

# Modelo GARCH-MIDAS con Distribución Asimétrica de Laplace: una aproximación al comportamiento del tipo de cambio

Álvaro M. Zevallos  
azevallosb@pucp.edu.pe

Área de Estudios Económicos - Banco de Crédito del Perú.  
Las opiniones presentadas en este trabajo son de responsabilidad exclusiva  
del autor

# Resumen

## 1 Objetivos de la investigación

# Resumen

- 1 Objetivos de la investigación
- 2 Introducción

# Resumen

- 1 Objetivos de la investigación
- 2 Introducción
- 3 Modelo GARCH - MIDAS

# Resumen

- 1 Objetivos de la investigación
- 2 Introducción
- 3 Modelo GARCH - MIDAS
- 4 Simulación

# Resumen

- 1 Objetivos de la investigación
- 2 Introducción
- 3 Modelo GARCH - MIDAS
- 4 Simulación
- 5 Aplicación: USDPEN bajo GARCH-MIDAS

# Resumen

- 1 Objetivos de la investigación
- 2 Introducción
- 3 Modelo GARCH - MIDAS
- 4 Simulación
- 5 Aplicación: USDPEN bajo GARCH-MIDAS
- 6 Conclusiones

# Objetivos de la investigación

## Objetivo general

- Estudio de las propiedades, estimación y aplicación del modelo GARCH-MIDAS con distribución Asimétrica de Laplace (ALD).

## Objetivos específicos

- Revisar la literatura sobre modelos GARCH-MIDAS.
- Estudiar e implementar la estimación del modelo.
- Realizar un estudio de simulación.
- Comparar con los modelos GARCH y GARCH-MIDAS con distribución Normal.
- Aplicar los modelos a datos reales: tipo de cambio Nuevos soles por Dólar americano (USDPEN).



# Hitos del GARCH-MIDAS

- Engle (1982) y Bollerslev (1986): trabajos seminales para entender el *volatility clustering*.
- Ghysels et al. (2004) proponen el Muestreo de Datos Mixtos (MIDAS): dificultad para el uso de variables que se reportan en distintas frecuencias.
- Engle et al. (2009) introducen el planteamiento de Ghysels et al. (2004) al GARCH, descomponiendo la varianza en corto y largo plazo.
- Limitación del GARCH-MIDAS: supuesto de normalidad del término de error.

# GARCH - MIDAS con distribución Normal

## Ecuación de la media

$$r_{i,t} = \mu + \sqrt{\tau_t g_{i,t}} \varepsilon_{i,t}$$

## Ecuación de la varianza de corto plazo

$$g_{i,t} = \omega + \alpha \frac{(r_{i-1,t} - \mu)^2}{\tau_t} + \beta g_{i-1,t}$$

## Ecuación de la varianza de largo plazo

$$\tau_t = m + \theta \sum_{j=1}^J \varphi_j(w_1, w_2) x_{t-j}$$

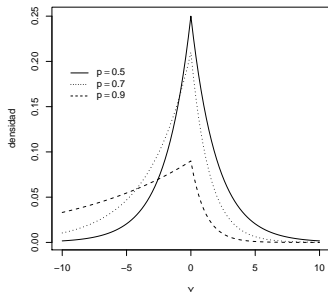
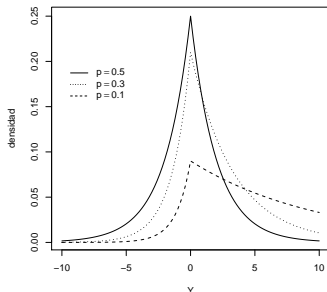
## Función de log-verosimilitud

$$llf = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_t} \left[ \ln g_{i,t} \tau_t + \frac{(r_{i,t} - \mu)^2}{g_{i,t} \tau_t} \right]$$

# GARCH - MIDAS con distribución Asimétrica de Laplace

## Función de densidad de ALD

$$f(y; \mu, \sigma, p) = \frac{p(1-p)}{\sigma} \exp\left\{-\frac{y-\mu}{\sigma} [p - I(y \leq \mu)]\right\}$$



# GARCH - MIDAS con distribución Asimétrica de Laplace

## Especificación de la AL estándar

$$\varepsilon_{i,t} \sim ALD\left(\frac{2p-1}{(1-2p+2p^2)^{1/2}}, \frac{p(1-p)}{(1-2p+2p^2)^{1/2}}, p\right)$$

## Función de log-verosimilitud

$$llf = \frac{N}{2} \ln(1-2p+2p^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_t} \ln(g_{i,t}\tau_t) - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_t} \rho \left\{ \frac{\sqrt{(1-2p+2p^2)}(r_{i,t} - \mu) - (2p-1)}{\sqrt{\tau_t g_{i,t}} p(1-p)} \right\}$$

## Escenarios de simulación

Los escenarios para generar las muestras fueron definidos en base a la combinación de dos factores:

- Los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ :  $\alpha = 0.8$  y  $\beta = 0.1$  (c1),  $\alpha = 0.45$  y  $\beta = 0.45$  (c2),  $\alpha = 0.1$  y  $\beta = 0.8$  (c3), y  $\alpha = 0.1$  y  $\beta = 0.1$  (c4).
- La distribución del término de error ( $\varepsilon$ ): Uniforme, Normal y Generalizada de Pareto. Errores con media cero y varianza igual a uno.

