



BANCO CENTRAL DE RESERVA DEL PERÚ

**Eficiencia financiera en los portafolios de
inversión de las AFP en el Perú: Un enfoque
robusto de Multifondos**

Rodrigo Mendoza Yllanes*

* UPC

DT. N° 2014-005
Serie de Documentos de Trabajo
Working Paper series
Abril 2014

Los puntos de vista expresados en este documento de trabajo corresponden a los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de Reserva del Perú.

The views expressed in this paper are those of the authors and do not reflect necessarily the position of the Central Reserve Bank of Peru.

Eficiencia financiera en los portafolios de inversión de las AFP en el Perú: Un enfoque robusto de Multifondos*

RODRIGO MENDOZA YLLANES[†]

Resumen

Este documento evalúa la eficiencia financiera de los portafolios de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) durante el periodo 2006-2011. Se encuentra que un portafolio es más eficiente, en el sentido financiero, cuando se minimiza la diferencia entre el ratio de Sharpe del mismo respecto del portafolio de mercado. La estimación de dicho ratio se realiza, en el marco de una optimización robusta de portafolio, por medio del enfoque denominado 'Encogimiento No Paramétrico'. Se consideran las restricciones legales relevantes así como aquellas que capturan el grado de liquidez del mercado de capitales local. Se concluye que, en el periodo de análisis, ninguno de los tres tipos de fondos satisface los criterios de eficiencia financiera establecidos.

Abstract

This paper evaluates the financial efficiency of the private pension system investment portfolio throughout the period 2006-2011 in Peru. We find that an investment portfolio is financially efficient when it delivers the smallest Sharpe ratio relative to the market ratio. We estimate the optimal portfolio under a robust Non-Parametric Shrinkage approach that considers all relevant restrictions that may affect the optimization procedure. Our results suggest that the administrators of the Peruvian private pension system have not reached financial efficiency in any of the three types of pension funds.

Palabras Clave : AFP, Multifondos, Sistema Privado de Pensiones, optimización de portafolio, robustez, eficiencia financiera.

Clasificación JEL : G11, G23, G28

1. INTRODUCCIÓN

Desde 1992, en el Perú existen dos esquemas de ahorro previsional para la jubilación: el sistema público administrado por la Oficina de Normalización Previsional (ONP), el cual se basa en un esquema *pay as you go*,¹ y el Sistema Privado de Pensiones (SPP). Este último se rige bajo el esquema de capitalización individual y donde la administración de los fondos de inversión recae en agentes privados conocidos como Administradoras Privadas de Fondos de Pensiones (AFP). En

* Este documento ocupó el segundo puesto del Concurso Jóvenes Economistas del BCRP: *Luis Felipe de las Casas Griegas* 2012-2013. Se agradece a Aldo Quintana, Eliana Franco, Daniel Morales, Liu Mendoza, Pablo Azabache por sus valiosos comentarios durante la elaboración del documento. Se agradece también a un evaluador anónimo por sus sugerencias para mejorar el documento.

[†] Mendoza Yllanes: UPC (e-mail: u811347@upc.edu.pe)

¹ El esquema *Pay as you go*, se refiere al sistema de seguridad social, en el cual las personas que están trabajando pagan impuestos que se entregan a los jubilados como renta de pensiones. Es decir, se reparte la recaudación de los trabajadores entre los jubilados.

un inicio, al permitir la participación del sector privado en la gestión de los portafolios de inversión provenientes del ahorro previsional, lo que se buscaba era resolver los problemas estructurales inmersos en el esquema de administración pública, debido a que el mismo genera beneficios sobredimensionados comparados con los niveles de aporte de los afiliados.

Aplicar un esquema de capitalización individual para los ahorros previsionales elimina los problemas mencionados debido a que limita el rol del Estado al de un ente regulador y los afiliados reciben una pensión en base a sus aportes. Asimismo, en las condiciones de crecimiento económico, surge un salto demográfico que sucede en paralelo, que se refleja en una mayor esperanza de vida y menores tasas de natalidad. Esto último genera insostenibilidad en el esquema *pay as you go*, debido a que el Estado en el largo plazo subsidiaría pensiones, la misma que es progresivamente eliminada con la implementación del esquema de capitalización individual.

Si bien la implementación del SPP solucionaba los problemas descritos del esquema anterior, a la vez ocasionaba otro: la heterogeneidad del universo de afiliados. Es decir, los fondos provenientes del ahorro previsional de los nuevos afiliados jóvenes al sistema y de personas de edad avanzada no podían ser administrados de igual manera, ya que existía una mayor exposición al riesgo en el último grupo. Es por eso que se introdujo en el SPP el esquema de Multifondos,² lo que permitía a cada AFP administrar tres diferentes carteras de inversión que representen tres distintos niveles de riesgo (bajo, moderado, alto).

La regulación del esquema de Multifondos incluye la imposición de límites de inversión de cada uno de los tres tipos de fondos para acortar en gran medida el riesgo asumido en las carteras. Diversos estudios han demostrado que dichos límites son subóptimos y se podría obtener mejores niveles de rentabilidad, con lo cual se asume un mismo nivel de riesgo si son modificadas.

Al cierre del 2011 la cartera administrada por las cuatro AFP que operaron en el mercado peruano representó aproximadamente el 20% del PBI. En la medida en que mayor flexibilidad en el mercado laboral y políticas que reduzcan la informalidad se traduzcan en un aumento del universo de afiliados, el tamaño de la cartera de inversión administrada será cada vez mayor junto con su implicancia en la economía real. Asimismo, se debe considerar que los fondos del SPP no solo

² El Sistema Multifondos se creó mediante la Ley 27988 del 4 de junio del 2003 y se reglamentó mediante el Decreto Supremo N° 182-2003-EF y posterior modificación del Texto Único Ordenado. De esta forma se introdujo la administración de Multifondos en la regulación del SPP, a efectos de que las AFP puedan administrar tres tipos de fondos de pensiones que representen tres niveles de riesgo.

crecen por los nuevos aportes sino también por la rentabilidad de la cartera. Es por ello que una eficiente administración de dichos fondos es relevante.

El objetivo de la presente investigación es analizar el desempeño financiero de los tres tipos de fondos que administran las AFP durante el periodo 2006-2011. Esta medición se basa en el criterio de eficiencia financiera. Un portafolio es financieramente más eficiente cuando la diferencia entre el ratio de Sharpe³ del mismo respecto del portafolio de mercado es la menor posible. De igual modo, cabe resaltar el hecho de que las investigaciones previas, que enmarcan una estimación de la frontera eficiente de un portafolio de mercado para el SPP, no consideran el esquema de Multifondos, lo cual genera que los distintos perfiles de riesgo que subyacen en cada uno de los fondos y en su administración sean ignorados. Para cumplir dicho objetivo se procederá a estimar tres portafolios de mercado haciendo referencia a cada uno de los tres tipos de fondo que imperaron en el SPP en el periodo de análisis. Asimismo, se consideran distintas restricciones de inversión impuestas por el regulador para cada uno de los fondos, también se consideran restricciones de liquidez en el mercado de renta variable local con el fin de emular en mayor medida las condiciones en las que las AFP invierten. Se aplica un enfoque de optimización robusta de portafolio no paramétrica (*Shrinkage*)⁴ con el fin de minimizar el error de estimación de los parámetros y solucionar las limitaciones que presenta el enfoque tradicional de media-varianza. Finalmente, luego de presentar la asignación óptima de activos, se procede a contrastar el desempeño alcanzado por los fondos de cada AFP respecto de los respectivos portafolios de mercado por medio del criterio de eficiencia financiera.

El periodo de tiempo que enmarca esta investigación (2006-2011) coincide con la crisis financiera del 2008-2009, con lo cual el resultado de la optimización del presente estudio brinda un portafolio eficiente para años de estrés financiero y de bajos volúmenes de negociación en las plazas bursátiles. Esto es congruente con los resultados de la asignación óptima de activos en donde se pondera en mayor medida activos de renta fija de gobierno tanto del mercado local como desarrollado. El riesgo de incumplimiento en la renta fija de gobierno es menor respecto de los instrumentos de deuda del sector corporativo en años de reducido o negativo crecimiento económico. Destaca también la ponderación de los activos locales en la asignación óptima, en

³ El ratio de Sharpe es una métrica de la rentabilidad ajustada por riesgo. Se define de la siguiente manera: $R. Sharpe = \frac{E[R-R_f]}{\sigma}$
En donde R es el rendimiento del activo o portafolio en mención, R_f es el activo libre de riesgo y σ es la desviación estándar del activo o portafolio en mención.

⁴ La técnica *Shrinkage* es una técnica muy útil para combatir el impacto del error de estimación en la optimización de portafolio. Intuitivamente, lo que se busca es obtener estimadores que son la solución óptima de una combinación lineal entre los estimadores muestrales (insesgados pero con mucha varianza) y estimadores estructurales (sesgados, pero con poca varianza). Esto depende de una intensidad óptima de *shrinking*, la cual nos permite conseguir estimadores que presentan menor error estimación que los muestrales a los cuales se les conoce como estimadores *Shrinkage*.

línea con la favorable evolución de la economía peruana los últimos años. Las estimaciones realizadas muestran que no existió eficiencia financiera en ninguno de los tres tipos de fondos; los fondos tipo 2 y tipo 3 fueron los que presentaron menores niveles de eficiencia financiera. El ratio de Sharpe pudo haber sido mayor en 1.72 y 1.08 veces en dichos fondos.

El resto del documento se divide de la siguiente manera. La sección 2 desarrolla la revisión de literatura, la cual se divide en tres subsecciones: Conceptos básicos de la optimización de portafolio, optimización de portafolio robusta y optimización de portafolio en el SPP peruano. En la sección 3 se detalla la metodología, en la sección 4 se presenta la discusión de los datos y en la sección 5 y 6 se presentan los resultados y conclusiones, respectivamente.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Conceptos básicos

La investigación original respecto de la optimización de un portafolio de inversión fue la realizada por Markowitz (1952). El autor señala que el proceso de selección de un portafolio puede abordarse de dos perspectivas distintas; la primera comienza con la observación y la experiencia del administrador del portafolio las cuales influyen sobre lo que se espera sucederá en el futuro. La segunda, hace referencia a que los acontecimientos relevantes del pasado pueden determinar el comportamiento futuro. Markowitz basa su investigación en la segunda perspectiva y define que un inversionista enfrenta una disyuntiva al buscar obtener una mayor rentabilidad exponiéndose a mayores niveles de riesgo. Hasta ese momento no se había tratado la interacción del riesgo y la rentabilidad más que de una manera casual en la literatura.

