DT/02/2003 SUPERINTENDENCIA DE BANCA, SEGUROS Y ADMINISTRADORAS PRIVADAS DE FONDOS DE PENSIONES

Racionamiento Crediticio y Riesgo de Reinversión: Un Modelo Dinámico y Algunas Implicancias de Política

***Paul Collazos Tamariz*[1]**
Departamento de Investigación

Autorizado por Michel Canta

DICIEMBRE 2003

Resumen

En contraste a los modelos que explican el racionamiento crediticio como consecuencia de información imperfecta en el mercado de crédito, el siguiente trabajo estudia una forma de racionamiento crediticio que se origina en el riesgo de reinversión, es decir, el riesgo de que el retorno de los fondos a ser reinvertidos sea menor que el costo de fondeo. El modelo presenta un proceso de búsqueda y emparejamiento que describe la dinámica de una economía poblada por inversionistas y empresarios. Luego se define un equilibrio estacionario en el que los términos de contrato y la tasa de aceptación de solicitudes de crédito son obtenidos a través de la decisión de portafolio del inversionista y la solución de Nash a un proceso de negociación entre empresarios e inversionistas. El resultado obtenido muestra que la tasa de aceptación del equilibrio estacionario es menor que la socialmente óptima, lo cual implica la existencia de racionamiento crediticio. Finalmente, se extraen implicancias de política respecto al esquema de provisiones dinámicas.

CLASIFICACION JEL: **G14, G18**.

PALABRAS CLAVE: ***Búsqueda y Emparejamiento, Racionamiento Crediticio, Riesgo de Reinversión, y Provisiones Dinámicas.***

E-mail del autor: ***pcollazos@sbs.gob.pe***

---

[1] El autor agradece a Michel Canta y Javier Nagamine por sus valiosos comentarios. Las aclaraciones usuales son pertinentes.

Índice

I. Introducción

El siguiente trabajo estudia una forma de racionamiento crediticio que se origina en el riesgo de reinversión, el cual es definido por Saunders (1997) como: "*The risk that the returns on funds to be reinvested will fall bellow the costs of funds*" (Pág. 74).

La forma de racionamiento crediticio más conocida -aquella que se origina en el riesgo crediticio o riesgo de incumplimiento- ha sido estudiada en una amplia literatura fundada sobre el artículo de Stiglitz y Weiss (1981) y ha sido explicada como consecuencia de los problemas de selección adversa y riesgo moral derivados de las asimetrías de información que comúnmente se presentan dentro de la relación entre prestamistas y prestatarios. Las teorías que estudian este tipo de racionamiento[2] han cumplido con explicar el exceso de demanda y el elevado diferencial entre el costo de crédito y el costo de fondeo frecuentemente observados en los mercados de crédito; sin embargo, no explican satisfactoriamente la persitencia del racionamiento créditicio en escenarios con exceso de liquidez y una tasa de morosidad decreciente.

Considerando esto, se presenta un modelo teórico que permite añadir el riesgo de reinversión como una variable explicativa del diferencial entre el costo de fondeo y el costo de crédito. Esta explicación es relevante en economías donde este diferencial es elevado y donde simultáneamente se observa que las oportunidades de inversión son escasas y la fracción de proyectos aceptables para los prestamistas es pequeña. Intuitivamente, estos hechos están relacionados: Cuando las oportunidades de inversión se reducen, el costo del crédito se eleva para compensar este riesgo; a su vez, cuando el costo del crédito se eleva, el beneficio marginal de crear una nueva oportunidad de inversión aumenta.

Con el objetivo de modelar esta intuición, se sigue a Diamond (1990) quien utiliza las fricciones derivadas del proceso de búsqueda y emparejamiento entre prestatarios y prestamistas para generar racionamiento en la oferta de crédito. Diamond modela una economía de trueque en la que todos los individuos son potenciales prestamistas de modo que la disponibilidad de crédito de un individuo depende de la disponibilidad de crédito del resto:

> "*The willingness of someone to provide credit thus depends in part on the prospects of getting credit* <u>*himself*</u> *at some point in the future. So if credit is perceived as hard to get, then lenders are relatively willing to provide credit, making it easy to get. This positive feedback mechanism affects the endogenous terms of credit.* " (Pág. 287, el subrayado es nuestro).

El modelo que se presentará aquí sigue idea general de que "*la organización de la disponibilidad del crédito*" (para usar la expresión de Diamond) es uno de los factores que puede explicar el racionamiento de crédito, pero no considera que la causa de dicho racionamiento sean las bajas probabilidades de obtener crédito que pueda tener el prestamista sino las bajas probabilidades de seguir prestando en los mismos términos del contrato (i.e. el riesgo de reinversión).

