0$ (el *settlement* se realiza en el período actual) y se representa como, $f(\tau,\tau + m)$.

[12] De manera similar a la relación que existe entre costo medio y costo marginal, se da la relación entre tasa *spot* y tasa *forward* de interés. La observación gráfica de la curva de rendimiento nos permite tener una idea general de la evolución futura de las tasas de interés (*forward*). Si la tasa *spot* tiene pendiente positiva (las tasas *spot* están subiendo) entonces las tasas *forward* también se están incrementando y viceversa.

[13] En términos de la función de descuento, el precio (sucio) del bono se representa como:

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} C \exp(-r_t * t) + F \exp(-r_m * m)$$

Esta fórmula (que por simplicidad se ha representado con una función de descuento continua) representa una condición de arbitraje, por lo que las variaciones en la estructura temporal de las tasas de interés deben afectar el precio del bono. Dado que el precio de un bono, *ceteris paribus*, aumenta con el paso del tiempo porque incorpora el pago del cupón devengado[14] en algunos mercados (desarrollados) se muestra la cotización del precio limpio del bono que es un indicador más exacto de las variaciones en precios, dado que el precio limpio no depende del paso del tiempo sino de cambios en las tasas de interés esperadas.

Las tasas *spot* representan las expectativas de tasas de interés promedio de los agentes para diferentes plazos, a diferencia de la tasa de rendimiento (*ytm*) que es un promedio de las tasas *spot* ponderadas por sus cupones, siendo un indicador inexacto de la tasa de interés. De allí que sólo cuando el bono tiene cupón cero, la tasa *spot* coincide con la tasa de rendimiento al vencimiento.

La tasa *spot* para un plazo *n*, se puede descomponer como el promedio (geométrico) de las tasas de interés futuras desde el período 1 (f_1) hasta el período n (f_n). Así, las tasas de largo plazo *(t=n)* se pueden entender como el promedio de las n tasas de corto plazo futuras. En términos algebraicos, la relación entre la tasa *spot* y las tasas *forward* es la siguiente:

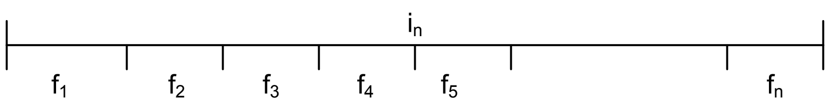
$$(1+ i_n)^n = (1 + f_1)(1 + f_2).....(1 + f_n),$$

o

$$(1+ i_n) = [(1 + f_1)(1 + f_2).....(1 + f_n)]^{1/n}, \qquad \text{(promedio geométrico)}$$

donde:

i = la tasa de interés anual para n años y f_i = la tasa de interés *forward* a un año en el año i.



Es evidente que en el período inicial la tasa *forward* a un año (f_1) es igual a la tasa *spot* a un año (i_1).

$$(1 + i_1) = (1 + f_1)$$

En general, para períodos discretos la tasa *forward* para el año n, se puede obtener como:

$$P = \sum_{t=1}^{m-1} C\, d_t + F\, d_m; \qquad \text{donde:} \quad d_m = \exp[i(m;b)*m]$$

El precio limpio es igual al precio sucio menos los intereses devengados desde el pago del último cupón.

[14] Por lo general, el pago de cupones de los bonos es semestral. En la fecha de pago del cupón el precio de mercado (precio sucio) cae pero el precio limpio no debe modificarse, salvo que las tasas de interés cambien.

$$f_n = [(1 + i_n)^n \,/\, (1 + i_{n-1})^{n-1}] - 1$$

donde, f_n es la tasa *forward* (pactada hoy) que rige desde el año *(n-1)* hasta el año *(n).*

Si definimos la tasa de descuento (discreta) de una unidad monetaria recibida en el período *n* como:

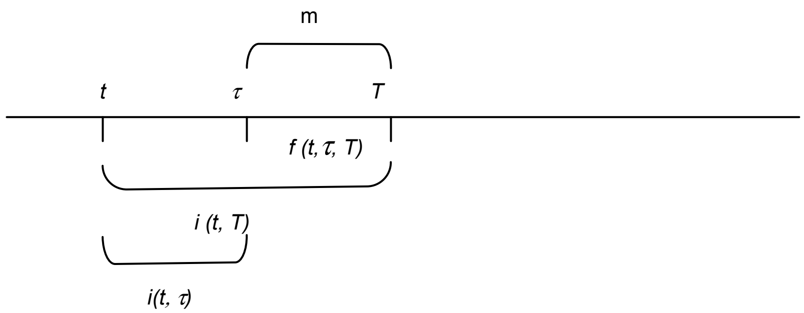
$$d_n = 1/\,(1 + r_n)^n \quad \text{entonces,}$$

$$f_n = (\, d_{n-1} \,/\, d_n \,) - 1$$

La tasa *forward* (en términos continuos) se representa como:

$$f(t,\tau,T) = \frac{i(t,T)(T-t) - i(t,\tau)(\tau - t)}{T-\tau}$$

que equivale al diferencial promedio ponderado de las tasas *spot* del período en que termina la vigencia del contrato, *i (t, T)*, y el período en que se inicia la vigencia del contrato, *i(t, τ),* y se lee como la tasa de interés que se pacta en t, con vigencia desde τ hasta T (período $T - \tau$).



La tasa *forward* instantánea, en forma continua, se define como:

$$f(t,\tau) = \lim_{T \to \tau} f(t,\tau,T)$$

que es la tasa *forward* cuando el período de maduración (m) tiende a cero (en la práctica se asume que *m* se mide en días).

La curva *forward* instantánea f_n es una herramienta usada en el análisis monetario como indicador de la evolución esperada por el mercado (hoy) para la tasa interbancaria *overnight* en el futuro[15].

[15] Si se desea calcular la evolución de la tasa *forward* en períodos mensuales (p.e. a 1 mes, 3 meses, 6 meses, 12 meses), donde los períodos se dividen en meses (y no años como vimos en el ejemplo) se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$F_{t,s,n} = [(1 + r_n)^n \,/\, (1 + r_{n-s})^{n-s}]^{1/s} - 1$$

Donde: *t,s y n* se miden en meses. La tasa *forward* a 3 meses: *s=3* ; 6 meses, s=6 y 1 año, *s=12*.

La tasa: $F_{t,\,s,\,n}$ se lee: “la expectativa en el período actual para la tasa a *s* meses medida desde el período t (período inicial) hasta el período *n* (período final) ”, donde *n = t+s*.

3. Tasa interbancaria *overnight* esperada y tasa *forward* instantánea

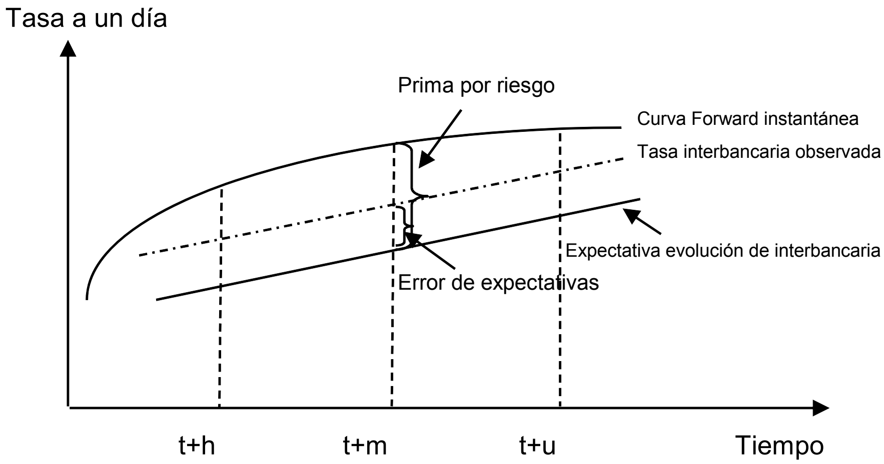
La curva de rendimiento, es cada vez más popular entre los Bancos Centrales como una herramienta que permite extraer las expectativas que tiene el mercado sobre la evolución futura de las tasas de interés de corto plazo (que es la tasa que el Banco Central tiene mayor control a través del mercado interbancario), a partir de la estimación de la curva *forward* instantánea o curva de tasas a plazo *overnight* (f_n).

La Teoría de las Expectativas Puras de la curva de rendimiento sostiene que las tasas de largo plazo son el promedio de las tasas de corto plazo esperadas. Así, una curva de rendimiento con pendiente positiva indica que se espera tasas de corto plazo mayores en el futuro y una curva de rendimiento con pendiente negativa indica que se espera menores tasas de interés de corto plazo futuras. De acuerdo a esta teoría, si sabemos que las tasas *spot* son el promedio de las tasas *forward*, entonces las tasas de interés esperadas de corto plazo están dadas por la curva *forward*. Si definimos la expectativa en el período *t* para la tasa de interés a un plazo *n* (i_n) dentro de *m* períodos *(t+m)*, como E_m (f_n), entonces de acuerdo a dicha teoría, la expectativa de tasas de interés a un plazo *n*, que estará vigente dentro de *m* períodos a partir del periodo actual (t), está dado por:

$$E_m (f_n) = f_n$$

La evidencia empírica, sin embargo, muestra que la Teoría de las Expectativas Puras no se cumple. Si se asume que en promedio los agentes no cometen errores sistemáticos en sus expectativas, entonces las tasas de interés esperadas deberían en promedio corresponder a las tasas observadas, y las primeras a las tasas forward. Sin embargo, las tasas *forward* observadas en el mercado como regla general no corresponden a las tasas efectivamente realizadas, siendo las primeras un estimador sesgado de las tasas observadas en el mercado con un error de predicción –diferencia entre la tasa forward y la tasa observada- creciente con el plazo de predicción[16].