Markowitz propone dos conclusiones que son fundamentales para el desarrollo de la teoría financiera las décadas siguientes: En primer lugar señala que en el universo factible de inversión, entendido como las infinitas combinaciones en las que un inversionista puede distribuir su portafolio en diferentes clases de activos, existe un conjunto de portafolios óptimos definidos como aquellos que maximizan la rentabilidad dado un nivel de riesgo, o análogamente, para cada nivel de rentabilidad existe un riesgo mínimo. La literatura define esta optimización como el enfoque media-varianza o la teoría moderna de portafolio.⁵ En segundo lugar el riesgo total de un

⁵ Fabozzi (2007) pp.2.

portafolio de inversión depende de las correlaciones entre los instrumentos que lo componen y no del riesgo individual de los mismos (diversificación).

Markowitz cuantificó el concepto de diversificación a través de la covarianza entre activos individuales y la desviación estándar del portafolio en su conjunto. El concepto de diversificación está relacionado con el Teorema del Limite Central, por lo que un portafolio conformado por N activos independientes e idénticamente distribuidos exhibe una distribución multivariada normal (cuando N es lo suficientemente grande), esto implica que a medida que el número de activos va aumentando en el portafolio, la varianza del mismo tiende a cero, lo cual es un resultado ideal. Sin embargo, esto no se asemeja a lo exhibido en los mercados financieros reales ya que no puede existir un portafolio sin cierto grado de volatilidad. De la misma manera, a pesar de que las series financieras no se distribuyen normalmente⁶ muchos administradores de portafolio, analistas de inversión o agentes vinculados al campo de las inversiones fuera de la esfera académica concuerdan que es posible alcanzar un cierto nivel de diversificación al momento de construir portafolios de inversión según lo observado en los mercados financieros. El primer estudio de este tipo se llevó a cabo por Evans y Archer (1968), basándose en las ideas generales de diversificación en Sharpe (1963);⁷ dicho estudio planteaba que el problema del inversionista consistía en minimizar una función de costos que depende positivamente de la cantidad de activos que se incorporaban a la cartera. Usando el rendimientos de 470 acciones que componían el índice S&P 500⁸ en 1958, concluyen que bastaba contar entre 10 a 20 acciones para obtener los beneficios máximos de la diversificación. Estos resultados se mantendrían algunas décadas después, como señala Statman (1987) y los beneficios máximos de diversificación podían ser alcanzados al mantener un portafolio de 30 acciones. En estudios más recientes, que buscan responder si esta relación se mantiene a lo largo del tiempo, Cambell et al. (2001) y Malkiel (2002) señalan que si bien la volatilidad de las acciones individualmente se ha incrementado, la correlación entre las mismas exhibe una clara tendencia decreciente, generando efectos que se contraponen entre sí dejando inalterado el riesgo sistémico. Por otro lado, Malkiel (2002) sostiene que debido al

⁶ En Tsay (2010) pp: 13-22, se explican las propiedades estadísticas de las distribuciones de los retornos esperados, los problemas generados cuando se asume normalidad y porque el hacerlo no guarda relación con lo realmente acontecido en los mercados financieros.

⁷ En Sharpe (1963) se sostiene que la volatilidad de un portafolio puede dividirse en dos categorías: sistémica, es decir a la relación de los activos de la cartera con el retorno del mercado; y no sistémica, haciendo referencia a las relaciones inherentes que guardan los activos seleccionados que no interactúan con el retorno de mercado. Por lo que el aumentar el número de activos seleccionados dada las relaciones entre sí, generaría que la volatilidad total del portafolio converja al riesgo sistémico. Esto sería posible entonces gracias al efecto diversificación.

⁸ Standard and Poors 500 es el índice bursátil más representativo de Estados Unidos. Se considera que refleja la situación real del mercado por la alta correlación que tiene con el resto de índices de las principales plazas bursátiles alrededor del mundo. Este índice se compone de las 500 empresas más grandes (*Large-Cap*) de Estados Unidos y se pondera de acuerdo a la capitalización de mercado de cada una de las empresas.

incremento del riesgo idiosincrático o individual de las acciones es necesario contar con 300 activos en un portafolio de inversión para lograr beneficios de diversificación.

Un punto importante que se debe tener en consideración es el objetivo de cualquier administradora de fondos de inversión -incluyendo a las AFP-, el cual hace referencia a alcanzar altos niveles de rentabilidad sujeto a bajos niveles de riesgo (es decir, alcanzar un retorno esperado máximo, minimizando la volatilidad). Sin embargo, surge la interrogante acerca de la viabilidad de dicho objetivo al existir una relación negativa entre el rendimiento y el riesgo. Sharpe (1994) demostró que independientemente del perfil de riesgo, cualquier inversionista racional que dispone de matrices de información simétrica seleccionaría un portafolio ponderado por el valor de mercado que incluya todos los valores existentes. Dicho portafolio seleccionado se conoce como el portafolio de mercado. Para esto, Markowitz desarrolló el concepto de “rentabilidad por unidad de riesgo”, más conocido como el ratio de Sharpe, y donde el portafolio de mercado o de máximo rendimiento ajustado por riesgo es alcanzado solo al maximizar dicho indicador. Este enfoque se conoce como Markowitz-Sharpe y permite la incorporación de un activo libre riesgo en el universo factible de inversión.

2.2 Optimización robusta de portafolio

El enfoque media-varianza propuesto por Markowitz, junto con el concepto de portafolio de mercado desarrollado por W. Sharpe fueron las bases para posteriores investigaciones en la literatura respecto de la optimización de portafolio. Si bien son consideradas una potencial herramienta en la industria financiera para el proceso de inversión, solo las firmas orientadas a las finanzas cuantitativas basan sus decisiones de inversión en la optimización de portafolios. Esta situación no es debido al costo computacional que la optimización significa sino porque en la práctica el enfoque media-varianza resulta ser muy sensible a variaciones de los supuestos que se imponen sobre los *inputs* del modelo: el vector de retornos esperados y matriz de varianzas y covarianzas de los mismos. Estudios como los llevados a cabo en Black y Litterman (1992), Chopra (1993) y en Best y Grauer (1991) demuestran que pequeñas variaciones en los niveles de rendimientos esperados o en la matriz de varianzas y covarianzas son de impacto considerable en la asignación óptima de activos. A medida que las estimaciones de estas variables pierden consistencia, el error de estimación del portafolio óptimo también se incrementa llevando en muchos casos a portafolios poco diversificados (soluciones de esquina).⁹ Esta estimación suele

⁹Fabozzi (2007) pp: 3-5.

complicarse, debido a que bajo el enfoque media-varianza las estimaciones de los *inputs* del modelo no resultan en parámetros estadísticamente robustos.¹⁰

Es por este motivo que en las recientes décadas la literatura se ha centrado en solucionar el problema de inestabilidad de parámetros buscando alcanzar portafolios óptimos robustos. Se considera tres categorías de estimaciones robustas relevantes en la optimización de portafolio.

La primera categoría hace referencia a estimadores robustos de riesgo. Este tipo de estimadores se basan en la premisa que se produce un mayor error de estimación cuando se estiman los retornos esperados que cuando se hace lo propio con la matriz de varianzas y covarianzas del retorno de los activos, tal y como se señala en Merton (1980); por lo que la calibración de un portafolio de mínima varianza es mejor a la del portafolio de máximo rendimiento. De igual modo, los estimadores robustos de riesgo consideran que si bien los mismos no son tan eficientes como los estimadores de Máxima Verosimilitud (MV), esto solo sucede cuando el proceso generador de datos se encuentra correctamente especificado. Sin embargo, ante una mala especificación del modelo, las propiedades de los estimadores MV son extremadamente sensibles ante pequeñas desviaciones de la distribución asumida. En el caso de los portafolios de mínima varianza, estos se basan en la matriz de covarianzas muestral, la cual es el estimador MV para distribuciones normales y por lo tanto debe ser el estimador más eficiente; aunque, es muy sensible cuando los datos exhiben una distribución que se aleja de lo normal. Intuitivamente, lo que busca este enfoque es encontrar un portafolio óptimo que minimice una estimación robusta del riesgo; es decir, alcanzar el portafolio de varianza mínima, tomando estimadores de riesgo que ante la presencia de valores extremos muestren un incremento más acotado que la forma cuadrática de la varianza muestral, ya que es esta forma funcional la que genera los altos niveles de sensibilidad.

La segunda categoría hace referencia al enfoque *Shrinkage*. Para calcular portafolios media-varianza se necesita estimar la media y la matriz de varianza y covarianzas, el estimador más frecuente son los estimadores muestrales los cuales se obtienen de datos históricos y contienen sustanciales errores de estimación, como se señala en Broadie (1993). El enfoque *Shrinkage* se basa intuitivamente en transformar los estimadores muestrales de tal manera que los mismos tiendan a valores centrales. La literatura referente a esta categoría abarca tres subclases, tal y como se señala en DeMiguel et al. (2013).

¹⁰ Robustez se refiere a la propiedad estadística por la cual pequeños cambios en la muestra o pequeños errores en la identificación de la distribución no genera grandes variaciones en las estimaciones de los parámetros, en este caso los retornos esperados o la matriz de varianzas y covarianzas. Especialmente, un estimador robusto no solo tiene buenas propiedades bajo cualquier distribución asumida, sino también en un vecindario pequeño de distribuciones cercanas a la misma.

La tercera categoría, hace referencia a las técnicas de *Resampling* por medio de simulaciones Montecarlo. Como se señala en el capítulo 12 de Fabozzi (2007), una forma de generar mayor robustez en las estimaciones de los *inputs* es por medio de la estimación de los portafolios de mínima varianza y máximo retorno, seguidamente particionar en N espacios iguales el intervalo de las desviaciones estándar de los mismos para luego optimizar nuevamente con cada uno de ellos y promediar la asignación óptima de los activos resultante. Si bien este método es directo y sencillo, estadísticamente contiene muchas desventajas. La primera refiere a los inconvenientes del re-muestreo: ningún activo recibirá un peso de cero en la asignación de activos promedio. Además la asignación óptima de activos puede no cumplir con algunas de las restricciones impuestas a priori por el regulador, lo cual es una fuerte limitante. Finalmente, la asignación de activos resultante es incongruente con la racionalidad de los inversionistas, ya que viola axiomas de la maximización de utilidad.