En la siguiente sección del trabajo se describirá el estado estacionario de la economía. En la tercera sección se determinará la política de renovación de cartera de cada inversionista. La cuarta sección presentará la solución Nash al proceso de negociación entre prestatarios y prestamistas. La quinta sección definirá el equilibrio de estado estacionario para esta economía. La sexta sección compara estos resultados con el óptimo social y obtiene un análisis del bienestar. La séptima sección discutirá algunas implicancias de estos resultados sobre el diseño del esquema de provisiones dinámicas. La octava sección concluye el trabajo.

[2] Muchas de ellas resumidas en Jaffee y Stiglitz (1990) o en el quinto capítulo de Freixas y Rochet (1998).

II. Presentación del Modelo

El horizonte temporal es discreto e infinito. En la economía hay infinitos inversionistas y empresarios con masa 1 y κ respectivamente. Las inversionistas reciben una dotación perpetua de κ unidades de un bien homogéneo y perfectamente divisible y poseen una tecnología de almacenamiento que transforma 1 unidad de bien en 1+ρ unidades en el lapso de un periodo. Los empresarios no tienen dotación pero poseen una tecnología de alta rentabilidad que puede multiplicar 1 unidad del bien en 1+P unidades, donde P >ρ. Sin embargo, una vez que el empresario empieza a utilizar esta tecnología, esta puede deteriorarse con probabilidad λ, en cuyo caso sólo se obtendría 1+γ unidades por cada unidad invertida, donde γ <ρ.

A partir del periodo inicial cada inversionista mantiene un portafolio de inversiones dividido en tres porciones. Una porción κi_t es invertida en la tecnología de almacenamiento, una porción $\kappa \ell_t$ es prestada a los empresarios como créditos normales, y una porción κg_t es prestada a los empresarios como un crédito en una categoría inferior a la normal (para simplificar llamaremos a esta categoría "pérdida").

Análogamente la población de empresarios también se divide en tres partes: Una parte con κe_t empresarios en busca de capital, otra parte compuesta de κb_t empresarios con préstamos clasificados como normales y una parte con κd_t cuyos prestamos han sido declarados en pérdida.

En este modelo la actividad de prestar y recibir préstamos no ocurre sin fricciones. Para que una inversionista pueda prestar debe emparejarse con un empresario, lo cual ocurre con probabilidad χ, porcentaje que no es más que la tasa de emparejamiento de esta economía. Además, en caso de producirse el emparejamiento la inversionista incurrirá en un costo c, el cual se paga sólo en el primer periodo de cada emparejamiento.

Cada periodo t, cualquiera de los κe_t empresarios sin inversionista busca a una de las κi_t unidades de capital ofrecidas por las inversionistas con el objetivo de conseguir financiamiento para sus proyectos; sin embargo, las inversionistas aceptan sólo un porcentaje X_t de los empresarios que los visitan, de modo que cada periodo se forman m_t parejas de empresarios-inversionistas. Considerando además que todos los inversionistas y empresarios son idénticos ex ante, la función de emparejamiento[3] que representa este proceso de búsqueda sería:

$$\chi_t \equiv \frac{m_t}{\kappa e_t} = \left\{ 1 - \exp\left[- X_t \left(\frac{\kappa e_t}{\kappa i_t} \right) \right] \right\} \qquad (1)$$

Según (1), la tasa de aceptación de proyectos X_t y la tasa de emparejamiento χ_t están directamente relacionadas. Nótese que la inversionista decide esta tasa χ de modo que no exceda la tasa de incumplimiento λ (pues se asume que no hay crecimiento en su dotación periódica[4]).

Si el emparejamiento ocurre, la inversionista se convierte en prestamista y el empresario se convierte en prestatario. Cada emparejamiento implica que -al comienzo de un periodo- se firma un contrato de deuda en el que la prestamista se compromete a entregar 1 unidad del bien al comienzo de cada periodo y el prestatario se compromete retornar 1+R al final de cada periodo. El proyecto nunca falla en su primer periodo. Pero con probabilidad λ podría ocurrir incumplimiento[5] en el siguiente periodo. En este caso, la prestamista puede castigar un porcentaje $\alpha \leq \lambda$ de la parte de su cartera que incumplió, lo cual significa que se suspende flujo de crédito para esos prestatarios; mientras que el resto (λ-α) recibirá un préstamo nuevamente pero esta vez en categoría pérdida, lo que significa que la prestamista recibe un flujo de 1+γ

[3] Para una discusión sobre las distintas formulaciones de funciones de emparejamiento se recomienda Petrongolo y Pissarides (2001).
[4] Aunque es posible incorporar en el modelo, el crecimiento de la población de inversionistas y empresarios.
[5] Por ahora se puede asumir que R>ρ, lo cual será demostrado en la cuarta sección.

unidades mientras que el prestatario no recibe nada (i.e. la categoría pérdida equivale a la liquidación del proyecto). Sólo cuando es castigado, el prestatario puede iniciar un nuevo proyecto, regresar a la parte de la población de empresarios en busca de financiamiento y por lo tanto afectar la tasa de emparejamiento.