Gráfico 1



Una teoría alternativa propuesta para la curva de rendimiento y que es la que se emplea para el análisis monetario, es la Teoría de la Preferencia por Liquidez[17]. Esta teoría señala que las tasas de mayor plazo incorporan también una prima denominada prima por liquidez o prima por plazo (*term premia*) -además de las expectativas sobre la evolución de las tasas futuras- que sirve para compensar la pérdida de liquidez de aceptar una transacción a plazo y el mayor riesgo generado

[16] Por ejemplo, ver Blinder (2004).
[17] Existen dos teorías alternativas para la forma de la curva de rendimiento: la Teoría de Segmentación del Mercado, y la Teoría del Habitat Preferido.

por la incertidumbre de la evolución futura de las tasas de interés[18]. Según esta teoría, una curva de rendimiento invertida indicaría que las tasas de rendimiento futuras esperadas son tan bajas en comparación con las tasas actuales que aún con la suma de una prima por riesgo positiva las tasas de rendimiento a plazo son decrecientes. Siguiendo este enfoque, la tasa de interés *forward es* igual a las tasa de interés esperada más una prima por liquidez o riesgo (*term premia*). Así:

Tasa forward $_{t+s}$ = *tasa esperada* $_{t+s}$ + *prima por liquidez* $_{s}$

Para fines de análisis monetario, el cálculo de la trayectoria de las tasas de interés esperadas *overnight* requiere de la estimación de la curva forward instantánea –a partir de la estimación de la curva de rendimiento- y de la prima por liquidez para cada plazo de la curva *forward overnight*[19].

Svensson (1994)[20], señala que las tasas *forward* instantáneas son un indicador válido de las expectativas sobre la evolución de las tasas de corto plazo, si tomamos un horizonte de proyección menor a 1 año. Sin embargo, para un horizonte de proyección mayor es necesario estimar la prima por liquidez para los diferentes plazos de las tasas de interés que permitan realizar el ajuste a las tasas *forwards* estimadas.

4. Modelos para la estimación de la curva de rendimiento

Existen diversos modelos para estimar la curva de rendimiento a partir de una muestra de precios, los que se pueden clasificar en modelos paramétricos y modelos no paramétricos.

Los modelos paramétricos permiten construir la curva de tasas *spo*t a partir de la estimación de un conjunto de parámetros que permiten replicar la forma funcional de la curva de rendimiento, a partir de una muestra de precios (o de *yields*), siendo los más usados los propuestos por Nelson & Siegel (1987), Svensson (1994)[21] –que es una extensión del modelo de Nelson y Siegel- y los modelos polinómicos o *spline*. Los modelos de Nelson y Siegel - Svensson proponen una función continua para describir la trayectoria de la tasa de interés *forward* instantánea en función de un conjunto de parámetros y del plazo de vencimiento, a partir de los cuales se puede estimar una función para la tasa *spot* y la función de descuento. El modelo de Nelson y Siegel depende de 4 parámetros, y el de Svensson de 6, lo que le otorga una mayor flexibilidad.

Los modelos polinómicos, por su parte, dividen los datos observados de los rendimientos (o precios) en segmentos o *knots* y se ajusta un polinomio a cada segmento uniéndose entre sí de manera suavizada (en cada *knot* la primera y segunda derivada deben ser iguales), y luego se ajusta un polinomio para cada tramo de la curva de rendimiento (usualmente de tercer grado o cúbicas), los que unidos generan la curva de rendimiento. Entre estos modelos destacan los denominados modelos *spline.* El trabajo pionero de este enfoque es el de Mc Culloch (1971), y más recientemente los trabajos de Fisher, Nychka, y Zervos (1995), Waggoner (1997), Anderson y Sleath (2001), Li, DeWetering, Lucas, Brenner, y Shapiro (2001), entre otros.

[18] Se asume que los agentes económicos son adversos al riesgo y por tanto la prima por riesgo es positiva y creciente. Ello no ocurre con el error de expectativas, que puede ser positivo o negativo. Generalmente, en períodos de alzas de tasas de interés el error de expectativas tiende a ser positivo y en períodos de reducciones de tasas de interés el error de predicción tiende a ser negativo. Asimismo, la prima por liquidez es variable y tiende a ser mayor en periodos de mayor volatilidad de tasas de interés.
[19] Aquí hablamos de tasas *forward* y primas por liquidez de tasas *forward overnight* (a un día). Estrictamente existe una familia de tasas *forward* y una familia de primas por liquidez para cada plazo de las tasas *forward*. Igualmente, existe una relación entre la prima por liquidez de la tasa forward y la prima por liquidez de la tasa *spot*, así como existe una relación entre la tasa *forward* y la tasa *spot*. amos hablando
[20] Svensson (1994).
[21] Nelson y Siegel (1987), y Svensson (1994). Un buen recuento de los modelos usados por los bancos centrales se puede encontrar en BIS (2005).

Los modelos estocásticos, a diferencia de los modelos paramétricos y *spline* que son métodos de ajuste a la data observada, estiman la estructura de tasas *spot* asumiendo una relación teórica entre las tasas de corto plazo y el resto de tasas mediante una función diferencial estocástica. A partir de la tasa de corto plazo se puede inferir toda la curva de tasas de interés. Los modelos de este tipo más representativos (denominados dinámicos) son el de Vasicek (1977), Cox, Ingersoll y Ross (1985), Duffie y Kan (1996), entre otros.

Los modelos *spline* y paramétricos son los más empleados en el mercado debido a que han demostrado un mejor desempeño. En el caso de los modelos *spline* su principal desventaja es que no tienen una forma de curva predeterminada por lo que son muy sensibles a la muestra de datos disponible y al número de intervalos en que se divide la curva (*knots*). Estos modelos son utilizados con mayor éxito en países que cuentan con un número de bonos (precios o rendimientos) suficientes para cada intervalo de la curva, lo que generalmente no ocurre en la mayoría de países con un mercado de bonos incipiente, en los que se prefiere optar por modelos paramétricos. A cambio de esta debilidad, los modelos *spline* permiten un mejor ajuste de la curva cuando se dispone de datos suficientes, sobre todo del tramo largo de la curva, en comparación a los modelos paramétricos.

Cuadro 1
Modelos de Estimación de la Curva de Rendimiento
reportados por Bancos Centrales

Banco Central	Método
Bélgica	Nelson-Siegel, Svensson
Canadá	Svensson
Estados Unidos	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*)
Finlandia	Nelson-Siegel
Francia	Nelson-Siegel, Svensson
Alemania	Svensson
Italia	Nelson-Siegel
Japón	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*)
Noruega	Svensson
España	Svensson
Inglaterra	Anderson-Sleath (*Spline*) (hasta 2001 se usó Svensson)
Suecia	Fischer-Nychka-Zervos (*Spline*) (anteriormente se usó Svensson)
Suiza	Svensson
Unión Europea	Svensson

Fuente: BIS (2005)

El modelo adecuado de estimación no es igual para todos los países. Para el Reino Unido, Anderson y Sleath (2001) estiman 4 modelos alternativos de la estructura temporal de tasas de interés con el fin de examinar sus propiedades: Nelson & Siegel, Svensson, Fisher-Nychka-Zervos y Waggoner. Los resultados de las estimaciones indican que el modelo de Waggoner es el que tiene un mejor desempeño.

Para Canadá, Jamieson y Gusba (2002), estiman 8 versiones de modelos *spline* y paramétricos, encontrando que los modelos que tienen un mejor desempeño para Canadá son el de Fischer-Nychka-Zervos y el de Li, et.al.

Para el Perú, Rieckhof (1999) emplea un modelo de ajuste polinomial de la función de descuento; Rodríguez y Villavicencio (2005) aplican el modelo de Nelson & Siegel; y SBS (2005) propone el modelo de Svensson.