2.3 Optimización de portafolio en el SPP peruano

Luego de aproximadamente 20 años de la creación de las AFP en el Perú son pocas las investigaciones realizadas que enmarcan una optimización de portafolio de inversión de las AFP en el Perú. Uno de los primeros trabajos llevado a cabo en el Perú es el de Camargo y Rivas-Llosa (2002), donde se compara por medio del enfoque media-varianza dos portafolios óptimos de inversión; uno restringido (considerando todas las restricciones legales hasta la fecha) y otro no restringido (no toma en consideración ninguna restricción impuesta por el regulador). Los autores demuestran que las distintas combinaciones de rentabilidad-riesgo financieramente eficientes del portafolio restringido se encuentran totalmente dentro del conjunto factible del portafolio no restringido y alejado de la frontera eficiente del mismo; es decir, que ninguna combinación de activos bajo todos los límites legales generaría una asignación de activos óptima. Adicionalmente, se encontró que el ratio de Sharpe óptimo accesible a los inversionistas regulados era de 0.32, mientras que el índice óptimo accesible sin restricciones era de 0.46, es decir, hubo un incremento potencial del 43%. Ello implica que por cada unidad de riesgo asumido, es posible obtener una rentabilidad más de dos quintas partes superior si se flexibilizan o se eliminan las restricciones legales, sin incrementar el nivel de riesgo de la cartera.

Una de las limitantes de esta investigación es que el tamaño de la muestra comprende un intervalo de tiempo muy corto: desde abril a setiembre del 2002 y como se señala en Broadie (1993),

considerar una muestra en un periodo limitado genera sesgo y altos errores de estimación y no es consistente con el hecho que las AFP poseen un horizonte de inversión de largo plazo.

Pereda (2007) considera una muestra más amplia que abarca el periodo comprendido entre 1995-2004.¹¹ La conclusión que se obtiene en esta investigación es que la imposición de restricciones de parte del regulador genera una rentabilidad potencial menor en aproximadamente 2.5% en términos anuales. El 1.9% de estos términos serían atribuibles a los límites de inversión impuestos a los fondos que afectaron la capacidad de elegir las mejores alternativas de inversión disponibles a las AFP y 0.6% a la administración efectuada por las propias AFP que no se situaron en promedio sobre la frontera eficiente.

Finalmente, a diferencia de las dos investigaciones mencionadas, en donde no toma lugar una modificación categórica al enfoque media-varianza, Ortiz et al. (2010) permiten la posibilidad de las ventas en corto, bajo el supuesto que si bien las administradoras de fondos de pensiones no pueden realizar ventas en corto porque la regulación se los prohíbe, las mismas operan en mercados completos en donde es posible replicar un activo financiero a través de una estrategia que reproduzca el mismo resultado del activo básico. Considerando las mismas series de datos utilizadas en Pereda (2007), el resultado hallado fue que la pérdida generada en rentabilidad debido a la regulación fue del 1.73%, mientras que la gestión generó una pérdida del 3.06%.

Si bien la pregunta que intentan medir estás tres investigaciones mencionadas es el impacto de los límites de inversión sobre el desempeño de la cartera de inversiones administrado por las AFP en el Perú antes de la creación del esquema Multifondos, el análisis es agregado; es decir, toma en consideración la cartera de inversiones del SPP de forma conjunta y no por cada una de las AFP que operaban en el mercado. Este análisis ignora el hecho que la imposición de restricciones o límites de inversiones tienen efectos diferenciales entre las carteras de cada una de las AFP, debido a que no todas exhiben características similares como igual tamaño de cartera de inversión o habilidad para anticipar altos y bajas del mercado (*market-timing*). Asimismo, estas investigaciones se basan en una ventana de tiempo en la cual las AFP solo administraban una cartera de inversión. En vista que cada uno de los tres fondos representan distintos niveles de riesgo y están sujetos a distintos límites regulatorios es necesario analizar cada uno por separado por la inherente heterogeneidad.

¹¹ No considera el esquema Multifondos, el cual rige desde finales del 2005.

Es relevante resaltar que el esquema de Multifondos en el SPP también es aplicado en países de la región como Chile y Colombia. Según Raddatz y Schmukler (2011),¹² una de las razones para que las AFP no logren niveles adecuados de eficiencia financiera es la existencia de una rentabilidad mínima exigida por el regulador, además de una penalización en caso la administradora no llegue a la misma. Esta situación genera que las AFP se comporten de una manera similar, emulando estrategias de inversión de sus pares,¹³ lo cual no asegura que la estrategia a seguir sea en principio óptima. En el SPP peruano también se aplica una garantía vinculada a la rentabilidad mínima¹⁴ y no existe un mecanismo que permita medir de forma financieramente eficiente el desempeño de las carteras de inversión; por el contrario, la única forma en que las AFP pueden medirlo es comparando sus propios valores cuota con los de sus competidores. La inexistencia de un índice de referencia o un *benchmark* óptimo planteado por el regulador da soporte al efecto manada,¹⁵ el cual se sustenta en la alta correlación de los valores cuotas de las AFP en el SPP (ver Figura 4 del Anexo). Dicha situación no es ajena para los hacedores de política económica y constantemente se encuentra en la agenda pendiente de las comisiones técnicas para mejorar el SPP.¹⁶

3. METODOLOGIA

El objetivo de esta investigación está alineado con la estimación del ratio de Sharpe del portafolio de mercado, por lo que en primer lugar se estima el portafolio de mercado *per se*, el cual debe cumplir con las restricciones legales que imperaron en la regulación durante los años de análisis. En ese sentido también se descarta los estimadores robustos de riesgo al pretender estimar el portafolio de mercado y no el portafolio de mínima varianza. A su vez, se descarta el enfoque *Resampling* porque no cumple con las restricciones que se imponen, lo cual generaría portafolios que no reflejan los verdaderos límites legales ni las condiciones en las que operan las AFP. Se considera entonces que el enfoque *Shrinkage* es el más adecuado, ya que permite modelar la matriz de varianzas y covarianzas y minimizar el error de estimación en lugar de estimar el vector de retornos esperados. De igual modo, cumple con las restricciones que se imponen a la

¹² Documento de trabajo del Banco Mundial.

¹³ Esta situación es conocida como efecto manada en la literatura.

¹⁴ De acuerdo a lo establecido por Ley. La rentabilidad mínima no puede ser inferior a la rentabilidad menor entre la rentabilidad real anualizada promedio de los últimos 36 meses menos 2%,3% y 4% para el Fondo Tipo I, II y III respectivamente o 50%, 35% Y 25% para el Fondo Tipo I,II y III respectivamente de la rentabilidad real anualizada promedio de los últimos 36 meses. Cuando la rentabilidad del fondo no alcanza el límite inferior exigido por la ley, la AFP debe reintegrar la diferencia haciendo uso del fondo de fluctuación construido por el Encaje Legal. Resolución 020-95-EF/SAFP.

¹⁵ En Cespedes (2005) en el marco de la teoría de juegos se sugiere el comportamiento de colusión implícita en el SPP.

¹⁶ Dichas sugerencias de la comisión técnica para la mejorar el SPP se detallan en el Marco Macroeconómico Multianual 2009-2011 pps. 121-122.

optimización. Finalmente, el enfoque *Shrinkage* presenta una versión no paramétrica la cual permite realizar una estimación sin definir la distribución teórica de las series financieras.

Un estimador *Shrinkage* es una combinación lineal conexas que consta de componentes: el primero es el estimador muestral (en este caso la matriz de varianzas y covarianzas), conocido como el componente con poca estructura porque presenta alta varianza y poco sesgo. El segundo componente es el estimador objetivo o con estructura, también conocido como “objetivo *Shrinkage*”, el cual presenta baja varianza pero es sesgado.

$$\Sigma_{sh} = (1 - \alpha)\Sigma_{sp} + \alpha F$$

En la ecuación anterior, α hace referencia a la intensidad *Shrinkage*; Σ_{sp} , a la matriz de varianzas y covarianzas muestral, que es el componente con poca estructura y; “F”, el componente estructurado. Lo que se observa es una relación entre el sesgo y la variabilidad de los estimadores que se contraponen, por lo que se necesita encontrar una intensidad *Shrinkage* óptima que nos permita encontrar un estimador con menor error de estimación que el muestral.

Se han propuesto diversos estimadores para el componente estructurado *Shrinkage* de la matriz de varianzas y covarianza de los retornos. Destaca el desarrollado en Ledoit y Wolf (2003) donde se propone como objetivo *Shrinkage* una matriz de correlación constante cuyas correlaciones $\hat{\rho}$ son iguales al promedio de todas las correlaciones muestrales.

$$\hat{\rho} = \frac{2}{(N-1)N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \hat{\rho}_{ij} \text{ y por lo tanto el componente estructurado } F = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho} & \dots & \hat{\rho} \\ \hat{\rho} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \hat{\rho} \\ \hat{\rho} & \dots & \hat{\rho} & 1 \end{bmatrix}$$

La estimación óptima de la intensidad *Shrinkage* en todos los casos descritos por los autores consiste en la minimización de una función de pérdida cuadrática donde la variable de decisión es α :

$$L(\alpha) = \|\alpha F + (1 - \alpha)\Sigma_{sp} - \Sigma\|^2$$

Si bien el procedimiento para estimar α es directo y sencillo,¹⁷ los autores realizan la estimación bajo el supuesto de que las series de los retornos siguen una distribución normal y son i.i.d. Como

¹⁷ En la ecuación anterior “ Σ ” hace referencia a la matriz de varianzas y covarianzas poblacional.

se muestra en el Cuadro 1, los retornos en soles de la clase de activos seleccionados, que se describen en la siguiente sección, no siguen necesariamente una distribución normal al 95% de confianza.

Cuadro 1. Estadísticos de los retornos en soles de los activos seleccionados

Activos	Jarque Bera (p-value)	Curtosis	Asimetría
Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL)	0.00	4.86	-0.04
MSCI Emerging Market Index USD	0.06	3.65	-0.61
S&P 500 INDEX	0.66	2.97	-0.26
JPMorgan Emerging Markets Bond Index EMBI Global Diversified Peru	0.00	6.19	-0.33
JPMorgan Corporate Embi Broad Diversified Peru Index	0.00	9.84	-1.12
iShares Barclays 10-20 Year Treasury Bond Fund	0.00	5.03	0.52
JP Morgan Emerging Markets Bond Index Embi Global Composite	0.00	10.51	-1.27
Cert. Depósito BCRP.	0.17	2.44	-0.46
Barclays Capital Benchmark Overnight USD Cash Index	0.10	4.14	0.26

Por esta razón no es posible optar por un enfoque paramétrico que asuma normalidad como el descrito en Ledoit y Wolf (2003). En lugar de ello, usaremos el enfoque *Shrinkage* no paramétrico propuesto en DeMiguel. et al. (2013). Cabe mencionar que dentro de las conclusiones los autores señalan que luego de hacer una prueba fuera de la muestra de distintas optimizaciones de portafolios por medio del *Shrinkage*, la estimación no paramétrica fue la que alcanzó mejores resultados frente a la estimación paramétrica que asume normalidad en las series de los retornos.