Mientras que la tasa de emparejamiento y la tasa de aceptación pueden ser determinadas endógenamente por el inversionista, tanto la tasa de incumplimiento como la tasa de castigos (la tecnología de liquidación de proyectos) son exógenas para el inversionista.

i. Representación dinámica y estado estacionario

Según la descripción anterior la dinámica de la cartera de inversiones y la dinámica de la población de empresarios están gobernada por matrices de Markov idénticas. En el caso de las inversionistas, la dinámica de la distribución de la cartera estaría representada por el siguiente sistema lineal en diferencias:

$$\begin{bmatrix} \ell_{t+1} \\ g_{t+1} \\ i_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \chi \\ \lambda-\alpha & 1-\alpha & 0 \\ \alpha & \alpha & 1-\chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_t \\ g_t \\ i_t \end{bmatrix} \tag{2}$$

De un modo similar, la dinámica de la distribución de la población de empresarios puede expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} b_{t+1} \\ d_{t+1} \\ e_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \chi \\ \lambda-\alpha & 1-\alpha & 0 \\ \alpha & \alpha & 1-\chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_t \\ d_t \\ e_t \end{bmatrix} \tag{3}$$

Dado que ambos sistemas dinámicos tienen los mismos valores y vectores propios, la solución del estado estacionario es la misma, independientemente de la distribución inicial de la cartera de las inversionistas y de la población de empresarios. En este caso las soluciones del estado estacionario estarían dadas por:

$$\lim_{t\to\infty} \ell_t = \lim_{t\to\infty} b_t = \frac{\chi\alpha}{\lambda(\chi+\alpha)} \tag{4}$$

$$\lim_{t\to\infty} g_t = \lim_{t\to\infty} d_t = \frac{\chi(\lambda-\alpha)}{\lambda(\chi+\alpha)} \tag{5}$$

y

$$\lim_{t\to\infty} i_t = \lim_{t\to\infty} e_t = \frac{\alpha}{(\chi+\alpha)} \tag{6}$$

Esto significa que el portafolio de inversiones de largo plazo está determinado esencialmente por los parámetros α (la tasa de castigo), χ (la tasa de emparejamiento) y λ (la tasa de incumplimiento). Más aún, en el estado estacionario, la función de emparejamiento se simplifica notoriamente mostrando que la tasa de la tasa de aceptación de los prestatarios depende exclusivamente de la tasa de emparejamiento χ. En efecto, cuando t $\to\infty$ todas los inversionistas son idénticos y por lo tanto la ecuación (1) se simplifica:

$$\lim_{t\to\infty} X_t = \ln\left(\frac{1}{1-\lim_{t\to\infty}\chi_t}\right) \qquad (7)$$

Por lo tanto, cuando cada inversionista decide la tasa de emparejamientos χ, entonces la política de aceptación de créditos X queda determinada por (7).

ii. Discusión

Como se aprecia, la política de renovación de la cartera a través de nuevos emparejamientos y la reducción de la cartera a través de la política de castigos son elementos centrales de nuestro análisis, pues sin ellas la evolución de la cartera de créditos estaría dada por una cadena de Markov en la cual la clasificación a pérdida constituiría un estado absorbente.

La utilización de mecanismos de renovación y de políticas de castigo para obtener una representación dinámica que elimine la existencia de un estado absorbente no es nueva en la literatura. Kim y Santomero (1993) ya habían asumido las reglas de castigar todos los créditos que entran en incumplimiento y de renovar la cartera por el mismo monto de los créditos castigados para obtener una representación dinámica sin estados absorbentes. Considerando esto, el modelo planteado por estos autores correspondería a un caso particular de nuestro análisis dado por $\chi = \alpha = \lambda$.

Pero -a diferencia de Kim y Santomero (1993)- en nuestro análisis, la tasa de renovación es una variable endógena y es determinada por la decisión de portafolio de las inversionistas y el proceso de negociación entre prestamistas y prestatarios, que serán estudiados en las siguientes secciones.