5. Modelos de Nelson & Siegel y de Svensson

Nelson & Siegel (1987) proponen una función continua para describir la trayectoria de la tasa de interés *forward* instantánea en función de un conjunto de 4 parámetros y del plazo de vencimiento, *m*[22]. Así:

$$f(m;b) = \beta_o + \beta_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_2 m/\tau_1 \exp(-m/\tau_1)$$

$$b = (\beta_o, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$$

Dada la siguiente relación entre la tasa *spot* y la tasa *forward* instantánea[23]:

$$i(t, t+m) = \frac{1}{m} \int_{s=0}^{m} f(t, t+s)\, ds$$

entonces, la tasa de interés *spot* con un plazo de vencimiento igual a *m*, en el período *t*, está dado por *i(t,t+m)*, o de manera abreviada:

$$i_m(m,b) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} - e^{\left(-m/\tau_1\right)} \right)$$

Svensson (1994) propone una versión ampliada del modelo de Nelson & Siegel (1987). La ecuación propuesta para la tasa *forward* instantánea en el período *t*, para un plazo de vencimiento de *m*, es la siguiente:

$$f(m;b) = \beta_o + \beta_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_2 m/\tau_1 \exp(-m/\tau_1) + \beta_3 m/\tau_2 \exp(-m/\tau_2)$$

$$b = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$$

y la ecuación para la tasa *spot* es:

$$i_m(m,b) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_1\right)}}{m/\tau_1} - e^{\left(-m/\tau_1\right)} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{\left(-m/\tau_2\right)}}{m/\tau_2} - e^{\left(-m/\tau_2\right)} \right)$$

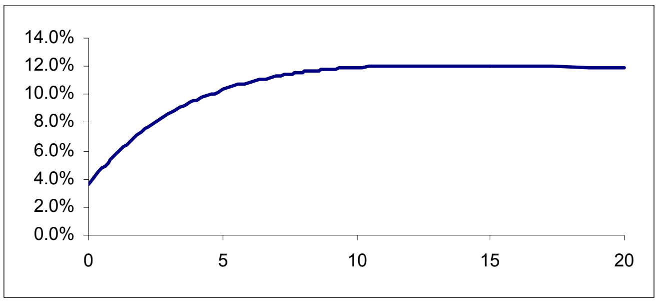
Como se puede apreciar el modelo de Svensson tiene 6 parámetros contra 4 del modelo de Nelson & Siegel, lo que le otorga una mayor flexibilidad.

La forma de la curva *forward* o *spot* del modelo de Nelson & Siegel está determinado por el valor de sus parámetros. El parámetro β_o determina la tasa a la que converge la curva o tasa de largo

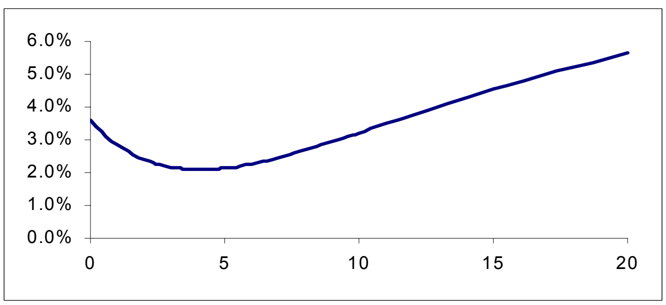
[22] Observe que para la tasa *spot* m = (T - t) y que (τ – t) = 0.
[23] La función de descuento, para el período m, está dada por: d_m = exp [i(m;b)*m]

plazo. Ello es válido para la curva *spot* y *forward*. β_1 indica qué tan lejos se ubica la tasa del período inicial respecto de la tasa de largo plazo. El signo de β_2 indica si la curva presenta una "joroba" (cuando es positivo) o una forma de "U" (cuando es negativo). Finalmente, el parámetro τ_1 indica la posición de la "joroba" o "U" y la velocidad a la que las tasas de corto y mediano plazo convergen a su tasa de largo plazo.

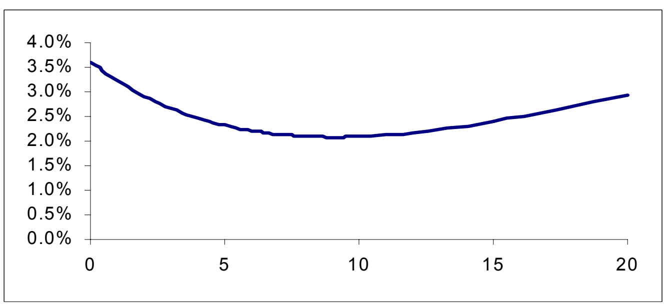
Gráfico 2
Curva *spot* del modelo N&S con diferentes parámetros



β_0	10.2%
β_1	-6.6%
β_2	14.9%
τ_1	4.460



β_0	10.2%
β_1	-6.6%
β_2	-14.9%
τ_1	4.460

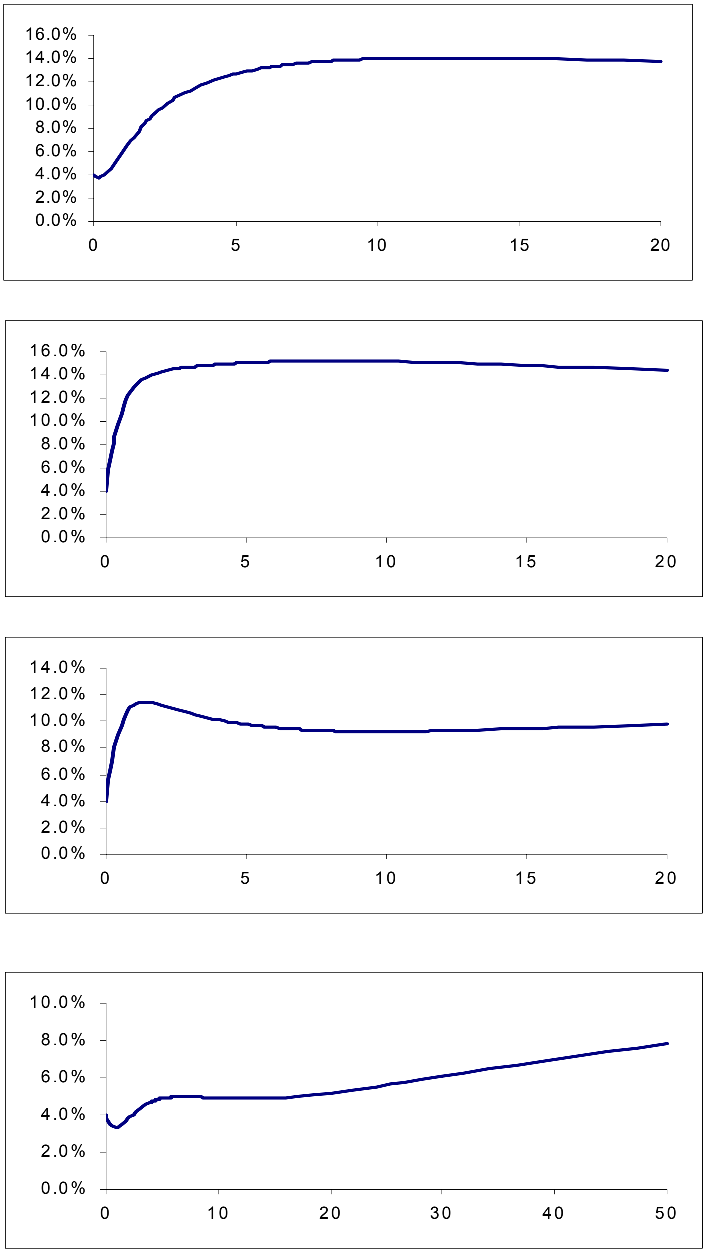


β_0	10.2%
β_1	-6.6%
β_2	-14.9%
τ_1	10.000

Un valor mayor de τ_1 indica que la tasa de largo plazo se alcanza más rápidamente. Así, en el Gráfico 2 se aprecia que las dos últimas curvas del gráfico sólo difieren en el valor de τ_1, con un valor de 4,46 años la primera y de 10 años la segunda, lo que indica que la primera curva alcanza su mínimo más rápidamente y también su nivel de largo plazo.

La forma de la curva *forward* o *spot* del modelo de Svensson también depende de sus parámetros. El modelo de Svensson es una extensión del modelo de Nelson & Siegel y por ello incorpora 2 parámetros adicionales, β_3 y τ_2. β_3, indica una segunda "joroba" (si es positivo) o una segunda U (si es negativo).

Gráfico 3
Curva *spot* del modelo Svensson con diferentes parámetros



β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	-12.0%
β_3	10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000

β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	12.0%
β_3	10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000

β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	12.0%
β_3	-10.0%
τ_1	0.500
τ_2	5.000

β_0	12.0%
β_1	-8.0%
β_2	-10.0%
β_3	-20.0%
τ_1	1.000
τ_2	10.000

Por su parte, τ_2 indica la posición de la segunda "joroba" o "U". El Gráfico 3 muestra diferentes curvas de rendimiento generadas por el modelo de Svensson con diferentes valores de los parámetros. Cabe indicar, que ambos modelos el de Nelson & Siegel y de Svensson incorporan la posibilidad de estimar curvas invertidas (de pendiente negativa).

6. Estimación de la curva de rendimiento para el Perú

a. Ecuación de precios de los bonos

La estimación de la curva de rendimiento tanto en su versión de Nelson & Siegel como de Svensson implica resolver ciertas cuestiones prácticas. En la mayoría de mercados en desarrollo, incluido el Perú, los bonos se cotizan en términos de su *yield to maturity (*en adelante *yield)* mientras que en los países desarrollados (p.e. USA y Inglaterra) los bonos se cotizan en términos de sus precios.