El enfoque no paramétrico no considera ningún tipo de distribución *a priori* y se basa en la técnica *bootstrapping* para aproximar el valor esperado de la función cuadrática de pérdida de la matriz de varianzas y covarianzas *Shrinkage* respecto del estimador poblacional, la cual busca ser minimizada.

$$Min_{\alpha} = E[\|\Sigma_{sh} - \Sigma\|_F^2]$$

$$s. t. \Sigma_{sh} = (1 - \alpha)\Sigma_{sp} + \alpha v_{\Sigma} I$$

Donde $\|X_F^2\| = \text{traza}(X'X)$. La condición de primer orden del problema anterior que nos da " α " óptimo es la siguiente:

$$\alpha_\Sigma = \frac{E \left[\|\Sigma_{sp} - \Sigma\|_F^2 \right]}{E \left[\|\Sigma_{sp} - \Sigma\|_F^2 \right] + \|v_{\Sigma I} - \Sigma\|_F^2}$$

Donde v_Σ (componente estructurado)¹⁸ se define como un parámetro escalar que minimiza el sesgo en el objetivo *Shrinkage*. De la ecuación anterior, observamos que la intensidad *Shrinkage* es la participación de la pérdida esperada del componente muestral (con poca estructura) en términos de la pérdida total del estimador *Shrinkage*.

Los autores proponen la siguiente expresión para $E \left[\|\Sigma_{sp} - \Sigma\|_F^2 \right]$:

$$E \left[\|\Sigma_{sp} - \Sigma\|_F^2 \right] = \frac{N}{T-1} \left(\frac{\text{Traza}(\Sigma^2)}{N} + N(\overline{\sigma^2})^2 \right)$$

Por otro lado, Σ hace referencia al segundo momento poblacional o su contraparte muestral. Si bien esto genera un error de estimación las pruebas empíricas demuestran que este es pequeño dentro del contexto de portafolios *Shrinkage*. Además, en todos los casos un portafolio *Shrinkage* optimizado tal y como se describe anteriormente posee un mejor performance fuera de la muestra que un portafolio media varianza tradicional, ya que este usa como estimadores la media y la matriz de varianzas de covarianza muestral. De esta manera, se estima el α_Σ óptimo y se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas robusta Σ_{sh} . Entonces, el problema de optimización del portafolio propuesto en nuestra investigación será de la siguiente manera:

$$\text{Min}_w w' \Sigma_{sh} w$$

Donde, w hace referencia al vector de pesos de cada instrumento dentro de las clases de activo que se definen en la siguiente sección. No olvidar que al problema anterior se le debe imponer la restricción de ventas en corto y todos los límites de inversión relevantes.

Midiendo la Eficiencia Financiera

¹⁸ v_Σ se puede escribir como la media de las desviaciones estándar de las series de los retornos en soles de las subclases de activos seleccionados:

$$v_\Sigma = \text{argmin}_v \|v_{\Sigma I} - \Sigma\|_F^2 = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = \overline{\sigma^2}$$

Una vez estimada la asignación óptima de activos para cada uno de los tres tipos de fondo, que es congruente con un portafolio de mínima varianza, se procede a hallar el portafolio de mercado que se define como activo libre de riesgo el *Treasury* a 10 años emitido por el gobierno de EE.UU.¹⁹ Si bien este es considerado en la literatura como un activo de refugio y de riesgo nulo, debido a las condiciones cambiantes del mercado además de ser un instrumento con altos volúmenes de negociación, el *Treasury a 10 años* sí exhibe niveles de volatilidad. Es por ello que para obtener un valor más consistente del activo libre de riesgo, es necesario determinar la función de distribución teórica de la serie del rendimiento total mensual²⁰ del *Treasury* a 10 años. Posteriormente, se estima sus parámetros por medio de simulaciones de Montecarlo y se obtiene el rendimiento total promedio. Como vemos en el Cuadro 2, el rendimiento medio mensual del *Treasury* a 10 años es de 0.2591% y la distribución teórica es triangular.²¹

Cuadro 2. Estadísticos del activo libre de riesgo

Estadísticos	Valores Estimados
Intentos	10,000
Media	0.2591%
Mediana	0.2656%
Moda	0.003017
Desviación Estándar	0.00044026
Varianza	0.00000019
Sesgo	-0.47192
Curtosis	5.4
Coef. de Variabilidad	0.1684
Mínimo	0.00139303
Máximo	0.00343424
Rango de Amplitud	0.00204121
Error Estándar Medio	---
Distribución teórica	Triangular

¹⁹ Procedemos a realizar la siguiente operación para estimar la tasa libre de riesgo con cierta libertad, debido a que en el Oficio Múltiple N°5395-2007 SBS, donde el regulador hace referencia al cálculo de la rentabilidad ajustada por riesgo por medio del ratio de Sharpe, se considera un activo libre de riesgo igual a cero.

²⁰ Usamos los rendimientos totales mensuales del *Treasury* a 10 años ya que los rendimientos obtenidos por la optimización de portafolio están expresados mensualmente y para el cálculo del ratio de Sharpe el activo libre de riesgo también debe estar en igualdad de condiciones..

²¹ La serie de datos que se utilizó para encontrar la distribución teórica del rendimiento mensual del *Treasury* a 10 años fue la comprendida entre el 15 de setiembre del 2008 y 30 de diciembre del 2011, el inicio de la ventana de tiempo hace referencia a la quiebra de Lehman Brothers, periodo de mayor volatilidad en la última crisis financiera y que marcó un punto de quiebre para la FED, la cual se vio obligada a realizar inyecciones de liquidez a la economía de EE.UU. y política monetaria acomodaticia.

Una vez estimados los tres portafolios de mercado para cada uno de los fondos se procede a determinar el rendimiento potencialmente alcanzado en el periodo estudiado (2006-2011) por cada uno los portafolios óptimos y se compara con el rendimiento realmente exhibido por cada uno de los fondos de las AFP por medio de los valores cuota.²² Sin embargo, se usa como métrica de eficiencia financiera al ratio de *Sharpe*. Asimismo, se calcula la diferencia entre ratio de Sharpe de mercado (de máximo nivel) y el ratio de Sharpe exhibido por las AFP y se considera que existe un menor nivel de eficiencia financiera en la medida que dicha diferencia sea mayor.

4. DATOS

Para desarrollar la optimización del portafolio de inversión de las AFP por cada tipo de fondo durante el periodo 2006-2011, es necesario definir instrumentos representativos por clase de activo que guardan relación con el universo factible de inversión de las mismas. Los dos grandes grupos de clases de activos en los que pueden invertir las AFP pueden ser clasificados de forma general como: renta variable y renta fija. Cabe resaltar el hecho de que no se consideran activos de *Real Estate*, debido a que los índices representativos de esta clase de activos, ya sean *Real Estate Index Trust (REIT)* o *Appraisal-Based Real Estate Index*, presentan problemas metodológicos al calcular el retorno total del subyacente. Por otro lado, no existe un consenso en la literatura acerca de si incorporar esta clase de activos en un portafolio de renta variable o de renta fija genera beneficios de diversificación (reducción del riesgo) y cobertura ante inflación.²³

Para el problema que abordamos en esta investigación se debe contar con clases de activos con mayor especificidad, como se muestra en la Figura 1. La primera clase de activos: renta variable, es desagregada en activos del mercado local y extranjero, en esta última categoría se hace una distinción entre mercado emergente y mercado desarrollado. Por otro lado, la renta fija se divide en mercado de deuda y mercado de dinero, en ambas sub-clases se hace una distinción entre mercado local y extranjero. El mercado de deuda local se divide, a su vez, en dos sub-clases, una

²² Unidad de cuenta del Sistema Privado de Pensiones de valor variable calculado diariamente. El valor cuota es calculado de la siguiente manera:

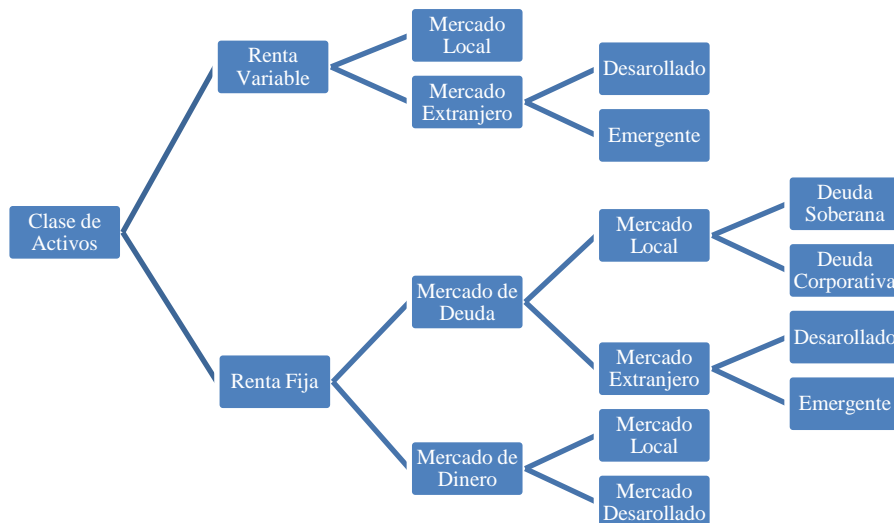
$$\frac{\text{Activo} - \text{Pasivo Elegible}}{\text{Número total de cuotas}}$$

El activo hace referencia a los instrumentos de inversión elegibles y que son adquiridos con los recursos de la AFP. El pasivo exigible está compuesto por las prestaciones de los afiliados, retiros de aportes voluntarios, traspasos por pagar, entre otras cuentas. El número total de cuotas corresponde a las cuotas que han sido adquiridas por todos los afiliados con sus aportes.

²³ CFA Institute (2012): Vol. 6 pp: 211-212.

de deuda soberana y otra de deuda corporativa, del mismo modo, el mercado extranjero se desagrega en mercado emergente y mercado desarrollado.

Figura 1. Clase de Activos



De acuerdo a una evaluación por criterios tales como invertibilidad, accesibilidad e independencia (detallados en el Cuadro 11 del Anexo), se determinan los activos de referencia para cada una de las subclases mencionadas que se muestran en el Cuadro 3.

