Racionamiento Crediticio y Riesgo de Reinversión: Un Modelo Dinámico y Algunas Implicancias de Política

Paul Collazos
SBS

XXIV Encuentro de Economistas BCRP

13 Diciembre 2006

Motivación teórica

- La literatura que explica el racionamiento crediticio como consecuencia de los problemas de selección adversa y riesgo moral no explica satisfactoriamente la persistencia del racionamiento crediticio en escenarios con exceso de liquidez y una tasa de incumplimiento decreciente.

Objetivo

- El modelo que se presentará aquí sigue la idea general de que "*la organización de la disponibilidad del crédito*" -para usar la expresión de Diamond(1990)- es uno de los factores que puede explicar el racionamiento de crédito.

El rol del riesgo de reinversión

- Se busca añadir el riesgo de reinversión como una variable explicativa del diferencial entre el costo de fondeo y el costo de crédito, cuando las oportunidades de inversión son escasas.
- Este riesgo es definido por Saunders (1997) como:

  "*The risk that the returns on funds to be reinvested will fall below the costs of funds*"

Descripción

- Intuitivamente: Cuando las oportunidades de inversión se reducen, el costo del crédito se eleva para compensar este riesgo; a su vez, cuando el costo del crédito se eleva, el beneficio marginal de crear una nueva oportunidad de inversión aumenta, (i.e. la tasa de aceptación aumenta).

Modelo utilizado

- Es un modelo dinámico de **búsqueda y emparejamiento** para una economía poblada por inversionistas y empresarios.
- Se define un **equilibrio estacionario** en el que los términos de contrato y la tasa de aceptación de solicitudes de crédito son obtenidos a través de la **decisión de portafolio** del inversionista y la solución de Nash a un proceso de **negociación** entre empresarios e inversionistas.
- El resultado obtenido muestra que la tasa de aceptación del equilibrio estacionario **es menor que la socialmente óptima**, lo cual implica la existencia de racionamiento crediticio.

Setup del modelo

- En la economía hay infinitos inversionistas y empresarios con masa 1 y κ respectivamente.
- Las inversionistas reciben una dotación perpetua de κ unidades de un bien homogéneo y perfectamente divisible y poseen una tecnología de almacenamiento que transforma 1 unidad de bien en $1+\rho$ unidades en el lapso de un periodo.
- Los empresarios no tienen dotación pero poseen una tecnología de alta rentabilidad que puede multiplicar 1 unidad del bien en $1+P$ unidades, donde $P > \rho$. Sin embargo, una vez que el empresario empieza a utilizar esta tecnología, esta puede deteriorarse con probabilidad λ, en cuyo caso sólo se obtendría $1+\gamma$ unidades por cada unidad invertida, donde $\gamma < \rho$.

Emparejamiento

- Las inversionistas aceptan sólo un porcentaje $X(t)$ de los empresarios que los visitan, de modo que cada periodo se forman m(t) parejas de empresarios-inversionistas :

$$\chi_t \equiv \frac{m_t}{\kappa e_t} = \left\{ 1 - \exp\left[- X_t \left(\frac{\kappa e_t}{\kappa i_t} \right) \right] \right\}$$

Cadena de Markov

- La dinámica de la distribución de la población de empresarios puede expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} b_{t+1} \\ d_{t+1} \\ e_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \chi \\ \lambda-\alpha & 1-\alpha & 0 \\ \alpha & \alpha & 1-\chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_t \\ d_t \\ e_t \end{bmatrix}$$

Solución estacionaria

- En este caso las soluciones del estado estacionario estarían dadas por:

$$\lim_{t\to\infty} g_t = \lim_{t\to\infty} d_t = \frac{\chi(\lambda-\alpha)}{\lambda(\chi+\alpha)}$$

$$\lim_{t\to\infty} i_t = \lim_{t\to\infty} e_t = \frac{\alpha}{(\chi+\alpha)}$$

$$\lim_{t\to\infty} \ell_t = \lim_{t\to\infty} b_t = \frac{\chi\alpha}{\lambda(\chi+\alpha)}$$

Modelando a las inversionistas

- El valor del portafolio de la inversionista:

$$V_t = \sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\rho} \right)^s \left[b_s (1 + R_s) + g_s (1 + \gamma) + i_s (1 + \rho) - c\chi \right]$$

Problema de Optimización

- El problema del inversionista es:

$$\underset{\chi(\hat{R})}{Max}\ \hat{V} \quad s.a. \quad \chi \leq \lambda$$

- Donde:

$$\hat{V} \equiv \lim_{t\to\infty} V_t = \frac{\left(\frac{\chi\alpha}{\lambda(\chi+\alpha)}\right)(1+\hat{R})+\left(\frac{\chi(\lambda-\alpha)}{\lambda(\chi+\alpha)}\right)(1+\gamma)+\left(\frac{\alpha}{\chi+\alpha}\right)(1+\rho)-c\chi}{\rho}$$

Solución de la inversionista

- La relación positiva entre la tasa de emparejamiento y la tasa de interés queda más clara si expresamos la CPO como:

$$\hat{\chi}\left(\hat{R}\right)=\frac{\sqrt{\alpha\, c\lambda\left[\alpha\left(\hat{R}-\gamma\right)-\lambda(\rho-\gamma)\right]}}{c\lambda}-\alpha$$

- Que formaliza la intuición que señalamos en la introducción: ".. cuando el costo del crédito se eleva, el beneficio marginal de crear una nueva oportunidad de inversión aumenta".