III. Portafolio de cada Inversionista en el estado estacionario

En esta sección definimos la política de castigos α y la política de emparejamientos χ de la inversionista cuando se encuentra en el estado estacionario. Empecemos definiendo el valor del portafolio de la inversionista V_t:

$$V_t = \sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^s \left[b_s(1+R_s) + g_s(1+\gamma) + i_s(1+\rho) - c\chi\right] \qquad (8)$$

Se aprecia que el valor del portafolio no es más que el valor presente de los retornos obtenidos en cada porción de la cartera menos el costo de cada emparejamiento. En estado estacionario todos los inversionistas son idénticos y por lo tanto el valor del portafolio se simplifica. Aplicando (4)-(6) a (8) obtenemos:

$$\hat{V} \equiv \lim_{t\to\infty} V_t = \frac{\left(\frac{\chi\alpha}{\lambda(\chi+\alpha)}\right)(1+\hat{R}) + \left(\frac{\chi(\lambda-\alpha)}{\lambda(\chi+\alpha)}\right)(1+\gamma) + \left(\frac{\alpha}{\chi+\alpha}\right)(1+\rho) - c\chi}{\rho} \qquad (9)$$

donde $\hat{V}$ es el valor del portafolio de la inversionista en el estado estacionario y donde $\hat{R}$ es la tasa de interés que será vigente en los contratos entre prestamistas y prestatarios en el estado estacionario. Lógicamente, asumiremos que la inversionista se encuentra en el estado estacionario y su problema es hallar una regla de decisión $\hat{\chi}(\hat{R})$ que maximice el valor del portafolio de largo plazo. Formalmente:

$$\underset{\chi(\hat{R})}{Max}\,\hat{V} \quad s.a. \quad \chi \leq \lambda \qquad (10)$$

La restricción se justifica pues si χ fuese mayor que λ entonces la cartera invertida en la tecnología de almacenamiento desaparecería en el estado estacionario. En otras palabras, la restricción impuesta elimina la posibilidad de un estado absorbente. Considerando esta restricción, la condición de primer orden es:

$$\frac{\alpha\left[\alpha\left(\hat{R}-\gamma\right)-\lambda(\rho-\gamma)\right]}{\left[\alpha+\hat{\chi}\right]\lambda}=c \qquad (11)$$

La ecuación (11) nos dice que -dado α- la tasa de emparejamiento aumenta cuando la tasa de interés $\hat{R}$ se eleva. Nótese que esta relación positiva se justifica porque existe un costo c por cada emparejamiento. Si c = 0, el problema planteado en (10) tendría como solución $\chi=\lambda$; es decir, se buscaría emparejar un monto de créditos equivalente a la porción que entra en la categoría pérdida de modo que se obtenga un rendimiento $\hat{R}$ en vez de γ. En cambio, si c > 0 entonces la tasa de emparejamiento debe ser tal que el costo marginal de un nuevo emparejamiento compense el beneficio marginal del mismo. La relación positiva entre $\hat{\chi}(\hat{R})$ y $\hat{R}$ queda más clara si expresamos (11) como:

$$\hat{\chi}(\hat{R})=\frac{\sqrt{\alpha c\lambda\left[\alpha\left(\hat{R}-\gamma\right)-\lambda(\rho-\gamma)\right]}}{c\lambda}-\alpha \qquad (12)$$

Según (12), si aseguramos que c es suficientemente pequeño, o siendo precisos, si se cumple que:

$$c<\frac{R-\gamma}{\lambda}-\frac{\rho-\gamma}{\alpha^{2}} \qquad (13)$$

Entonces podemos asegurar que la regla de decisión $\hat{\chi}$ (R) tiene valores entre 0 y 1, tal como se espera. La desigualdad (13) debe tomarse como una condición de viabilidad para la existencia de un mercado de crédito, en un escenario en el que las inversionistas aceptan como dada la tasa de castigos de la economía.

La ecuación (12) es una de las dos ecuaciones fundamentales de este modelo y formaliza la intuición que señalamos en la introducción: ".. cuando el costo del crédito se eleva, el beneficio marginal de crear una nueva oportunidad de inversión aumenta".

IV. Negociación entre prestamistas y prestatarios en el estado estacionario

Inspirada en el enfoque aplicado por Pissarides (2000) al mercado laboral, esta sección define el proceso de negociación de los empresarios con las inversionistas antes de formar una pareja prestamista-prestatario y culmina formulando la solución de Nash a este proceso.

i. Empresarios

El primer paso es definir las funciones de valor de los empresarios. Estas son análogas a cada uno de los estados posibles de un empresario: Sea B el valor presente descontado de los beneficios de los prestatarios clasificados como normal, D para los prestatarios clasificados como pérdida y E para los empresarios sin financiamiento. B cumple la siguiente ecuación de Bellman:

$$\rho B = P\text{-}R + \lambda\,(D\text{-}B) + \alpha\,(E\text{-}D) \qquad (14)$$

Es decir, el ingreso permanente del prestatario es igual al retorno neto del repago más el cambio esperado debido a la clasificación como pérdida o debido su castigo[6].