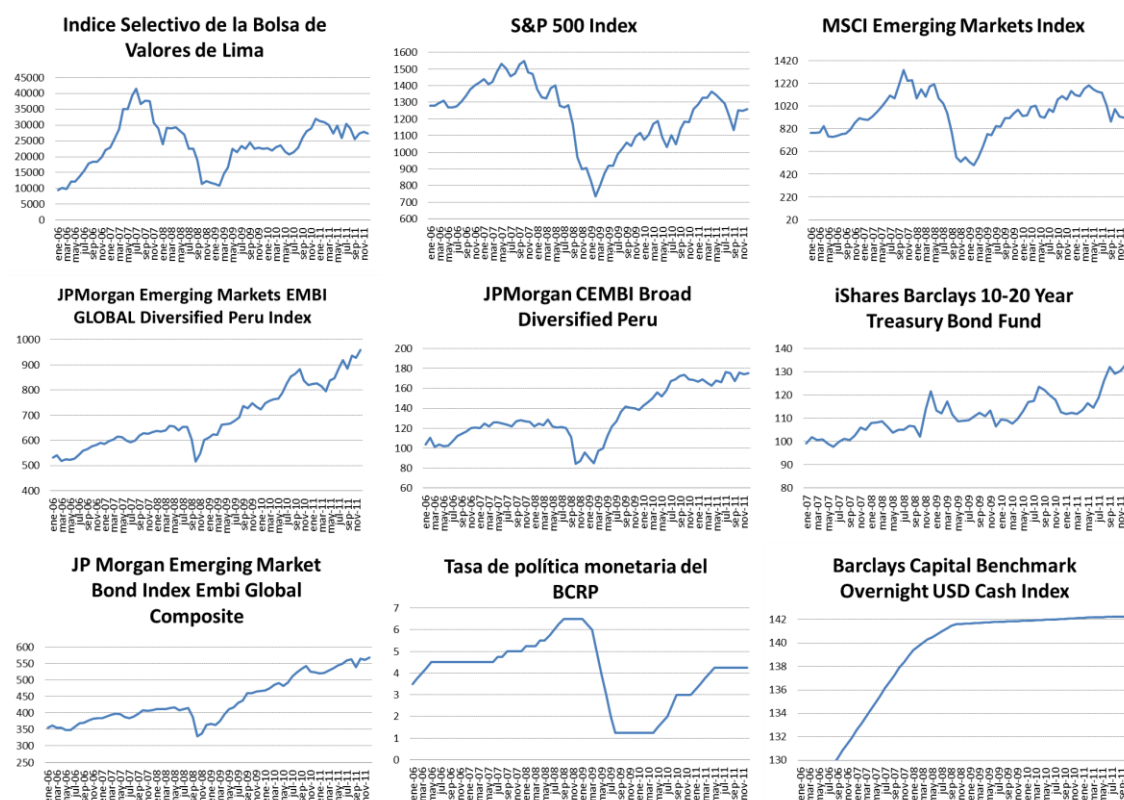
Cuadro 3. Activos de referencia para cada clase de activo

Clase de Activo		Activo de Referencia	Ticker Bloomberg
Renta Variable	Mercado Local	Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL)	ISBVL INDEX
	Mercado Internacional	MSCI Emerging Market Index USD S&P 500 INDEX	MXEF INDEX SPX INDEX
Renta Fija (Instrumentos de Deuda)	Mercado Local	JPMorgan Emerging Markets Bond Index EMBI Global Diversified Peru	JPGCPR INDEX
	Mercado Local	JPMorgan Corporate Embi Broad Diversified Peru Index	JBCDPE INDEX
	Mercado Internacional	iShares Barclays 10-20 Year Treasury Bond Fund	TLH US EQUITY
	Mercado Internacional	JP Morgan Emerging Markets Bond Index Embi Global Composite	JPEGCOMP INDEX
Renta Fija (Mercado de)	Mercado Local	Certificado de Depósito BCRP (Tasa de política monetaria del BCRP)	

NOTA: La tasa de política monetaria del BCRP se considera como el rendimiento de los activos del mercado de dinero local.

Los datos tienen frecuencia mensual, debido a que usualmente las decisiones de inversión en las AFP se toman cada mes, a excepción de que ocurran eventos de impacto considerable en el transcurso del mes que ameriten un cambio en la asignación óptima de activos o en la estrategia de inversión.

Figura 2. Evolución de los activos de referencia durante el periodo 2006-2011



NOTA: Las series de datos fueron extraídos del terminal Bloomberg. Los índices de renta fija (mercado de deuda), se extraen directamente del portal de JP Morgan. La serie que hace referencia al mercado de dinero local fue extraída del portal web del BCRP.

Es muy importante tener en consideración que en la composición de las clases de activos elegidas para la renta variable local y la renta fija corporativa local, existen instrumentos financieros emitidos por empresas vinculadas a la AFP. Sin embargo, no consideramos que este sea un problema, ya que según el Artículo N°69 del Reglamento del Texto Único Ordenado de la Ley del Sistema Privado de Administración de Fondos de Pensiones, invertir en dichos instrumentos no es

una prohibición categórica para las AFP.²⁴ Una vez definida la clase de activos a tomar en consideración en la optimización robusta de portafolio es propicio definir las restricciones legales a las que la misma debe estar sujeta. El Cuadro 4 define las restricciones legales por tipo de fondo.

Cuadro 4. Restricciones legales de los Multifondos

Categoría de Instrumento	Límite Máximo de Inversión por Tipo de Fondo		
	Fondo		
	Fondo Tipo 1	Fondo Tipo 2	Fondo Tipo 3
Instrumentos de renta variable	Max 10%	Max 45%	Max 80%
Instrumentos de renta fija	Max 10%	Max 75%	Max 70%
Instrumentos de cobertura	Max 10%	Max 10%	Max 20%
Activos en efectivo o de corto plazo	Max 40%	Max 30%	Max 30%
Total Fondo invertido (no ventas en corto)	100%	100%	100%
Límite de inversión en el exterior	30%	30%	30%

NOTA: Las restricciones legales que las AFP deben cumplir son dictaminadas por la SBS. En la presente investigación el límite de inversión en el exterior es 30%. Este es un supuesto simplificador debido a que la optimización empleada no es dinámica. Hay que considerar que en nuestro periodo de análisis, el límite operativo fijado por el BCRP ha tendido a incrementarse paulatinamente, tal es así que al 9 de noviembre del 2006 se situaba en 10.5% y al cierre del 2011 en 30%. Por otro lado, Jagannathan y Ma (2003) sostienen que las restricciones de ventas en corto (quinta restricción), en el enfoque media-varianza, implícitamente aplican alguna forma de Shrinkage a la matriz de varianzas y covarianzas, lo cual es beneficioso para la estabilidad de la asignación óptima de activos.

Es relevante considerar que el mercado de capitales local es poco líquido respecto a sus pares en la región. Por ello, se considera una restricción sobre los activos de renta variable local. Esta restricción se sustentan en el hecho de que las AFP mantienen un porcentaje importante del portafolio de los fondos tipo 2 y tipo 3 invertidos en activos de renta variable local y que, dado el bajo volumen de negociación en el mercado, no pueden ser vendidas rápidamente, ya que

²⁴ Los límites de las inversiones realizadas por una AFP en instrumentos financieros emitidos por una empresa, administrados por una Sociedad Administradora, o administrados por una Sociedad Titulizadora, por una Sociedad de Propósito Especial o por un fiduciario, que formen parte de un grupo económico que presente vinculación con la AFP, se reducirán en un treinta por ciento (30%). La disposición indicada resultará aplicable para los límites mencionados en los Artículos 62, 63, 64, 65, 66, 67 y 68 del Reglamento del Texto Único Ordenado de la Ley del Sistema Privado de Administración de Fondos de Pensiones.

ocasionarían involuntariamente presiones sobre el precio de dichos activos.²⁵ Asimismo, hemos impuesto una restricción sobre los CD-BCRP con la finalidad de capturar la accesibilidad de dichos activos dado el monto total promedio circulante de los mismos²⁶. Ambas restricciones se detallan en el Cuadro 5:

Cuadro 5. Restricciones de iliquidez del mercado de capitales peruano

Categoría de Instrumento	Límite Máximo de Inversión por Tipo de Fondo		
	Fondo		
	Fondo Tipo 1	Fondo Tipo 2	Fondo Tipo 3
Participación de renta variable local	$\geq 0\%$	$\geq 33.22\%$	$\geq 60.61\%$
Participación de CD-BCRP	$\leq 4.49\%$	$\leq 4.49\%$	$\leq 4.49\%$

Es importante considerar el hecho que cada uno de los tres tipos de fondos que administran las AFP presenta límites de inversión heterogéneos, como se aprecia en el cuadro anterior. Por este motivo, se realiza tres optimizaciones independientes para cada tipo de fondo.

5. RESULTADOS

Para poder aplicar el enfoque Shrinkage no paramétrico es necesario, encontrar las medias de las series financieras elegidas y posteriormente estimar la matriz de varianzas y covarianzas.

El Cuadro 6 muestra las medias obtenidas por clase de activo. Se observa que los rendimientos mensuales medios son reducidos, esto debido a que dentro del periodo de la muestra que tomamos (enero 2006 a diciembre 2011) se encuentra el colapso financiero de *Lehman Brothers*, el agudizamiento de la crisis sub-prime en EE.UU y el inicio de la crisis de solvencia soberana en

²⁵ Para capturar esta situación en el mercado de renta variable local, se procede a calcular durante la participación de la renta variable local en el portafolio de inversión del fondo tipo 2 y tipo 3, luego se calcula la media aritmética. Dichos resultados son del 33.22% para el fondo tipo 2 y de 60.61% para el fondo tipo 3. La data fue extraída del compendio estadístico del SPP del portal web de la SBS. La evolución de estas series se muestran en la Figura 5 del Anexo.

²⁶ Para calcular esta restricción procedimos a calcular el promedio mensual (ene 06 a dic 11) del ratio:

$$\frac{\text{Saldo Soles CD} - \text{BCRP}}{\text{Cartera del SPP en nuevos soles}}$$

Posteriormente, lo dividimos entre el número de las AFP que operan en el SPP peruano lo cual nos dio un resultado de 4.49%.

Europa. Es por ello que el valor medio del retorno del SPX Index y BXIIBUS0 Index es negativo. Para evitar dicho problema optaremos por considerar los retornos del límite superior al 95% de confianza como la media *bootstrapping*.

Cuadro 6. Rentabilidad esperada por activo de referencia

Activo de referencia	Media	Límite inferior (95% de confianza)	Límite superior (95% de confianza)
ISBVL Index	2.47%	-0.53%	4.98%
MXEF Index	0.34%	-1.19%	2.05%
SPX Index	-0.21%	-0.89%	0.39%
JPGCPR Index	0.57%	-0.11%	1.29%
JBCDPE Index	0.49%	-0.61%	1.49%
TLH Equity	0.25%	-0.49%	0.96%
JPEGCOMP Index	0.35%	-0.31%	0.91%
CDs-BCRP	0.34%	0.30%	0.37%
BXIIBUS Index	-0.15%	-0.43%	0.15%

Una vez estimada la matriz de varianzas y covarianzas por medio de la técnica *Bootstrapping*, procedemos a obtener los parámetros correspondiente para hallar α_{Σ} (la intensidad *Shrinkage*).