Modelando a los empresarios

- Sea B el valor presente descontado de los beneficios de los prestatarios clasificados como normal, D para los prestatarios clasificados como pérdida y E para los empresarios sin financiamiento :

$$\square B = P-R + \square\, (D-B) + \square\, (E-D)$$

$$\square D = \square\, (E-D)$$

$$\square E = \square\, (B-E)$$

Solución de los empresarios

- La soluciones a la ecuaciones de bellman son:

$$B = \frac{P-R}{(\rho+\lambda)\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)\right]}$$

$$E = \frac{\chi(P-R)}{(\chi+\rho)(\rho+\lambda)\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)\right]}$$

Modelando a las inversionistas

- Sea L el valor presente descontado de los ingresos de los prestamistas que tienen una cartera clasificada como normal, G para las prestamistas con una cartera en pérdida e I para las inversionistas sin cartera de crédito:

$$\rho L = (1+R) + \lambda\,(G-L) + \alpha(I-G)$$

$$\rho G = (1+\gamma) + \alpha\,(I-G)$$

$$\rho I = (1+\rho) + \chi\,(L - I - c)$$

Solución de las inversionistas

- La soluciones a la ecuaciones de Bellman son:

$$L = \frac{\frac{1+R}{\rho+\lambda} + \frac{(\lambda-\alpha)(1+\gamma)}{(\rho+\alpha)(\rho+\lambda)} + \frac{\alpha(1+\rho-\chi c)}{(\rho+\alpha)(\rho+\chi)}}{1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)}$$

$$I = \frac{\frac{1+\rho}{\rho+\chi} + \left(\frac{\chi}{\rho+\chi}\right)\frac{(1+R)}{(\rho+\lambda)}}{1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\rho}\right)\left(\frac{\chi}{\chi+\rho}\right)}$$

Determinación de los términos del contrato de crédito

- Con las funciones de valor de los empresarios y las inversionistas en términos de los parámetros (α, λ, γ, ρ, P y c) y variables (R y χ) del modelo, es posible definir los términos del contrato de crédito, es decir la tasa de interés R:

$$\hat{R}(\hat{\chi}) \quad = \arg\max\ (B-E)^{\square}(L-I)^{1-\square}$$

Equilibrio Estacionario

- Los términos del contrato de crédito son:

$$1+\hat{R}(\hat{\chi}) = (1-\theta)(1+P) + \theta\left[(1+\rho-\hat{\chi}c)\left(\frac{\rho+\lambda}{\rho+\alpha}\right) - (1+\gamma)\left(\frac{\lambda-\alpha}{\rho+\alpha}\right)\right]$$

- La cual formaliza la segunda intuición descrita en la introducción: “Cuando las oportunidades de inversión se reducen, el costo del crédito se eleva para compensar este riesgo”.

Equilibrio Estacionario

- Los términos del contrato de crédito son:

$$1+\hat{R}(\hat{\chi})=(1-\theta)(1+P)+\theta\left[(1+\rho-\hat{\chi}c)\left(\frac{\rho+\lambda}{\rho+\alpha}\right)-(1+\gamma)\left(\frac{\lambda-\alpha}{\rho+\alpha}\right)\right]$$

- La cual formaliza la segunda intuición descrita en la introducción: “Cuando las oportunidades de inversión se reducen, el costo del crédito se eleva para compensar este riesgo”.

Análisis de Bienestar

- El problema del planificador social es:

$$V_t^* = \sum_{s=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\rho} \right)^s \left[b_s (1+P) + g_s (1+\gamma) + i_s (1+\rho) - c\chi \right]$$

- La solución óptima es:

$$\chi^* = \sqrt{\frac{\alpha \left[\alpha (P-\gamma) - \lambda (\rho - \gamma) \right]}{c\lambda}} - \alpha$$

Implicancias de Política: Provisiones Dinámicas

- Al respecto Mann y Michel (2002) señalan:

  "*The fundamental principle underpinning dynamic provisioning is that provisions are set against loans outstanding in each accounting time period in line with an estimate of long-run, expected loss.*" (Pág. 130)

- En nuestro caso la solución óptima es:

$$\pi = \lim_{t \to \infty} d_t = \frac{\chi(\lambda - \alpha)}{\lambda(\chi + \alpha)}$$

Conclusiones

- Se presentó un modelo teórico que permite añadir el riesgo de reinversión como una variable explicativa del diferencial entre el costo de fondeo y el costo de crédito, y que formalizó la relación entre las oportunidades de inversión (representadas por la tasa de aceptación) y el costo del crédito.

Conclusiones

- Se formuló una ecuación estructural para la tasa de interés de los créditos, la misma que dependía de los parámetros de la matriz de migración crediticia, el poder de negociación de los solicitantes de crédito, el riesgo de reinversión, el costo de fondeo y la tasa de incumplimiento. La estimación de esta forma estructural puede ser el objetivo de siguientes investigaciones.

Conclusiones

- Finalmente, se aplicó este modelo a la discusión sobre constitución de provisiones dinámicas óptimas. En particular, se presentó una formulación para una tasa óptima la cual considera – además de los parámetros de la matriz de migración- un proceso de renovación constante de la cartera el cual afecta el estimado de pérdida de largo plazo.