A su vez, para aquellos prestatarios que sufrieron el deterioro de su proyecto y que no fueron castigados, la ecuación de Bellman que define D sería:

$$\rho D = \alpha\,(E\text{-}D) \qquad (15)$$

Según (6) los prestatarios en pérdida sólo esperan que su crédito sea castigado para poder retornar a la búsqueda de un nuevo inversionista. Por último, la ecuación de Bellman para E estaría dada por:

$$\rho E = \chi\,(B\text{-}E) \qquad (16)$$

Como en el caso anterior, el empresario sin proyecto se dedica a buscar un banquero que decida financiarlo, lo cual ocurre a una tasa χ. Resolviendo B y E con (14), (15) y (16) obtenemos:

$$B = \frac{P-R}{(\rho+\lambda)\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)\right]} \qquad (17)$$

$$E = \frac{\chi(P-R)}{(\chi+\rho)(\rho+\lambda)\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)\right]} \qquad (18)$$

Como χ y ρ son positivos se observa que el valor de un proyecto financiado siempre es mayor que el valor esperado de encontrar un nuevo banquero.

ii. Inversionistas

Como en el caso anterior, las funciones de valor de las inversionistas son análogas a los tres estados posibles de una inversionista: Sea L el valor presente descontado de los ingresos de los prestamistas que

---

[6] Alternativamente, la ecuación (14) proviene de la siguiente formulación:

$$B = \frac{1}{1+\rho}\left[(1+P)-(1+R)+(1-\lambda)B+(\lambda-\alpha)D+\alpha E\right]$$

Que indica que el valor presente esperado considera el retorno neto más el valor esperado en el siguiente periodo el cual considera tres eventos posibles: El proyecto es exitoso y se vuelve a obtener B con probabilidad ($1\text{-}\lambda$) o el proyecto fracasa y no se castiga lo que ocurre con probabilidad ($\lambda\text{-}\alpha$) o el proyecto fracasa pero se castiga inmediatamente, lo cual ocurre con probabilidad α.

tienen una cartera clasificada como normal, G para las prestamistas con una cartera en pérdida e I para las inversionistas sin cartera de crédito, entonces L satisface la siguiente ecuación de Bellman:

$$\rho L = (1+R) + \lambda\,(G-L) + \alpha(I-G) \qquad (19)$$

Es decir, el ingreso permanente de la prestamista con cartera normal es igual a la tasa de interés de los créditos más el cambio esperado debido al deterioro del proyecto o su castigo. A su vez, para aquellas prestamistas asociadas a un empresario que sufrió el deterioro de su proyecto, la ecuación de Bellman que define G sería:

$$\rho G = (1+\gamma) + \alpha\,(I-G) \qquad (20)$$

Según (20) las prestamistas con cartera en pérdida absorben todo el retorno γ del proyecto deteriorado y luego esperan que su crédito sea castigado para poder ser nuevamente una inversionista en espera el emparejamiento con un empresario. Como para el empresario, el lapso entre el deterioro y el castigo del proyecto implica un costo de oportunidad para las prestamistas, pues tanto ρ como R son mayores que γ. Esta situación es descrita exactamente por la definición de riesgo de reinversión.

Finalmente, la inversionista sin proyecto recibirá la visita de un empresario al cual aceptará con una probabilidad χ definida por ella misma y, en este caso, pagará el costo c:

$$\rho I = (1+\rho) + \chi\,(L - I - c) \qquad (21)$$

Resolviendo L e I con (19), (20) y (21) obtenemos:

$$L = \frac{\dfrac{1+R}{\rho+\lambda} + \dfrac{(\lambda-\alpha)(1+\gamma)}{(\rho+\alpha)(\rho+\lambda)} + \dfrac{\alpha(1+\rho-\chi c)}{(\rho+\alpha)(\rho+\chi)}}{1-\left(\dfrac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\dfrac{\chi}{\chi+\rho}\right)} \qquad (22)$$

$$I = \frac{\dfrac{1+\rho}{\rho+\chi} + \left(\dfrac{\chi}{\rho+\chi}\right)\dfrac{(1+R)}{(\rho+\lambda)}}{1-\left(\dfrac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\dfrac{\chi}{\chi+\rho}\right)} \qquad (23)$$

El financiamiento bancario es rentable solo sí $L \geq I$, esto establece un limite máximo para c:

$$c < \frac{\rho(R-\rho)(\rho+\alpha) + (\lambda-\alpha)(1+\gamma)(\rho+\chi)}{\alpha\chi(\rho+\lambda)} \qquad (24)$$

iii. Determinación de los términos del contrato de crédito

Una vez definidas las funciones de valor de los empresarios y las inversionistas en términos de los parámetros (α, λ, γ, ρ, P y c) y variables (R y χ) del modelo, es posible describir un proceso de negociación en el cual ambas partes se reúnen y negocian los términos del contrato de crédito, es decir la tasa de interés R.