Los precios (de mercado) de los bonos que se cotizan en mercados desarrollados[24] (que se pueden ver en *Bloomberg*) por convención son precios limpios, esto es, no incluyen los intereses corridos que han sido devengados desde el pago del último cupón pero, dada la naturaleza discreta de los pagos, todavía no se han cobrado.

El precio limpio elimina el efecto de los intereses corridos (que aumentan cada día) y permite analizar el efecto sobre el precio de los movimientos en la estructura temporal de las tasas de interés.

En términos exactos, el valor de mercado de un bono o precios sucio (P) se expresa como:

$$P = \frac{1}{(1+y)^{u/v}} \left[\left[\sum_{k=0}^{n} \frac{C}{(1+y)^k} \right] + \frac{F}{(1+y)^n} \right]$$

Donde:
P = precio sucio o valor de mercado ; F = valor nominal del bono.
y = *yield* de mercado del bono por período, si es semestral: y = y anual / 2 .
C = pago de cupón por período, si es semestral: C = c * F / 2, donde c es la tasa cupón anual.
n = número de períodos completos hasta el vencimiento del bono, es igual al número de cupones que faltan pagar menos 1.
u = número de días corridos entre la fecha de cierre de la transacción hasta el día de pago del próximo cupón.
v = número de días corridos desde el pago del último cupón hasta la fecha de pago del próximo cupón (días del período).

Los intereses corridos (IC)[25] se calculan de la siguiente manera:

IC = C * (v – u)/ v

b. Definición de la función objetivo

Se utilizan 4 versiones de la función objetivo (F.O.) para estimar los modelos de Nelson & Siegel y Svensson:

F.O. Minimización de precios (NW)

1. Min Σ (Pi – Pi (b))^2

[24] Por ejemplo, los bonos públicos peruanos, Globales o Brady emitidos en dólares, que se cotizan en la Bolsa de Nueva York. El programa de Excel en sus fórmulas entiende que el precio se refiere al precio limpio.
[25] El cómputo de los días corridos se realiza considerando un mes de 30 días y un año de 360 días.

F.O. Minimización de precios ponderados (3 versiones)

$\text{Min } \Sigma\, [(P_i - P_i(b)).\, W_i]^2$

2. W1: $W_i = 1/ D_i / (\Sigma\, 1/D_i)$ (ponderación propuesta por Bliss, 1994)

3. W2: $W_i = 1/ D^*_i$ (p.e. Bank of England)

4. W3: $W_i = 1/ P_i.D^*_i$ (p.e Banco de Bélgica)

Donde:

D_i = duración McCauley; D^*_i = duración modificada y P_i = precio del bono; y

$$\frac{dP}{dr} \cdot \frac{1}{P} = -\frac{D}{(1+y)} = -D^*$$

En términos conceptuales, la elasticidad del precio respecto a la tasa de interés es directamente proporcional a su duración (de McCauley o Modificada). En ese sentido, las ponderaciones buscan "corregir" los errores por el inverso de su duración de tal manera que la minimización de los errores de los precios ponderados equivaldría a la minimización de los errores de los *yields*[26].

Las ponderaciones se relacionan de la siguiente manera:

$$W_1 / (1 + y) = W_2 = P \,.\, W_3$$

El objetivo de minimizar una función objetivo de errores de precios ponderados es mejorar el ajuste de los *yields,* fundamentalmente del tramo corto de la curva de rendimiento, dado que errores grandes en los *yields* de corto plazo no afectan significativamente los precios de los bonos en dicho tramo (y por tanto sus errores).

Por tanto, una minimización de errores en precios genera un sobre ajuste de los *yields* de largo plazo versus un pobre ajuste en los *yields* de corto plazo[27]. Por ejemplo, el ajuste de la función objetivo de precios de bonos del mercado peruano (con datos del 28-2-2005) usando el modelo de Nelson & Siegel se muestra en el Gráfico 4. El ajuste de precios es bastante bueno, pero si vemos el ajuste correspondiente a los *yields* en el Gráfico 5 (ajuste sin ponderar), se observa que en el tramo corto de la curva éste no es tan bueno. Sin embargo, si ponderamos la función objetivo con cualquiera de las ponderaciones propuestas en este trabajo (por ejemplo con w=1/PD), el ajuste de los *yields* (implícitos en los precios estimados) mejora, tal como se aprecia en el mismo Gráfico 5. Si en vez de utilizar ponderaciones para la función objetivo de los precios, se realiza directamente la minimización de los *yields* obtenidos en la muestra, el resultado es similar a la minimización de la función objetiva de los precios ponderados, pero este método tiene el inconveniente que incrementa los requerimientos computacionales para estimar los parámetros[28]. En el Gráfico 6 se puede apreciar la relación entre la muestra de *yields* obtenidas del mercado secundario para el día 28-2-2005 y su correspondiente curva *spot* o curva de rendimiento cupón cero estimada a partir de dicha muestra. Asimismo, se grafica las curvas *spot* de tasas de interés y la curva *forward* instantánea para los métodos propuestos.

[26] BIS (2005). Cabe señalar que la elección de la función objetivo es independiente del modelo de estimación utilizado, sea paramétrico o no paramétrico.
[27] Recuérdese que la elasticidad del precio del bono (y por tanto de sus errores de estimación) ante un cambio en el *yield* depende directamente de su duración.
[28] La minimización de *yields* implica un paso adicional en el proceso de cálculo ya que una vez calculados los precios estimados (y sus parámetros respectivos) hay que realizar el cálculo de los *yields* estimados mediante el procedimiento de Newton-Raphson, y evaluar estos si estos *yields* minimizan la función objetivo. Si no lo hace, se continúa hasta que la función objetivo se minimiza de acuerdo a los criterios de convergencia establecidos.

Gráfico 4

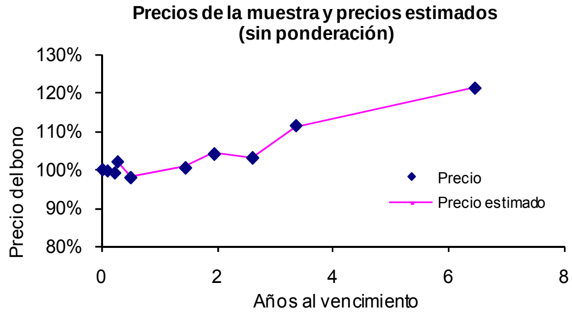


Gráfico 5

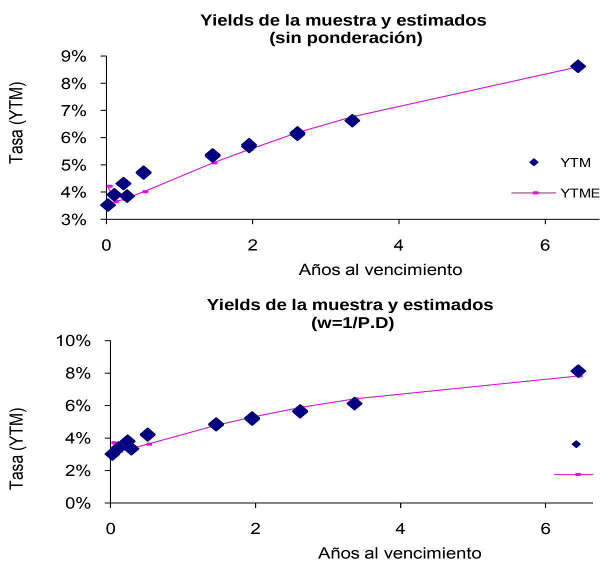
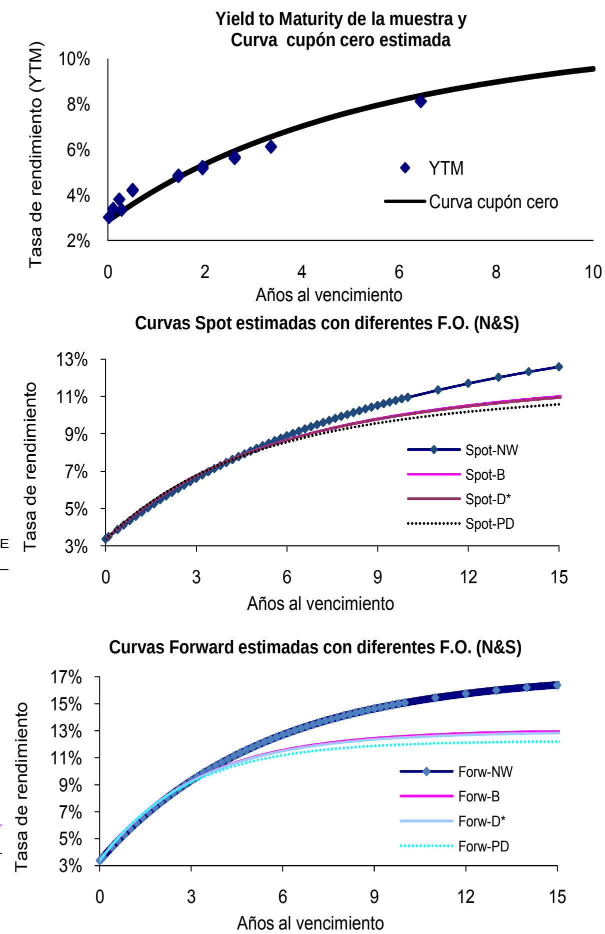