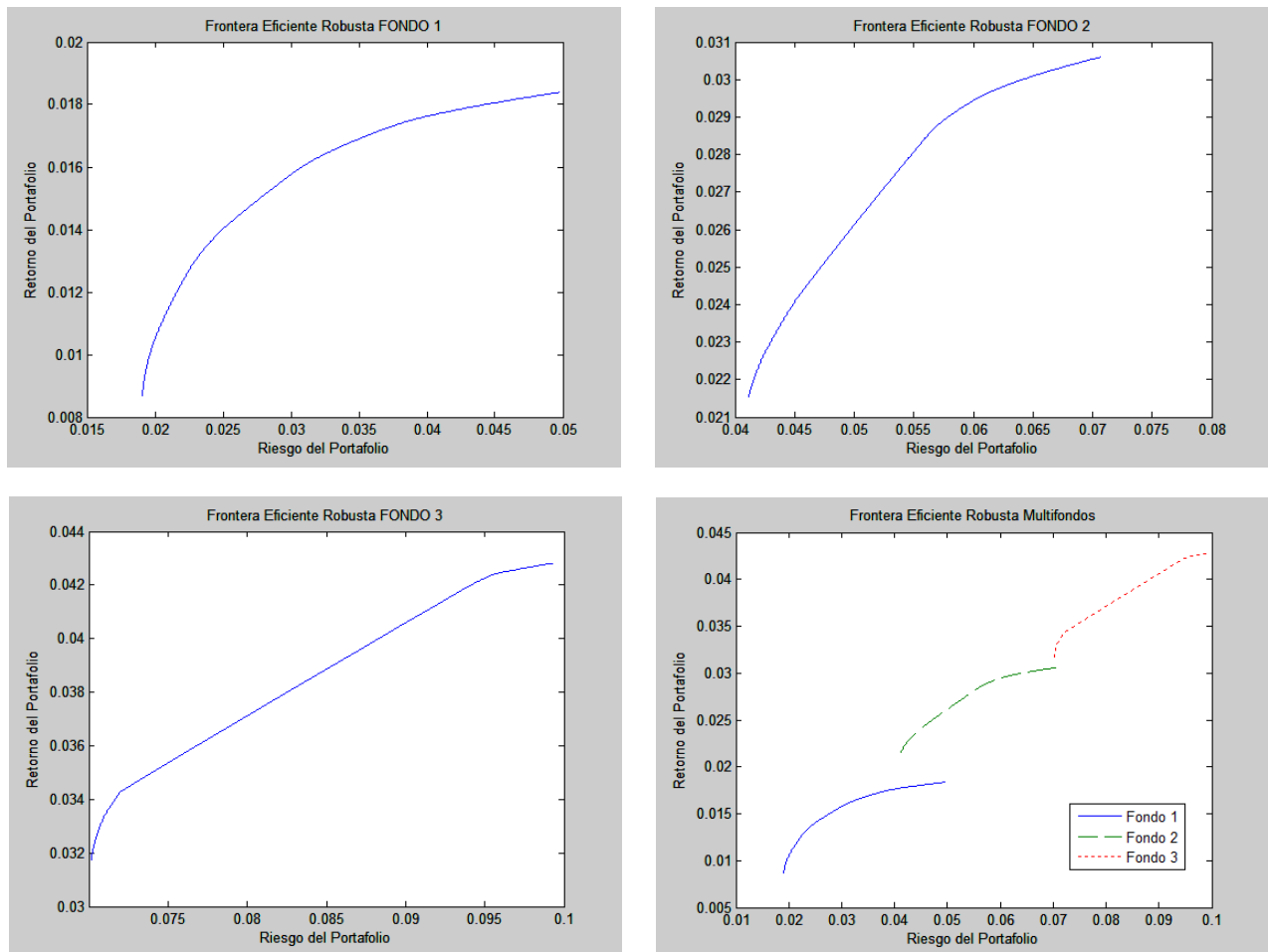
Cuadro 7. Estimación de la intensidad *Shrinkage*

(i)	$\alpha_{\Sigma} = \frac{E[\ \Sigma_{sp} - \Sigma\ _F^2]}{E[\ \Sigma_{sp} - \Sigma\ _F^2] + \ v_{\Sigma} I - \Sigma\ _F^2} = 0.1152904$
(ii)	$v_{\Sigma} = \operatorname{argmin}_v \left\ v_{\Sigma} I - \Sigma \right\ _F^2 = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = \overline{\sigma^2} = 0.0031151$

$$(iii) \quad E \left[\left\| \sum_{sp} - \sum_F \right\|^2 \right] = \frac{N}{T-1} \left(\frac{\text{Traza}(\Sigma^2)}{N} + N(\overline{\sigma^2})^2 \right) = 0.0004059$$

Estimada la intensidad *Shrinkage* procedemos a determinar la matriz de varianzas y covarianzas *Shrinkage* ($\Sigma_{sh} = (1 - \alpha) * \Sigma_{sp} + \alpha v \Sigma I$), como se aprecia en el Cuadro 12 del Anexo. Una vez estimada la matriz de varianzas y covarianzas robusta procedemos a resolver el siguiente problema de optimización $\text{Min}_w w' \Sigma_{sh} w$ sujeto a las restricciones señaladas en el Cuadro 5. La optimización arrojó las siguientes fronteras eficientes para cada uno de los tres tipos de fondos:

Figura 3. *Fronteras eficientes robustas para los Multifondos*



La asignación óptima de activos que se muestran el cuadro 8 es consistente con el rendimiento exhibido en las diversas clases de activos durante los últimos años. La optimización robusta de portafolio en cada uno de los fondos asigna una mayor participación a los activos de renta fija

respecto de los de renta variable. Se asigna para activos de renta fija 90%, 66.78% y 39.39% para los fondos tipo 1, 2 y 3 respectivamente. Esto guarda relación con el hecho que en términos promedios en el primer año de la crisis financiera 2008-2009 los instrumentos elegidos como clase de activos de renta variable exhibieron aproximadamente un rendimiento de -60%, mientras que los activos de renta fija lo hicieron en -30%. Otro resultado interesante de la optimización es el hecho de que se debe ponderar en mayor medida activos denominados en moneda nacional respecto de activos en moneda extranjera. Esto es consistente con el hecho de que las AFP miden su rendimiento nominal en Nuevos Soles, por lo cual, ante un escenario apreciativo del Nuevo Sol sumado a rendimientos negativos de los activos denominados en moneda extranjera, el performance de los portafolios se vería afectado en doble medida. Dicha situación no sucede si los activos están denominados en moneda nacional. Asimismo, los activos financieros nacionales -de renta variable como de renta fija- ocupan una participación considerable en el portafolio óptimo: 70%, 69,99% y 70.12% para los fondos tipo 1, 2 y 3 respectivamente.

Cuadro 8. *Asignación óptima de activos: Composición portafolio de mercado*

		Fondo 1	Fondo2	Fondo 3
ISBVL Index	RV. Local	10.00%	33.22%	60.61%
MXEF Index	RV. Emergente	0%	0%	0%
SPX Index	RV. Desarrollado	0%	0%	0%
JPGCPR Index	RF. Local Gob.	46.25%	36.50%	9.51%
JBCDPE Index	RF. Local Corp.	9.26%	0%	0%
TLH US Equity	RF. Desarrollado. Gob.	28.48%	30.00%	29.88%
JPEGCOMP Index	RF. Emergente Gob.	0%	0%	0%
Cert. Depósito BCRP	Mercado de Dinero M.N	4.49%	0.27%	0%
BXIIBUS0 Index	Mercado de Dinero M.E	1.52%	0%	0%

La asignación óptima de activos resultante nos da una idea de la estructura de un portafolio óptimo en un escenario de alta volatilidad y destrucción de valor en términos bursátiles generado por desequilibrios económicos globales como fue el de la crisis financiera 2008-2009.

A continuación, procedemos a evaluar el desempeño en términos del rendimiento nominal acumulado para cada uno de los fondos de las AFP durante el periodo de análisis y lo comparamos con el portafolio óptimo. Dichos resultados se resumen en el cuadro 9.

Cuadro 9. Rentabilidad acumulada durante el periodo 2006-2011

	Fondo 1	Ranking	Fondo 2	Ranking	Fondo 3	Ranking
Horizonte	69.22%	1°	77.86%	4°	195.94%	1°
Prima	59.99%	2°	92.26%	1°	171.47%	3°
Integra	53.77%	3°	86.91%	3°	192.13%	2°
Profuturo	51.26%	4°	89.60%	2°	152.84%	4°
Portafolio Óptimo	84.25%		134.33%		208.02%	

NOTA: La evolución de la rentabilidad de cada uno de los fondos que administran las AFP se obtiene a través de los valores cuotas. El rendimiento alcanzado por el portafolio óptimo en cada uno de los fondos mostrados en el cuadro corresponde a la rentabilidad exhibida por las clases de activos ponderadas por las asignaciones óptimas durante el periodo de análisis.

En términos absolutos existe un ordenamiento respecto a cuál AFP obtuvo un rendimiento nominal mayor durante el 2006-2011; sin embargo, esto no muestra la exposición al riesgo que asumieron para conseguirlo; ni tampoco, muestra nada respecto de la eficiencia financiera. Es por ello que para capturar dicha situación se comparan los ratios de Sharpe en cada uno de los tipos de fondos y de cada AFP; y posteriormente, contrastarla con el de la cartera óptima. El Cuadro 10 resume lo mencionado.

Cuadro 10. Midiendo la eficiencia financiera por medio del ratio de Sharpe

	Fondo 1	Ranking	Fondo 2	Ranking	Fondo 3	Ranking
Profuturo	20.49%	4°	18.10%	2°	19.87%	4°
Horizonte	33.50%	1°	15.54%	4°	23.14%	1°
Integra	22.19%	3°	17.90%	3°	22.37%	2°
Prima	25.29%	2°	18.58%	1°	20.88%	3°
Promedio AFPs	25.37%		17.53%		21.56%	
Portafolio Óptimo	42.34%		47.73%		44.01%	
Desviación Prom.	-16.97%		-30.20%		-22.45%	
Perdida de Eficiencia en veces	0.67x		1.72x		1.04x	

NOTA: Se estimaron también los resultados anualizados, los cuales guardan relación con la contraparte mensual. El error estándar por estacionalidad es pequeño.