En el estado estacionario existe simetría de todos los empresarios y todas las inversionistas, la tasa de interés puede obtenerse de la solución de Nash a un proceso de negociación bilateral, de modo que R se determina por:

$$\hat{R}(\chi) = arg\ max\ (B\text{-}E)^{\theta}(L\text{-}I)^{1-\theta} \qquad (25)$$

Donde θ es la fuerza de negociación de los empresarios. Nótese que en este proceso ambos se reparten un porcentaje del excedente generado por el emparejamiento: B-E+L-I, según la fuerza de su negociación. Resolviendo (25) dados (17-18) y (22-23) obtenemos:

$$1+\hat{R}(\chi)=(1-\theta)(1+P)+\theta\left[(1+\rho-\chi c)\left(\frac{\rho+\lambda}{\rho+\alpha}\right)-(1+\gamma)\left(\frac{\lambda-\alpha}{\rho+\alpha}\right)\right] \qquad (26)$$

A pesar que las funciones de valor del problema (25) tienen formulaciones complejas, la ventaja de la solución de Nash es que nos permite obtener una ecuación que describe claramente los componentes del costo del crédito. En efecto, la ecuación (26) precisa que si las inversionistas tuviesen un poder monopólico entonces $\hat{R}(\chi)$ = P, es decir absorberían todo el retorno del proyecto. De otro lado si los empresarios tuviesen todo el poder de negociación, entonces la tasa de interés sería apenas el diferencial entre el costo de fondeo y la tasa de recuperación del proyecto deteriorado[7]. La ecuación (26) muestra además una relación inversa respecto a la tasa de emparejamiento, la cual formaliza la segunda intuición descrita en la introducción: "Cuando las oportunidades de inversión se reducen, el costo del crédito se eleva para compensar este riesgo". Por ello (26) es la segunda ecuación fundamental del modelo.

V. Equilibrio en el estado estacionario

En esta sección utilizamos las ecuaciones (12) y (26) para definir un equilibrio en el estado estacionario:

El equilibrio estacionario está dado por un par $(\hat{R},\chi)$ *que definen la tasa de interés y las tasa de emparejamiento tal que satisfacen simultáneamente las ecuaciones (12) y (16).*

Más aún, dado que $\chi(\hat{R})$ es monotónicamente creciente en $\hat{R}$ y dado que $\hat{R}(\chi)$ es una función lineal que depende negativamente de χ es posible asegurar la existencia y unicidad de este equilibrio. Con ello se esta afirmando que -en el estado estacionario- cada inversionista aplica una de regla de decisión $\chi(\hat{R})$ durante los infinitos procesos de negociación que surgen en cada periodo y en los cuales tanto empresarios como inversionistas deciden los términos del contrato de crédito según la regla de decisión $\hat{R}(\chi)$.

Una interpretación alternativa surge de concebir la política $\chi(\hat{R})$ como la oferta del mercado de crédito mientras que $\hat{R}(\chi)$ representa a la demanda. Esta interpretación es adecuada pues $\chi(\hat{R})$ –a través de la ecuación (7)- detremina la tasa de aceptación de solicitudes de crédito; es decir, la oferta de crédito por parte de las inversionistas. Además de esta tasa de aceptación, el mercado determina el precio del crédito a través de la tasa de interés que se negocia bilateralmente.

[7] El lector puede considerar un caso particular en el que α=λ, para obtener un expresión simplificada en la que $\hat{R}(\chi)=(1-\theta)P+\theta(\rho-\chi c)$.

Estos ejercicios son especialmente útiles pues permiten evaluar los efectos de cambios en los parámetros sobre las variables del modelo. Por ejemplo, un incremento en la tasa de incumplimiento λ aumenta el costo de crédito y reducen la tasa de aceptación. Ejercicios similares pueden realizarse con respecto a cambio al resto de parámetros: como la tasa de castigos α, la tasa de recuperación γ, el costo de fondeo ρ, el costo fijo c, y el retorno del proyecto P.