Gráfico 6



c. Restricciones a la función objetivo y valores iniciales

La minimización de la función objetivo, tanto para estimar el modelo de Nelson & Siegel como el de Svensson, está sujeta a las siguientes restricciones:

$\beta_0 + \beta_1 = r_{(t=0)}$	($r_{(t=0)}$ es la tasa *overnight* o interbancaria)
$r_{(t=0)} > 0$	(tasas *overnight* positiva)
$r_{(t=\infty)} = \beta_0 > 0$	(tasa de largo plazo positiva)
$f_t >= 0$	(tasa *forward* no negativa)

Los valores iniciales de los *b*, para estimar el modelo de Nelson & Siegel son:

β_0 = *yield* del bono de mayor plazo.
$\beta_1 = r_0 - \beta_0$
β_2 = positivo o negativo de acuerdo a la forma de la curva.
$\tau_1 = 2$

La estimación de Svensson toma como valores iniciales los resultados de Nelson & Siegel y asume además: β_3=0 y τ_2 =1.

Anderson y Sleath (2001), utiliza los siguientes criterios para la elección de un modelo para estimar la curva de rendimiento del Banco de Inglaterra: suavidad de la curva (*smoothness*), flexibilidad y estabilidad. Pereda (2006) estima la curva de rendimiento para el Perú usando los modelos paramétricos de Nelson & Siegel (1987) y el modelo de Svensson (1994), utilizando la función objetivo de precios sin ponderar y con las tres ponderaciones de la función objetivo mencionadas anteriormente[29]. Los principales resultados son:

- Las especificaciones con ponderaciones de la función objetivo son superiores a las especificaciones sin ponderar, tanto para el modelo de Svensson como de Nelson & Siegel, ya que producen un menor error de estimación, tanto en términos de MAE[30] como de RMSE (ver Anexo 1).
- El error de estimación del modelo de Svensson (en sus distintas especificaciones de función objetivo – ver Anexo 1) es menor que el de Nelson & Siegel. El error promedio absoluto (MAE) del ajuste de *yields* es de 6 puntos básicos (pbs.)[31] (versus 10 puntos básicos de Nelson & Siegel), mientras que en términos de ajuste de precios dicho error es de 15 pbs. (esto es 15 centavos por cada 100 soles), versus 21 pbs. de Nelson & Siegel. Este mejor ajuste del modelo de Svensson se mantiene si sólo se considera el ajuste del tramo corto de la curva de rendimiento (entre 0 y 2 años), donde el MAE de las *yields* es 6 pbs. versus 14 pbs. de Nelson & Siegel.
- Sin embargo, si tomamos en cuenta factores tales como estabilidad de parámetros y tiempo de estimación, la elección del método de Nelson & Siegel o Svensson, *a priori* no es clara. El modelo de Svensson es más sensible a la falta de datos o a la calidad de los mismos que el modelo de Nelson & Siegel (sobre todo de la tasa de largo plazo β_0).
- El método de Nelson & Siegel converge por lo general más rápido y en menos tiempo. El de Svensson toma más tiempo y a veces se debe cambiar los valores iniciales para que converja, aunque su bondad de ajuste es mayor.
- En lo que se refiere a la forma funcional de la función objetivo, es preferible el modelo de ajuste de precios con errores ponderados (que equivale a ajustar los *yields* directamente). Asimismo, no hay diferencia sustancial entre los 3 métodos de ponderación propuestos para la función objetivo, (basada en la inversa de las duraciones de cada bono), pues permite un mejor ajuste de los *yields* (implícitos) del tramo corto de la curva de rendimiento.
- La inestabilidad de los parámetros estimados es mayor cuanto mayor es la escasez de datos para ciertos tramos de la curva o éstos no son de buena calidad -por ejemplo por la presencia de *outliers* debido a bajos montos de negociación de determinados bonos-, siendo mayor este problema si hay escasez de bonos de largo plazo (que afecta β_0), por lo que no es recomendable extrapolar la curva para plazos donde no se cuenta con bonos (*out of sample forecasting*). En estos casos el modelo de Nelson & Siegel es preferible porque presenta una mayor estabilidad ante la ausencia de data.

---

[29] Para una muestra de 42 días entre el período que va de enero de 2004 a septiembre de 2005.

[30] El error absoluto medio (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE), se definen de la siguiente manera:

$$MAE = \frac{\Sigma \,|\, errores|}{n}$$

$$RMSE = Raiz\ [\Sigma errores)^2]$$

[31] Un punto básico (pbs.) equivale a 1/100 puntos porcentuales. Así, 50 pbs. equivale a medio punto porcentual.

De acuerdo a los resultados anteriores, se propone que la curva de rendimiento se estime usando en una primera etapa el modelo de Nelson & Siegel con una función objetivo ponderada (que puede ser w = 1 / D*). Los parámetros estimados, se usan como valores iniciales para la estimación del modelo de Svensson, eligiéndose aquellos parámetros que muestran un mejor desempeño del modelo en términos de las tasas *forwards* estimadas.

d. Mercado de bonos en el Perú y mercado secundario

El mercado de deuda pública es el que sirve de referencia para la construcción de una curva de rendimiento, a partir de la cual se puede construir las curvas para emisores privados una vez estimada su prima por riesgo. Durante la década de los noventa, las emisiones de deuda pública en soles de largo plazo (a tasa fija) eran inexistentes en el Perú debido al elevado riesgo de inflación percibido por lo agentes y el incipiente desarrollo del mercado de capitales. Como consecuencia de ello, las emisiones públicas y privadas, se daban principalmente en dólares o en soles indexados a la inflación (soles VAC), limitándose las emisiones en soles nominales a plazos menores a dos años. A partir de la segunda mitad de los noventa el mercado de capitales se ve favorecido por la mayor presencia de inversionistas institucionales (administradoras de fondos de pensiones, fondos mutuos y compañías de seguros) y por las mejoras en las condiciones macroeconómicas, principalmente por la reducción sostenida de la tasa de inflación.

En el 2001 empiezan las primeras emisiones de deuda pública doméstica en soles a tasa fija aunque a plazos menores a 3 años, así como deuda en dólares e indexada a la inflación a plazos mayores. En el caso de la deuda pública en dólares, ésta principalmente estaba dada en el mercado internacional y bajo la forma de créditos. En el 2002 el gobierno peruano emitió bonos en el mercado internacional denominados en dólares (bonos globales) luego de una larga ausencia siendo la última vez que realizó una emisión pública internacional en 1928.

En el 2003, se crea el Programa de Creadores de Mercado, bajo el cual se establecen las condiciones para las emisiones domésticas de la deuda soberana, tanto en soles como en soles VAC, con el fin de permitir el desarrollo de un mercado secundario de la deuda pública. Dicho programa contempla que los bancos participantes establezcan cotizaciones para los bonos emitidos con el fin de permitir la formación de precios y su valorización.

En esta línea, el primer bono que se emitió bajo el mencionado Programa fue en soles a un plazo original de 2 años. La curva en soles fue ampliándose lentamente, con emisiones hasta el 2004 de bonos a plazos no mayores de 7 años. A partir del 2005 los plazos de los bonos en soles empiezan a aumentar de manera significativa, emitiéndose en dicho año, bonos a plazos de 10, 11, 12, y 15 años. En mayo de 2006 se emitió un bono a 20 años (con vencimiento en agosto de 2026), el cual se emitió en mayo de 2006.

En la actualidad el mayor plazo original de la curva en soles corresponde al bono a 30 años (con vencimiento en agosto de 2037), el cual se emitió en julio de 2007 con una tasa cupón de 6,90 por ciento anual. Respecto a las emisiones de bonos soberanos en soles indexados (bonos VAC), en el 2002 se emitió el primero de estos bonos a un plazo original de 7 años. En el 2004 se emitieron bonos para plazos originales de 10, 12, 15 y 20 años y en enero de 2005 se emitió un bono a 30 años (que vence en enero de 2035). En la actualidad, el bono soberano en soles indexado de mayor plazo es el bono de 40 años emitido en noviembre de 2006 (que vence en agosto de 2046).