Se aprecia que el ordenamiento en el ranking de rentabilidad acumulada y de unidad ajustada por riesgo (ratio de Sharpe) se respeta en todos los casos. Asimismo, al evaluar el ratio de Sharpe, se observa que ninguna de las cuatro AFP en ninguno de los tres fondos fue financieramente eficiente. En promedio, el SPP se aleja del criterio de eficiencia financiera en -16.97%, -30.20% y -22.45% para los fondos tipo 1, 2 y 3 respectivamente; siendo así los fondos tipo 2 y tipo 3 los que presentan menores niveles de eficiencia financiera durante el periodo estudiado. Es por eso que al evaluar el número de veces que se pudo obtener un mejor resultado por unidad ajustada de riesgo, este pudo ser 0.67 veces mejor en el fondo tipo 1; 1.72 veces en el fondo tipo 2 y 1.04 veces mejor en el fondo tipo 3. Estos resultados son explicados por ser los fondos tipo 2 y 3 los que exhibieron mayor concentración de activos de renta variable en su cartera, al ser esta clase de activo la más afectada durante la crisis financiera 2008-2009.

Los resultados alcanzados en esta investigación demuestran que la implementación de los Multifondos no se ha traducido en mayores niveles de eficiencia en la administración de los fondos del SPP. Estos resultados son similares a los que se muestran en Pereda (2005), Rivas-Llosa y Camargo (2002) y Ortiz et al. (2010), en donde se concluye que previamente a la creación de los Multifondos la administración de una única cartera por AFP se alejaba de los criterios de eficiencia financiera.

6. Conclusiones

El estudio busca determinar si los portafolios de inversión de las AFP fueron financieramente eficientes. Para cumplir dicho objetivo se empleó diferentes activos de referencia que representan el universo factible de inversión de las AFP bajo criterios de accesibilidad, invertibilidad e independencia en el marco de una optimización robusta de portafolio sujeto a restricciones legales impuestas por el regulador, así como restricciones que capturan la liquidez del mercado de capitales local. La asignación óptima de activos de cada uno de los tres fondos distribuye una mayor participación en activos de renta fija, tales como bonos globales del gobierno peruano, bonos de gobierno de países desarrollados y certificados de depósitos del BCRP. La participación de activos de renta fija en cada uno de los fondos representa el 90.00%, 66.78% y 39.39% de la cartera respectivamente. Es por este motivo, que se concluye que la asignación óptima de activos cumple con el criterio de eficiencia financiera en periodos de estrés como el de la crisis financiera 2008-2009, donde se exhibieron bajos volúmenes de negociación y alta volatilidad, al ser los activos de renta variable los más afectados. Asimismo, los activos financieros locales –de renta variable y de renta fija– ocupan una participación considerable en el portafolio óptimo: 70.00%,

69,99% y 70.12% para los fondos tipo 1, 2 y 3 respectivamente. Este resultado está alineado con la favorable evolución de la economía peruana.

La principal conclusión de la investigación es que durante el periodo de análisis, los portafolios de inversión de las AFP no fueron financieramente eficientes. En promedio, al evaluar el ratio de Sharpe del SPP respecto al del portafolio óptimo, se observa que el SPP se aleja del criterio de eficiencia financiera en -16.97%, -30.20% y -22.45% para los fondos tipo 1, 2 y 3 respectivamente. Respecto al número de veces que se pudo obtener un mejor resultado por unidad ajustada de riesgo, esta pudo haber mejorado en 0.67; 1.72 y 1.04 veces en cada uno de los fondos respectivamente. Una explicación del hecho de que los fondos tipo 2 y tipo 3 exhibieran la mayor pérdida de eficiencia financiera es que dichos fondos fueron los que concentraron activos de renta variable en mayor medida durante el periodo de análisis, esta clase de activo fue muy afectada durante la crisis financiera 2008-2009. Los resultados encontrados en la presente investigación se alinean con los alcanzados en Pereda (2007), Rivas-Llosa y Camargo (2002) y Ortiz et al. (2010) respecto del bajo nivel de eficiencia financiera que genera la regulación en el SPP.

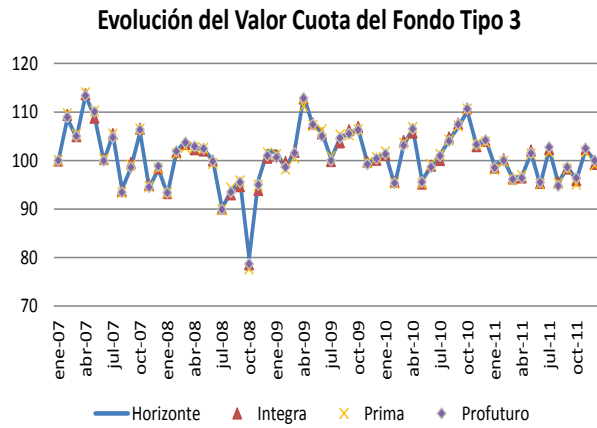
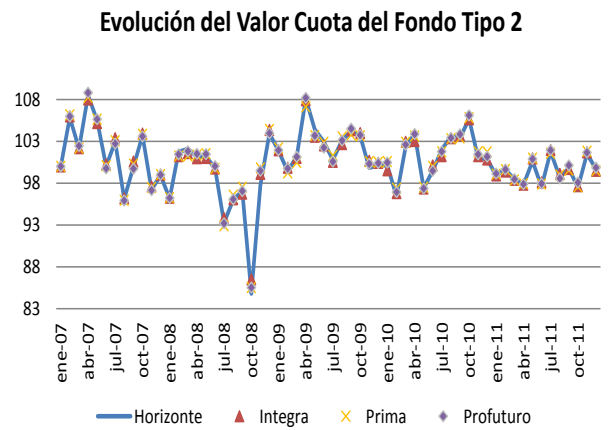
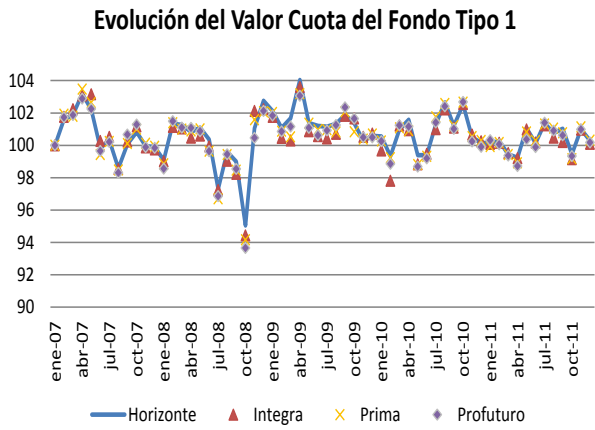
Diversas pueden ser las causas por las que una AFP no administra su portafolio de inversión bajo criterios de eficiencia financiera. Sin embargo, una de las más relevantes y preocupantes es la inexistencia de un índice de referencia en la industria para medir el desempeño de las carteras. Es por ello que se considera prioritario la incorporación del mismo, capturando todas las condiciones y restricciones legales y de liquidez a las que están sujetas las AFP.

Referencias

- Best, M. y Grauer, R. (1991), "On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Change in Asset Means: Some Analytical and Computational Results", *The Review of Financial Studies*, 4(2), 315-342.
- Black, F. y Litterman, R. (1992), "Global Portfolio Optimization", *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28-43.
- Broadie, M. (1993), "Computing Efficient Frontiers using Estimated Parameters", *Annals of Operations Research*, 45(1), 21-58.
- Cavadini, F., Sbuelz, A. y Trojani, F. (2001), "A Simplified Way of Incorporating Model Risk, Estimation Risk and Robustness in Mean Variance Portfolio Management", *Working Paper*, Tilburg University.
- Campbell, J., Lettau, M., Malkiel, B. y Xu, Y. (2001), "Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic", *The Journal of Finance*, 56(1), 1-43.
- Céspedes, N. (2005), "Un Enfoque de Teoría de Juegos del Sistema Privado de Pensiones Peruano", *ECON WPA 0505002*.
- CFA Institute (2012), "Program Curriculum Level I. Volume 6: Derivatives and Alternative Investments", 211-212.
- Chopra, V. y W. Ziemba, W. (1993), "The effects of errors in means, variances, and covariance on optimal portfolio choice", *Journal of Portfolio Management*, 9(2), 6-11.
- DeMiguel, V. y Nogales, F. (2006), "Portfolio Selection with Robust Estimate of Risk", *Operation Research*, 57(3), 560-577.
- DeMiguel, V., Martín-Utrera, A. y Nogales, F. (2013), "Size Matters: Optimal Calibration of Shrinkage Estimators for Portfolio Selection". *Journal of Banking and Finance*, 37(8), 3018-3054.
- Evans, J. y Archer, S. (1968), "Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis", *Journal of Finance*, 23(5), 761-767.
- Fabozzi, F., Kolm, P., Pachamanova, D. y Focardi, S. (2007), "Robust Portfolio Optimization and Management", *New Jersey: Willey & Sons*.
- Jagannathan, R. y Ma T. (2003), "Risk Reduction in Large Portfolio: Why Imposing the Wrong Constraints Helps", *Journal of Finance*, 54(4), 1651-1684.
- James, W. y Stein, J. (1961). "Estimation with quadratic loss", *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 361-379.
- Ledoit, O. y Wolf, M. (2004), "Honey I shrunk the sample covariance matrix", *Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110-119.
- Malkiel, B. (2002), "How Much Diversification Is Enough?" *Proceedings of the AIMR seminar The Future of Equity Portfolio Construction*, 26-27.

- Markowitz, H. (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Merton, R. (1980), "On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation", *Journal of Financial Economics*, 8(4), 323–361.
- Morón, E. (2008). "Resolviendo el problema de cobertura en el Perú", Centro de Investigación de la Universidad Pacífico, Lima.
- Ortiz, D., Chirinos, M. y Hurtado, Y. (2010), "La frontera eficiente y los límites de inversión para las AFP: una nueva mirada", *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 15(29), 95-118.
- Pereda, J. (2005), "Estimación de la Frontera Eficiente para las AFP en el Perú y el Impacto de los Límites de Inversión: 1995-2004", *Documento de Trabajo N° 2007:09*, Banco Central de Reserva del Perú.
- Perret-Gentil, C. y Victoria-Feser, M. (2004), "Robust mean-variance portfolio selection", *Research paper 140*, International Center for Financial Asset Management and Engineering.
- Raddatz, C. y Schmukler, S. (2011), "Deconstructing Herding Evidence for Pension Fund Investment Behavior", *Research Working Paper 5700*, World Bank.
- Rivas-Llosa, R. y Camargo, G. (2002), "Eficiencia financiera de los límites de inversión para las AFP: una aplicación al caso peruano", (*mimeo*).
- Sharpe, W. (1963), "A Simplified Model for Portfolio Analysis", *Management Science*, 9(2), 277-293.
- Sharpe, W. (1994), "The Sharpe Ratio", *Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49-58.
- Statman, M. (1987), "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3), 353-363.
- Tsay, R. (2010), "Analysis of Financial Time Series", *New Jersey: Willey & Sons*.
- Vaz-de Melo, B. y Camara, R. P. (2003), "Robust Modeling of Multivariate Financial Data", *Coppead Working Paper Series 355*, Universidad Federal de Rio de Janeiro.