Aunque estos ejercicios son interesantes pues relacionan los parámetros que usualmente se extraen de las matrices de migración crediticias empíricas con las observaciones de la tasa de interés, de modo que es posible esbozar explicaciones alternativas sobre el elevado diferencial entre el costo del crédito y el costo de fondeo, hay que recordar que la motivación inicial del trabajo es la de describir una forma distinta de racionamiento crediticio basada en el riesgo de reinversión. Esta descripción será el objetivo de la siguiente sección.

VI. Análisis de Bienestar

Suponga que la decisión sobre la tasa de aceptación recae sobre un planificador social que maximiza el valor del portafolio de capital de la economía[8]:

$$V_t^* = \sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\rho} \right)^s \left[b_s(1+P) + g_s(1+\gamma) + i_s(1+\rho) - c\chi \right] \qquad (27)$$

La ecuación (27) define la función objetivo del planificador social V* como el definido en la ecuación (8) pero habiendo reemplazado el costo del crédito R por el retorno del proyecto P. Esto es así, por que el planificador social no requiere de proceso de negociación para elegir la asignación de portafolio mas eficiente. Nuevamente, nos imaginamos que estamos en el estado estacionario de la economía y entonces la función objetivo de este planificador social se reduce a:

$$\hat{V}^* \equiv \lim_{t\to\infty} V_t^* = \frac{\left(\frac{\chi\alpha}{\lambda(\chi+\alpha)} \right)(1+P) + \left(\frac{\chi(\lambda-\alpha)}{\lambda(\chi+\alpha)} \right)(1+\gamma) + \left(\frac{\alpha}{\chi+\alpha} \right)(1+\rho) - c\chi}{\rho} \qquad (28)$$

Considerando esto el problema del planificador social es simplemente el siguiente problema de optimización:

$$\underset{\chi}{Max}\ \hat{V}^* \quad s.a. \quad \chi \le \lambda \qquad (29)$$

Cuya solución está dada por:

$$\chi^* = \frac{\sqrt{\alpha c\lambda\left[\alpha(P-\gamma) - \lambda(\rho-\gamma)\right]}}{c\lambda} - \alpha \qquad (30)$$

La cual implica una tasa de emparejamiento mayor a la que es obtenida en el equilibrio estacionario[9]. Esto significa que en el equilibrio del mercado de crédito la tasa de aceptación es menor (se raciona más) que lo socialmente óptimo. Esta forma de racionamiento crediticio difiere en su naturaleza al descrito comunmente por la literatura que se concentra en el riesgo de incumplimiento e incluso al racionamiento generado en modelos inspirados en Diamond (1990).

---

[8] Asumiendo neutralidad al riesgo, este problema equivale a maximizar el bienestar de la sociedad.

[9] Una excepción se dá si las inversionistas tienen poder monopólico (es decir, θ=0) pues en ese caso $\hat{R}$ =P.

VII. Implicancias de Política

La reciente discusión sobre la adopción de esquemas de provisiones dinámicas ha mostrado que la estimación de la pérdidas esperadas de largo plazo es un elemento esencial para la constitución de reservas contables por pérdidas crediticias. Al respecto Mann y Michel (2002) señalan:

> "*The fundamental principle underpinning dynamic provisioning is that provisions are set against loans outstanding in each accounting time period in line with an estimate of long-run, expected loss.*" (Pág. 130)

Este elemento fue recogido cuando definimos la variable d_t como aquella porción de la cartera de la inversionista que se clasificaba como pérdida a causa de un deterioro en el proyecto de los empresarios. Más aún, a partir de esta definición se calculó el porcentaje en pérdida en el estado estacionario. Recordando la ecuación (5) es posible definir la tasa π de provisiones contables que cubran las pérdidas de largo plazo como:

$$\pi = \lim_{t \to \infty} d_t = \frac{\chi(\lambda - \alpha)}{\lambda(\chi + \alpha)} \qquad (31)$$

Siguiendo a Kim y Santomero (1993), esta fórmula puede ser interpretada como las pérdidas estimadas en el largo plazo a partir de las cuales se puede estimar el nivel sobre el que fluctuaran las pérdidas efectivas. La ventaja de esta formulación es que depende de una variable endógena del modelo, específicamente de la tasa de emparejamiento χ, permitiendo –a través de la ecuación (26)- que el mecanismo de apreciación de créditos este relacionado con el esquema de provisiones propuesto. En otras palabras, la tasa de aceptación de solicitudes crediticia X (i.e. la tasa de emparejamiento χ) es el mecanismo de trasmisión entre la tasa de interés de los créditos y las pérdidas esperadas de largo plazo.