Los bonos indexados soberanos son de especial utilidad para desarrollar el mercado de préstamos hipotecarios y corporativos de muy largo plazo, cuando no se cuentan con referencias de tasas nominales en soles en los plazos requeridos, o no se desea incurrir en riesgo inflacionario. El diferencial entre la tasa de rendimiento de bonos nominales y bonos indexados a la inflación (bonos VAC) permite extraer un estimado de las expectativas de inflación de largo plazo. Pereda (2008) encuentra para el caso peruano que este diferencial, también denominado compensación por inflación o *break even inflation*, es un buen indicador de las expectativas de inflación de largo plazo en episodios de estabilidad de precios. Ante la presencia de choques inflacionarios la compensación por inflación no es una buena *proxy* de la expectativa de inflación debido a que la prima por riesgo inflacionario se vuelve inestable y deja de ser constante[32]. Sin embargo, en general el diferencial sigue la tendencia de las expectativas de inflación de los agentes.

e. Estimación de la curva de rendimiento en el Perú

A partir de la data de bonos del gobierno y Certificados del Banco Central (CD) se estima la curva de rendimiento cupón cero (tasas *spot*) usando el modelo de Nelson & Siegel (1987), y de Svensson (1994), eligiéndose el que tiene un mejor ajuste a la data, de acuerdo a lo discutido en el punto 6.c. del presente trabajo. Cabe recordar, que no siempre el mejor ajuste es preferible cuando la data disponible es limitada. A veces puede ser preferible un menor ajuste dado por el modelo de Nelson & Siegel para obtener una curva más suavizada y reducir las oscilaciones de la misma que pueden generarse ante la presencia de *outliers* por la escasez de data representativa. En el caso de cálculo de una curva de rendimiento representativa de un mes, lo correcto sería utilizar data diaria y luego promediar los parámetros estimados para las curvas. Pero si se desea el comportamiento de la curva de rendimiento ante algún evento en particular, es preferible estimar la data disponible entre ciertas fechas determinadas.

La data utilizada corresponde sólo a instrumentos en nuevos soles del gobierno o del Banco Central, con vencimiento mayores a 1 día. Para el punto inicial de la curva se toma la tasa interbancaria *overnight* promedio del sistema bancario. La información de bonos del gobierno que se usa corresponde a los *yields* tomados de Datatec y corresponden a operaciones cerradas. En caso sea necesario ante la usencia de cotizaciones se pueden incluir propuestas *bid-offer* con un *spread* máximo entre ellas de 100 pbs. Los instrumentos del Banco Central (CD) se emiten sin cupón y se transan en el mercado secundario tomando como referencia su tasa de interés al vencimiento (*yields*). Se incluyen en nuestra estimación los *yields* de CD correspondientes a operaciones cerradas primarias y del mercado secundario (cuando no existe data del mercado primario). Eventualmente en caso de ausencia de información para estos instrumentos se pueden incluir cotizaciones *bid-offer* y también las tasas de operaciones de reporte (repos) que utiliza el Banco Central para inyectar liquidez al sistema financiero.

La función objetivo utilizada, para la estimación de la curva de rendimiento, se basa en la minimización de los precios de mercado (o precios “sucios”) que se calculan a partir de la muestra de rendimientos anuales de la muestra[33].

Una vez estimados los parámetros de los modelos, sea Nelson & Siegel ó Svensson, es posible obtener de manera directa las tasas *spot* o *forward* instantánea (a 1 día) para cualquier plazo deseado[34]. Sin embargo, sólo se debe usar las tasas estimadas para los plazos comprendidos entre la tasa interbancaria *overnight* y el bono de mayor plazo de la muestra[35], debido a que la extrapolación de la data genera tasa *spot* inestables que se incrementa con el plazo.

A partir de la curva estimada, se calcula las tasas *forward* a un día (*forward* instantánea), lo que a su vez determina las tasas interbancarias esperadas luego de ajustar las tasas *forwards* por un

[32] Compensación por inflación (π_t) = Expectativa de inflación (π^e) + prima por riesgo inflacionario (ρ).
Este resultado subsiste aun si se estima el diferencial entre las tasas *spot* de la curva de rendimiento nominal y curva de rendimiento real (VAC). En general la estimación de una curva de rendimiento real se dificulta por la ausencia de bonos en todos los plazos de la curva y por la iliquidez de estos bonos. Una discusión sobre el uso de este diferencial para estimar expectativas de inflación en Estados Unidos se puede ver en Carlstrom y Fuerst (2004) y en www.clevelandfed.org.
[33] La curva se estima usando el programa VBA de Excel. El programa de Excel calcula el precio limpio dado el *yield* anual. Para el cálculo de la duración de McCauley Excel necesita la tasa cupón, el precio limpio y el valor facial. El número de años se calcula asumiendo un mes de 30 días y un año de 360 días.
[34] Existe una relación matemática entre dichas tasas para ambos modelos.
[35] Como es práctica entre los bancos centrales. Ver: BIS (2005).

componente de prima por liquidez. Este ajuste se realiza a lo largo de todos los plazos, debido a que a diferencia de lo señalado por Svensson (1994), en el caso peruano las tasas *forward* de corto plazo también tienen un sesgo que debe ser corregido.

Manner (2005)[36] estima la prima por liquidez para el Perú para la tasa *forward* a un día para diferentes plazos y reporta primas estimadas entre 70 y 270 puntos básicos para la tasa de interés entre 3 meses y 30 meses. La data utilizada para la estimación es mensual entre junio 2003 y octubre 2005.

Para nuestro análisis, vamos a estimar la prima por liquidez basados en el promedio de los errores de predicción entre las tasas *forward* instantánea estimadas y las tasas observadas (para un periodo de proyección de 36 meses), con datos mensuales obtenidos entre el 2005 y 2007, complementadas con la prima que se deriva de las encuestas de expectativas de tasas de interés que el Banco Central realiza a los agentes económicos con periodicidad mensual. Estas encuestas, sin embargo, sólo reportan expectativas para uno, dos, tres meses adelante, y para diciembre del año de la encuesta y del año siguiente. Estimaciones preliminares usando la data de encuesta de expectativas de tasas de interés recogidas por el BCRP muestran que en el periodo analizado el error de expectativas (que es la diferencia entre la tasa esperada por el mercado y la tasa observada) es negativo. Si usamos este error como una *proxy* para la prima por riesgo, entonces la prima por liquidez estimada bajo esta forma es mayor a la que resulta del uso del error de predicción de la tasa *forward* como proxy de la prima por liquidez (tasa *forward* menos la tasa observada). Este resultado, sin embargo, está altamente influenciado por el periodo analizado caracterizado por periodos de tasas estables y alzas de tasas no esperadas por los agentes.

Con esta información se estima una prima por liquidez para la tasa *forward* a un día para plazos menores a 3 años en un rango de 0-200 puntos básicos, y para un año entre 5 y 80 puntos básicos. Se observa que en los últimos años el error de expectativas de las encuestas han ido decreciendo (ver Cuadro 2), por lo que para nuestro cálculo de la prima se usa la data disponible más reciente de estos errores así como la información que proporciona el error de predicción de las tasas *forward*.

Cuadro 2

PRIMA ESTIMADA PARA LA TASA INTERBANCARIA FORWARD OVERNIGHT 1/

Mes	2005	2006	2007	Estimada
1	0.21%	0.18%	0.11%	0.1%
2	0.52%	0.30%	0.22%	0.1%
3	0.59%	0.41%	0.32%	0.2%
4	0.64%	0.45%	0.39%	0.3%
5	0.68%	0.76%	0.42%	0.4%
6	0.81%	0.89%	0.47%	0.4%
7	0.63%	0.55%	0.53%	0.5%
8	0.60%	1.01%	0.56%	0.6%
9	0.43%	1.35%	0.88%	0.6%
10	0.81%	1.45%	1.01%	0.7%
11	0.52%	1.75%	0.99%	0.8%
12	1.86%	1.69%	1.00%	0.8%

1/ Estimada a partir de la diferencia entre la tasa forward interbancaria a un día de la curva de rendimiento y la tasa interbancaria esperada tomada de encuestas de expectativas del BCR entre el 2005 y 2007. La tasa forward a un día es estimada usando el modelo de Nelson-Siegel.

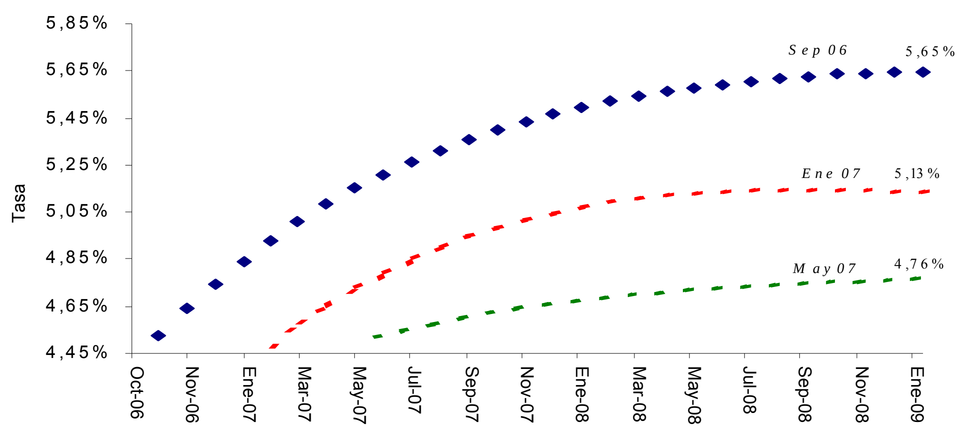
Fuente: Estimaciones del autor.

[36] p. 9.