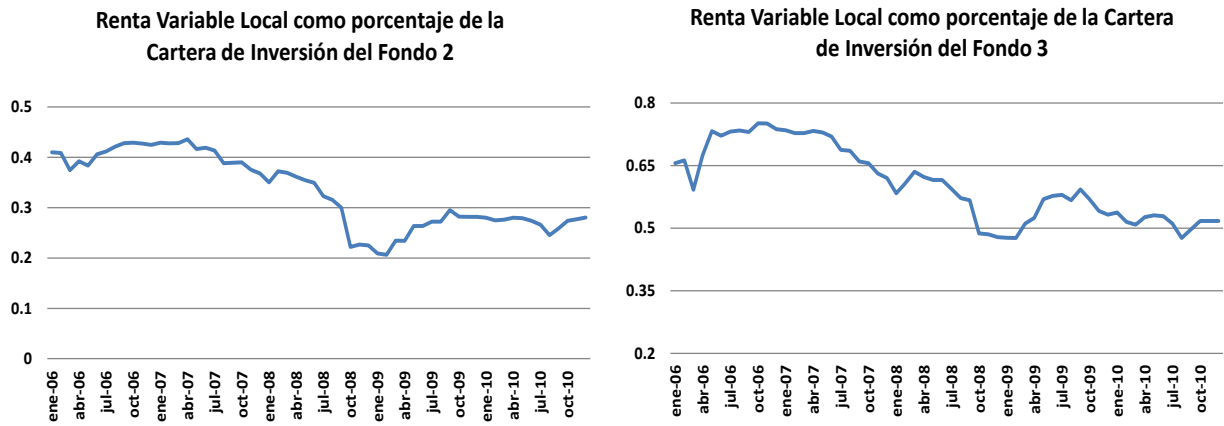
Figura 4. Evolución de los valores cuota por tipo de Fondo



Cuadro 11. Criterios de elección para los activos de referencia

Activo de Referencia	Descripción	Apropiado	Invertible	Accesible	Independiente
ISBVL Index	Es un índice compuesto por las acciones más negociadas de empresas locales. Considera únicamente compañías que registran la mayor parte de sus actividades en el Perú.	Sí. A pesar de incluir algunas acciones inaccesibles para las AFP (Trevallí, Río Alto, Casagrande, Cerro Verde). El 73% de las acciones que componen el índice pueden ser adquiridas por las AFP, mientras que del Índice General e Índice INCA pueden ser adquiridas solo el 63% y 70% respectivamente.	Sí. A través de MSCI All Peru Capped Fund (EPU us) , el cual es un ETF que permite invertir en las acciones peruanas más representativas. Actualmente se encuentra en el registro de instrumentos extranjeros de la SBS.	Sí, los componentes del índice son públicos.	Si. Provisto por un tercero independiente.
MSCI Emerging Market Index	Es un índice ajustado por liquidez (<i>free float market cap weighted</i>) diseñado para medir el desempeño de las acciones más representativas de los mercados emergentes.	Si. Dentro de la composición del índice se encuentran las economías emergentes más representativas. Y es el indicador por excelencia para medir el desempeño de las mismas en términos bursátiles.	Sí. A través de iShares MSCI Emerging Markets (EEM) . Este ETF permite invertir en el índice y actualmente se encuentra en el registro de instrumentos extranjeros de la SBS.	Sí, los componentes del índice son públicos.	Si. Provisto por un tercero independiente.
Standard & Poors 500 Index	Es un índice de capitalización bursatil ajustado por liquidez (<i>free float market cap weighted</i>) compuesto por 500 de las acciones de mayor capitalización bursatil en EEUU. Captura el 75% de la capitalización bursatil de empresas norteamericanas	Si. El portafolio de renta variable desarrollado de las AFP no se encuentra compuesto únicamente por compañías estadounidenses, ni tampoco por compañías de alta capitalización dentro de este mercado; sin embargo, la mayoría de los instrumentos de renta variable extranjera del universo invertible presentan alta correlación con el índice.	Sí. A través de SPDR S&P 500 (SPY US) , el cual es un ETF que permite invertir en el índice y actualmente se encuentra en el registro de instrumentos extranjeros de la SBS.	Sí, los componentes del índice son públicos.	Si. Provisto por un tercero independiente.
JPMorgan Emerging Markets Bond Index EMBI Global Diversified Peru	Es un índice de retorno total y de capitalización bursatil (<i>market cap weighted</i>) que mide el performance de los bonos emitidos por el gobierno de Perú en dolares (Bonos Globales). Los bonos globales que lo componen deben presentar una fecha de vencimiento mayor a 2.5 años; y para ser mantenidos dentro del índice luego del rebalanceo, una fecha no menor a 1 año.	Si. Los bonos con mayor volumen de negociación se concentran en la parte media y larga de la curva de rendimiento.	Si. Se puede invertir en los soberanos y globales los cuales son los activos más líquidos en mercado de renta fija local, se opera directamente a través de la plataforma DATATEC.	Parcial, los componentes del índice son privados, los derechos le corresponden a JPMorgan quien los elabora, el acceso al mismo es mediante suscripción	Si. Provisto por un tercero independiente.
JPMorgan Corporate EMBI Broad Diversified Peru Index Level	Es un índice de retorno total de capitalización bursatil (<i>market cap weighted</i>) que mide el performance de los bonos corporativos peruanos expresados en moneda extranjera.	Si. Es uno de los pocos índices de bonos corporativos peruanos elaborados por algún banco de inversión.	Si. Si bien el mercado secundario de bonos corporativos locales es ilíquido y acotado por el bajo volumen de emisiones de deuda, las AFPs son los principales participantes en las emisiones.	Parcial. Los componentes del índice son privados, los derechos le corresponden a JPMorgan quien los elabora, el acceso al mismo es mediante suscripción	Si. Provisto por un tercero independiente.
iShares Barclays 10-20 Year Treasury Bond Fund	Es un exchange traded fund que replica el comportamiento del índice Barclays Capital 10-20 Year Treasury Total Return Index, el cual mide el performance de Treasuries con vencimientos de al menos 10 años pero menores a 20 años. Tienen que ser emisiones activas con mínimo USD 250 MM de face value, a tasa fija y no convertibles.	Parcialmente. El portafolio de bonos de gobiernos desarrollados de las AFP no se encuentra compuesto únicamente por Treasuries.	Sí. A través de iShares 10-20 Year Treasury Bond (TLH US) . Es un ETF completamente invertible, aunque todavía no se encuentra incluido en el registro de instrumentos extranjeros de la SBS.	Sí, los componentes del índice son públicos.	Si. Provisto por un tercero independiente.
JPMorgan Emerging Markets Bond Index EMBI Global Composite	Es un índice de retorno total denominado en dolares conformado por bonos soberanos y cuasi-soberanos (bonos de empresas 100% propiedad del Estado) de economías emergentes. Estos papeles son de tasas fijas y variables. La metodología limita el peso de los títulos de los países por el nivel de endeudamiento de los mismos.	Parcialmente. El portafolio de bonos de economías emergentes de las AFP no se encuentra invertido en todos los países que representa el bono.	Si. A través de iShares JPMorgan USD Emerg Markets Bond (EMB US) . Es un ETF completamente invertible, aunque todavía no se encuentra incluido en el registro de instrumentos extranjeros de la SBS.	Parcial, los componentes del índice son privados, los derechos le corresponden a JPMorgan quien los elabora, el acceso al mismo es mediante suscripción	Si. Provisto por un tercero independiente.
Tasa de interes de referencia del BCRP	La tasa de interés de referencia es la herramienta de política monetaria por excelencia manejada por el BCRP para cumplir con la meta de inflación y incentivar/desacelerar el nivel de la actividad económica. Asimismo, determina la tasa interbancaria en moneda local.	Si. La tasa de política monetaria es útil como clase de activo en efectivo, ya que si bien no se puede invertir directamente en ella; los Certificados de Deposito del BCRP por lo general tienden a un rendimiento que se aproxima a esta tasa. Asimismo, determina la tasa interbancaria en nuevos soles.	No, pero sirve como referencia para las instituciones financieras para enviar sus propuestas en las subastas de Certificados de Depositos del BCRP.	Información Publica. Pagina web BCRP.	Si. Establecido por el BCRP
Barclays Capital Benchmark Overnight USD Cash Index	Los índices Barclays Benchmark Cash son diseñados para reflejar el desempeño de las inversiones que se rollean diariamente en los depósitos del mercado de dinero.	Si. Permite a los administradores de los fondos comparar el mismo con el rendimiento de renovar depósitos en el mercado de dinero en moneda extranjera.	No.	Sí, los componentes del índice son públicos.	Si. Provisto por un tercero independiente.

Figura 5. Evolución de la renta variable local como porcentaje del portafolio del Fondo Tipo 2 y Tipo 3



Cuadro 12. Matriz de varianzas y covarianzas Shrinkage

	ISBVL Index	MXEF Index	SPX Index	JPGCPR Index	JBCDPE Index	TLH Equity	JPEGCOMP Index	CDs- BCRP	BXIIBUS0 Index
ISBVL Index	0.01371	0.00572	0.00247	0.00100	0.00317	- 0.00031	0.00110	-0.00001	-0.00049
MXEF Index		0.00553	0.00253	0.00089	0.00188	- 0.00061	0.00109	-0.00001	-0.00023
SPX Index			0.00229	0.00041	0.00098	- 0.00039	0.00058	-0.00001	-0.00009
JPGCPR Index				0.00123	0.00074	0.00030	0.00061	0.00000	-0.00000
JBCDPE Index					0.00219	0.00033	0.00076	-0.00001	-0.00017
TLH Equity						0.00127	0.00017	0.00001	0.00014
JPEGCOMP Index							0.00093	-0.00000	-0.00000
CDs-BCRP								0.00036	0.00000
BXIIBUS0 Index									0.00053