Dado que la tasa de aceptación de equilibrio es menor que aquella socialmente óptima, surge la posibilidad que el esquema de provisiones dinámicas acentúe o corrija este racionamiento. En efecto, al definir una provisión por pérdidas crediticias se esta determinando un valor –al menos contable- para d_t, y considerando que la tasa de incumplimiento λ y de castigo α son parámetros exógenos se estaría definiendo un valor para la tasa de emparejamiento y un nivel determinado para el riesgo de reinversión. Entonces, según el análisis de bienestar efectuado en la sección anterior, es posible definir una tasa de provisión dinámica óptima:

$$\pi^* = \frac{\chi^*(\lambda - \alpha)}{\lambda(\chi + \alpha)} \qquad (32)$$

Donde χ^* está dada por la expresión en la ecuación (30), de modo que la tasa de provisión óptima sería una función de parámetros exógenos como la tasa de castigos α, la tasa de incumplimiento λ, la tasa de recuperación γ, el costo de fondeo ρ, el costo fijo c, y el retorno del proyecto P.

Por último, es interesante discutir brevemente que ocurre si asumimos que el planificador social no sólo decide la tasa de aceptación de solicitudes óptima sino la tasa de castigos, en ese caso el problema (29) se transformaría en:

$$\underset{\chi,\alpha}{Max}\ \hat{V}^* \quad s.a. \quad \alpha \le \chi \le \lambda \qquad (33)$$

Cuya solución α=χ=λ implicaría que no hay pérdidas esperadas en el largo plazo, pues la cartera se renovaría constantemente. Antes que una recomendación esta última línea constituye una sugerencia sobre los efectos benéficos de las tecnologías de liquidación altamente costosas, en un sentido similar al propuesto por Diamond (1984).

VIII. Conclusiones

En esta sección se discute tres dimensiones del aporte de esta investigación. Primero, se presentó un modelo teórico que permite añadir el riesgo de reinversión como una variable explicativa del diferencial entre el costo de fondeo y el costo de crédito, y que formalizó la relación entre las oportunidades de inversión (representadas por la tasa de aceptación) y el costo del crédito. Esta modelación fue útil para describir un equilibrio de estado estacionario para el mercado de crédito en el cual persistía una forma de racionamiento crediticio distinta a la que se origina en los modelos con información imperfecta.

Segundo, se formuló una ecuación estructural para la tasa de interés de los créditos, la misma que dependía de los parámetros de la matriz de migración crediticia y de factores como el poder de negociación de los solicitantes de crédito y el riesgo de reinversión, además de variables usuales como el costo de fondeo o la tasa de incumplimiento. La estimación de esta forma estructural puede ser el objetivo de siguientes investigaciones.

Finalmente, se aplicó este modelo a la discusión sobre constitución de provisiones dinámicas óptimas. En particular, se presentó una formulación para una tasa óptima la cual considera –además de los parámetros de la matriz de migración- un proceso de renovación constante de la cartera el cual afecta el estimado de pérdida de largo plazo. Esta formulación es interesante porque este proceso es endógeno en este modelo y por lo tanto es posible sugerir la tasa de provisión que es socialmente óptima. Esta fue la tercera contribución de este trabajo.

IX. Bibliografía

Diamond, Douglas (1984) «Financial Intermediation and Delegated Monitoring» En: Review of Economic Studies. Pág. 393-414.

Diamond, Peter (1990) «Pairwise Credit in Search Equilibrium» En: The Quaterly Journal of Economics. Pág. 285-319.

Jafee, D. y J. Stiglitz (1990) «Credit Rationing» En: Handbook of Monetary Economics editado por B. Friedman y F. Hanh. Pág. 837-888.

Freixas X. Y J. Rochet (1998) «Microeconomics of Banking» MIT Press.

Kim, D. y A. Santomero (1993) «Forecasting Required Loan Loss Reserves» En: Journal of Economic and Business. Pág. 315-329.

Mann F. y I. Michel "Dynamic provisioning: issues and application" En: Financial Stability Review. Bank of England. Pág. 128-136.

Petrongolo B. y C. Pissarides (2001) «Looking into the Black Box: A Survey of the Matching Function » En: Journal of Economic Literature. Vol. XXXIX Pág. 390-431.

Pissarides, Christopher (2000) «Equilibrium Unemployment Theory» MIT Press. Segunda edición.

Saunders, Anthony (1997) «Financial Institutions Management: A Modern Perspective» Irwin/McGraw-Hill. Segunda edición.

Stiglitz J. y A. Weiss (1981) «Credit Rationing in Markets with Imperfect Information» En: The American Economic Review. Pág. 393-410.