Una primera estimación de las expectativas de tasas de interés interbancaria implicitas en la curva de rendimiento del mercado, fue publicada por el BCRP en el Reporte Inflación de Enero de 2007 (p. 77). Dicha estimación, al igual que la encuesta de expectativas de tasas de interés que el banco central realiza periódicamente, permiten extraer información relevante para las decisiones de política monetaria. En el Reporte de Inflación de Mayo dichas estimaciones (p.21) mostraban que las expectativas para las tasas interbancarias futuras habían disminuido de manera sostenida entre setiembre de 2006 y mayo de 2007, aunque esperaba que las tasas interbancarias aumenten para los próximos meses en al menos 25 pbs. (de 4,50 que se encontraba en mayo de 2007 a 4,76 en enero de 2009).

Gráfico 8

Tasa interbancaria overnight esperada 1/



1/ Implícitas en la estructura temporal de las tasas de interés (yield curve).

El 6 de julio de 2007 el BCRP acordó elevar la tasa interbancaria de referencia en 25 pbs. aumentando de 4,50 por ciento a 4,75 por ciento, lo que estaba en línea con lo que el mercado esperaba. Coincidente con el ajuste de la tasa, la economía se vio afectada por un período de inestabilidad por la crisis generada en el mercado inmobiliario de USA, cuya consecuencia inmediata fue una crisis de liquidez y un incremento de la aversión al riesgo de los inversionistas generando un incremento de las tasas de los bonos emergentes. Como resultado, las expectativas para las tasas interbancarias se han vuelto más inestables, lo que implica un seguimiento cada vez más cercano de la evolución de las expectativas y de las primas por liquidez que se vuelven más variables.

Conclusiones

El desarrollo del mercado de bonos del gobierno e instrumentos del Banco Central ha permitido estimar curvas de rendimiento para la economía peruana y contar con tasas de referencia para las emisiones de deuda privada de largo plazo, contribuyendo al desarrollo del mercado de capitales doméstico. La estimación de curvas de rendimiento soberanas cupón cero tiene especial relevancia para el análisis monetario pues permite estimar las expectativas que sobre las tasas de interés futuras tienen los agentes, particularmente de la tasa interbancaria que es el instrumento de política monetaria que el Banco Central utiliza en su esquema actual de metas de inflación.

Bibliografía

1. Anderson, N. y Sleath, J. (2001) “New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves”. *Bank of England* Working Paper.

2. Arango, L.E., Melo, L.F. y Vásquez, D.M. (2002) “Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia”. *Banco de la República*.

3. Banco Central Europeo (2004) “Extracting Information from Financial Asset Prices”, *Monthly Bulletin*, p. 65-75, Noviembre.

4. BIS (2005) “Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation”. BIS Paper 25. Octubre. 55 pp.

5. Blinder, A. (2004) *The Quiet Revolution*. Ch. 3. Yale University Press.

6. Bliss, Robert R. (1994) "Testing Term Structure Estimation Methods." Working Paper, *Federal Reserve Bank of Atlanta*, April. También en: Bliss, Robert R. (1996) "Testing Term Structure Estimation Methods." *Advances in Futures and Options Research* 9, 197-231.

7. Bodie, Z.., Kane, A. y Marcus, A.J. (1996) *Investments.* Irwin Mc Graw Hill, Fourth Edition.

8. Carlstrom, Ch. Y T. S. Fuerst (2004) “Expected Inflation and TIPS”. *Federal Reserve Bank of Cleveland*, Noviembre.

9. Cox, J.C., Ingersoll, J.E.y Ross, S.A. (1985) “A Theory of the Term Structure of Interest Rates”. *Econometrica*, Vol. 53, N° 2, 385-407.

10. Duffie, D. y Kan, R. (1996) “A Yield-Factor Model of Interest Rates”. *Mathematical Finance*, Vol. 6, 379-406.

11. Estrella, A. y F. Mishkin (1996) “The Yield Curve as a predictor of the United States recessions”. *Federal Reserve Bank of New York Current Issues in Economics and Finance*.

12. Favero, C. (2000), *Applied Macroeconometrics* (Oxford University Press), Cap. 6.

13. Fisher, M., Nychka, D. y Zervos, D. (1995) “Fitting the Term Structure of Interest rates with Smooting Splines”, *Finance and Economics Discussion Series*, 95-1, Federal Reserve Board.

14. Frankel, J.A. y C. Lown (1994) “An Indicator of Future Inflation extracted from the steepness of the Interest Rate Yield Curve along its entire length”. *The Quarterly Journal of Economics*, May, 517-530.

15. Jamieson, D. Y Gusba, S. (2002) “Exponential, Polinomials, and Fourier Series: More Yield Curve Modeling at the Bank of Canada”. *Bank of Canada* Working Paper.

16. Li, B., DeWetering, E., Lucas, G., Brenner, R. y Shapiro, A. (2001) “Merril Lynch Exponential Spline Model”. *Merril Lynch* Working Paper.

17. Manner, H. (2005) “The term structure of interest rates and term premia in Perú”. (mimeo) BCRP. Diciembre.

18. Mc Culloch, J.H. (1971) “Measuring the Terms Structure of Interest Rates”, *Journal of Business*, Vol. 44, 19-31.

19. Nelson, C.R. y Siegel A.F. (1987) “Parsimonious Modeling of Yield Curves”. *Journal of Business* 60, N° 4, 473-489.

20. Pereda, J. (2006) “Estimación de la curva de rendimientos cupón cero para el Perú: aspectos metodológicos y aplicaciones” (mimeo). Trabajo presentado al XXIII Encuentro de Economistas del BCRP en marzo 2006 y al Primer Concurso de Trabajos sobre el Mercado de Valores Peruano organizado por CONASEV en febrero de 2006 (premiado con el tercer puesto en el segmento de profesionales).

21. Pereda, J. (2008) “Derivación de Expectativas de Inflación a través de la información del mercado de bonos”, Presentación realizada en el XXVI Encuentro de Economistas del BCRP, ESAN, Noviembre. (http://www.bcrp.gob.pe/docs/Proyeccion-Institucional/Encuentro-de-Economistas/XXVI-EE-2008/XXVI-EE-2008-S16-Pereda.pdf)

22. Rieckhof, P. (1999) “Una Aproximación a la Estructura de Plazos de Tasas de Interés en el Mercado Financiero”. SBS (mimeo).

23. Rodríguez, A. y Villavicencio, J.A. (2005) “La Formación de la Curva de Rendimientos en Nuevos Soles en el Perú”. Documento de Trabajo 239, PUC.

24. SBS (2005) “Curvas Cupón Cero Soberanas: Manual Metodológico y de Procedimientos”. Borrador para Discusión, Agosto, 16 pp.

25. Svensson, L.E.O. (1994) “ Estimating and Interpreting Forward Interest Rates” : Sweeden 1992-1994”. NBER Working Paper 4871.

26. Vasicek, O.A. (1977) “An Equilibrium Characterization of the Term Structure”. *Journal of Financial Economics*, Vol 5, N° 2, 177-188.

27. Waggoner, D. (1997) “Spline methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices”. *Federal Reserve Bank of Atlanta*, WP Series, 97-10.

ANEXO 1

MAE y RECM ESTIMADOS

Muestra: 42 días

MAE				
Modelo	**F.O sin pond.**	**F.O. Ponderada w1**	**w2**	**w3**
Ajuste Precios				
N & S	0.19%	0.21%	0.21%	0.20%
Svensson	0.14%	0.15%	0.15%	0.15%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.12%	0.11%	0.10%	0.10%
Svensson	0.07%	0.06%	0.06%	0.06%

RECM				
Modelo	**F.O sin pond.**	**F.O. Ponderada w1**	**w2**	**w3**
Ajuste Precios				
N & S	0.27%	0.33%	0.33%	0.32%
Svensson	0.23%	0.25%	0.25%	0.25%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.17%	0.15%	0.15%	0.15%
Svensson	0.11%	0.09%	0.09%	0.09%

Muestra: 42 días (tramo corto: 0-2 años)

MAE				
Modelo	**F.O sin pond.**	**F.O. Ponderada w1**	**w2**	**w3**
Ajuste Precios				
N & S	0.10%	0.07%	0.07%	0.08%
Svensson	0.05%	0.04%	0.04%	0.03%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.18%	0.15%	0.14%	0.13%
Svensson	0.10%	0.06%	0.06%	0.06%

RECM				
Modelo	**F.O sin pond.**	**F.O. Ponderada w1**	**w2**	**w3**
Ajuste Precios				
N & S	0.14%	0.10%	0.10%	0.11%
Svensson	0.08%	0.06%	0.06%	0.06%
Ajuste Yields (implícitos)				
N & S	0.24%	0.19%	0.18%	0.18%
Svensson	0.15%	0.11%	0.11%	0.11%

Fuente: Pereda (2006).

ANEXO 2

Las tasas del mercado de instrumentos de renta fija permite estimar la curva de rendimiento a partir de las tasas spot observadas en el mercado, así como las tasas de interés a un día esperadas implícitas en dicha curva de rendimiento. Ello se realiza estiamdo las curvas forward instantánea mediante cualquiera de los métoso disponibles (p.e Nelson & Siegel) y restando la prima por liquidez correspondiente a la tasa *forward*. En el siguiente cuadro se muestra un ejemplo de este procedimiento.

TASA INTERBANCARIA ESPERADA A PARTIR DE TASAS SPOT

Fecha negociación: Ene-00				
Fecha Vcto.	Tasas Mdo. Secundario (Curva Rendimiento)	Interbancaria Forward [1/] (a)	Prima Forward [2/] (b)	Interbancaria Esperada [3/] (c) = (a-b)
Ene-00				
Feb-00		6.68%	0.1%	6.6%
Mar-00		7.03%	0.1%	6.9%
Abr-00	6.75%	7.24%	0.2%	7.0%
May-00	6.83%	7.36%	0.3%	7.1%
Jun-00		7.43%	0.4%	7.1%
Jul-00		7.47%	0.4%	7.0%
Ago-00		7.49%	0.5%	7.0%
Sep-00		7.51%	0.6%	6.9%
Oct-00		7.51%	0.6%	6.9%
Nov-00		7.52%	0.7%	6.8%
Dic-00		7.52%	0.8%	6.8%
Ene-01	7.32%	7.52%	0.8%	6.7%

[1/] Corresponde a las tasas forward implícita en la curva de rendimiento estimada mediante el moelo de N&S.

[2/] Estimadas.

[2/] Es igual a la tasa forward a un día pactada para dentro de t meses menos su prima por liquidez.

Fuente: Estimaciones del autor.

También es posible estimar cuál es la curva de rendimiento implícita en las tasas de interés a un día esperadas por el mercado. Esto nos permite por ejemplo, establecer las tasas *spot* que deben negociarse en el mercado cuando se piensa realizar una subasta primaria de valores. En el siguiente cuadro se muestra cómo construir una curva de rendimiento implícita (tasas *spot*) a partir de las tasas esperadas a un día. Cabe indicar, que la prima por liquidez de la tasa *spot* es el promedio geométrico de la prima por liquidez de las tasas *forward*.

CURVA DE RENDIMIENTO IMPLÍCITA A PARTIR DE TASAS ESPERADAS

Fecha negociación: Ene-00				
Fecha Vcto.	Interbancaria esperada [1/] (a)	Tasas spot implícitas (sin prima) [2/] (b)	Prima spot [3/] (d)	Curva de Rendimiento Implícita [4/] (d)=(a+c)
Ene-00	6.25%			6.3%
Feb-00	6.75%	6.5%	0.1%	6.6%
Mar-00	7.25%	6.7%	0.1%	6.8%
Abr-00	7.25%	6.9%	0.1%	7.0%
May-00	7.25%	6.9%	0.2%	7.1%
Jun-00	7.25%	7.0%	0.2%	7.2%
Jul-00	7.25%	7.0%	0.2%	7.2%
Ago-00	7.25%	7.1%	0.2%	7.3%
Sep-00	7.25%	7.1%	0.3%	7.3%
Oct-00	7.25%	7.1%	0.3%	7.4%
Nov-00	7.25%	7.1%	0.3%	7.4%
Dic-00	7.25%	7.1%	0.3%	7.5%
Ene-01	7.25%	7.1%	0.4%	7.5%

[1/] Corresponde, por ejemplo, a las expectativas para la tasa interbancaria obtenida de las encuestas.

[2/] Corresponde al promedio geométrico de las tasas esperadas. No es la curva de rendimiento pues éstas no son tasas spot dado que falta incorporar la prima por liquidez.

[3/] Corresponde al promedio geométrico de las primas *forward* .

[4/] Corresponde a la curva de rendimiento, esto es a las tasas spot, implícita a partir de las tasas interbancarias esperadas.
Fuente: Estimaciones del autor.

ANEXO 3

En el cuadro se muestra la data mensual estimada de las tasas interbancarias esperadas para los próximos 12 meses (forward instantánea a 1 año), con el modelo de Nelson & Siegel y el modelo de Svensson empleando las ponderaciones de la función objetivo de precios y la muestra discutida en el texto.

	Nelson & Siegel: Forward 1 año				Svensson: Forward 1 año			
	P	Pw1	Pw2	Pw3	P	Pw1	Pw2	Pw3
Ene.04	3.94%	4.03%	4.03%	4.03%	4.03%	4.02%	4.02%	4.02%
Feb	4.23%	4.26%	4.26%	4.26%	4.11%	4.11%	4.15%	4.11%
Mar	4.08%	4.24%	4.25%	4.25%	4.32%	4.26%	4.26%	4.26%
Abr	4.34%	4.57%	4.57%	4.57%	4.56%	4.53%	4.54%	4.54%
May	4.03%	6.28%	6.29%	6.30%	4.55%	4.92%	4.88%	5.24%
Jun	6.20%	6.38%	6.39%	6.38%	6.04%	5.96%	5.95%	5.96%
Jul	6.90%	6.93%	6.93%	6.93%	6.04%	5.96%	5.95%	5.96%
Ago	6.35%	6.59%	6.60%	6.58%	6.87%	6.86%	6.86%	6.79%
Set	5.97%	6.11%	6.11%	6.12%	6.09%	6.02%	6.05%	6.04%
Oct	5.47%	5.56%	5.56%	5.57%	5.68%	5.66%	5.66%	5.66%
Nov	5.75%	5.97%	5.98%	5.99%	6.21%	6.17%	6.17%	6.17%
Dic	5.82%	5.88%	5.88%	5.87%	5.85%	5.84%	5.84%	5.84%
Ene.05	5.26%	5.41%	5.42%	5.41%	5.49%	5.49%	5.50%	5.50%
Feb	5.23%	5.48%	5.48%	5.52%	5.32%	5.30%	5.30%	5.29%
Mar	6.07%	6.24%	6.24%	6.25%	5.86%	5.96%	5.94%	5.94%
Abr	5.76%	5.97%	5.97%	5.97%	5.34%	5.52%	5.54%	5.55%
May	5.48%	5.55%	5.55%	5.56%	5.38%	5.49%	5.49%	5.48%
Jun	5.10%	5.24%	5.24%	5.25%	4.82%	4.94%	4.94%	4.95%
Jul	4.84%	5.00%	5.01%	5.01%	4.76%	4.60%	4.60%	4.59%
Ago	4.90%	4.99%	4.99%	4.98%	4.69%	4.68%	4.68%	4.70%
Set.1	4.92%	4.92%	4.92%	4.92%	4.87%	4.70%	4.70%	4.71%
Set.2	4.98%	4.99%	4.99%	4.98%	4.93%	4.70%	4.70%	4.71%
Set.5	4.95%	5.03%	5.03%	5.04%	4.74%	4.68%	4.68%	4.68%
Set.6	4.99%	5.02%	5.02%	5.02%	4.99%	4.67%	4.67%	4.67%
Set.7	4.98%	5.03%	5.04%	5.05%	5.01%	4.73%	4.73%	4.74%
Set.8	4.98%	5.03%	5.04%	5.05%	4.94%	4.76%	4.76%	4.76%
Set.9	4.83%	4.89%	4.90%	4.90%	4.90%	4.79%	4.79%	4.79%
Set.12	4.87%	4.94%	4.94%	4.95%	4.78%	4.73%	4.73%	4.74%
Set.13	4.84%	4.94%	4.94%	4.96%	4.91%	4.76%	4.76%	4.77%
Set.14	4.84%	4.91%	4.92%	4.93%	4.93%	4.76%	4.76%	4.74%
Set.15	4.87%	4.93%	4.93%	4.95%	4.98%	4.81%	4.81%	4.83%
Set.16	4.87%	4.93%	4.93%	4.95%	4.83%	4.76%	4.76%	4.77%
Set.19	4.85%	4.92%	4.92%	4.94%	4.97%	4.84%	4.84%	4.86%
Set.20	4.85%	4.93%	4.93%	4.94%	4.88%	4.82%	4.82%	4.82%
Set.21	4.85%	4.93%	4.93%	4.94%	4.95%	4.86%	4.86%	4.86%
Set.22	4.92%	4.97%	4.97%	4.98%	5.00%	4.90%	4.90%	4.90%
Set.23	4.82%	4.92%	4.93%	4.93%	5.02%	5.02%	5.02%	5.02%
Set.26	4.83%	4.92%	4.93%	4.94%	4.99%	4.96%	4.95%	4.94%
Set.27	4.91%	4.99%	4.99%	5.00%	5.04%	4.99%	4.99%	5.00%
Set.28	4.95%	4.98%	4.98%	4.98%	4.98%	4.91%	4.91%	4.91%
Set.29	4.94%	5.01%	5.01%	5.02%	4.81%	4.88%	4.88%	4.89%
Set.30	5.01%	5.03%	5.03%	5.04%	5.01%	4.97%	4.97%	4.98%

En los gráficos se muestra las tasas *spot* de largo plazo estimadas con el modelo de Nelson & Siegel y el modelo de Svensson empleando las ponderaciones de la función objetivo de precios y la muestra discutida en el texto.