Los factores permitieron definir 12 escenarios. Para cada escenario se simularon 100 muestras de 2000 observaciones bajo la estructura GARCH(1,1). En todas las muestras se consideró  $\mu = 0$ ,  $\omega = 1$  y  $h_0 = 1$ .

# Resultados: ECM

	Uniforme			Normal			Generalizada de Pareto		
	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\omega$	$\alpha$	$\beta$
<i>Combinación 1</i>									
GARCH:N	0.0045	0.0012	0.0003	0.0073	0.0032	0.0007	0.0328	0.0305	0.0139
GARCH:HG	0.0103	0.0034	0.0003	0.0074	0.0032	0.0006	0.0025	0.0019	0.0000
G-M:N	0.0045	0.0012	0.0003	0.0074	0.0033	0.0007	0.0240	0.0276	0.0061
G-M:ALD	0.3617	0.0400	0.0019	0.0969	0.0328	0.0007	0.1184	0.0335	0.0009
<i>Combinación 2</i>									
GARCH:N	0.0144	0.0006	0.0007	0.0184	0.0016	0.0014	0.0706	0.0091	0.0065
GARCH:HG	0.0192	0.0014	0.0007	0.0180	0.0015	0.0014	0.0032	0.0006	0.0000
G-M:N	0.0144	0.0006	0.0007	0.0185	0.0016	0.0014	0.0713	0.0105	0.0064
G-M:ALD	0.3252	0.0467	0.0011	0.1203	0.0195	0.0016	0.1656	0.0196	0.0015
<i>Combinación 3</i>									
GARCH:N	0.0608	0.0002	0.0012	0.1355	0.0004	0.0023	0.4059	0.0036	0.0104
GARCH:HG	0.0591	0.0003	0.0011	0.1454	0.0005	0.0025	0.0052	0.0000	0.0000
G-M:N	0.0608	0.0002	0.0012	0.1352	0.0004	0.0023	0.4049	0.0036	0.0104
G-M:ALD	0.5313	0.0026	0.0024	0.4115	0.0015	0.0030	0.0970	0.0004	0.0011
<i>Combinación 4</i>									
GARCH:N	0.7953	0.6095	0.6418	0.7032	0.5898	0.5662	0.7852	0.5965	0.6300
GARCH:HG	0.5830	0.5733	0.4713	0.7927	0.6045	0.6395	0.1074	0.5125	0.0835
G-M:N	0.0617	0.4947	0.0440	0.0764	0.4947	0.0553	0.1721	0.5115	0.1265
G-M:ALD	0.3366	0.4441	0.1268	0.1805	0.4666	0.1110	0.0534	0.2896	0.0050

## Resultados: Sesgo y ECM

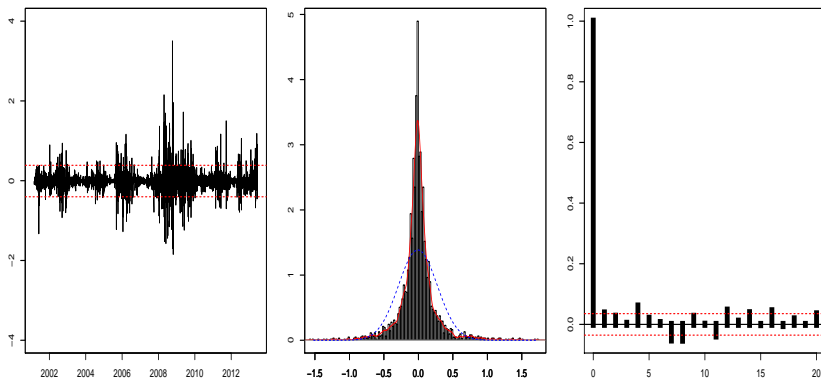
- Los modelos GARCH:N y G-M:N son superiores si la persistencia es alta y si  $\varepsilon$  se distribuye como una Uniforme o Normal.
- Si la persistencia es baja, los dos modelos GARCH-MIDAS son mejores en caso de errores con distribución Uniforme o Normal.
- Si  $\varepsilon$  se distribuye como una Generalizada de Pareto y la persistencia es alta, el mejor modelo es el GARCH:HG.
- Si  $\varepsilon$  se distribuye como una Generalizada de Pareto y la persistencia es baja, el mejor modelo es el G-M:ALD.

# Revisión de literatura

	Arena y Tuesta (1999)		Zambrano (2003)		Chique (2007)		Gondo (2007)	
	G.	G.	EG.	EG.	G.	G.	G.	G.
<b>Ecuación de la media</b>								
Mu	n.s	n.s	+	+	n.s	n.s	n.s	n.s
AR(1)						n.s	-	-
AR(2)						-	-	
Dummies diarias	+	n.s	+	-		+	+	
Dummies feriado	+	-	-	-				
Dummies intervención acumulada						+	+	
Compras / compras netas BCRP	-	-	-	-		-	-	n.s
Tipo de cambio intervención								
Spread EMBI (-1)								+
Diferencial de tasas						n.s	n.s	
Variación TC apertura								+
Variabilidad condicional: apreciación								-
Variabilidad condicional: depreciación								+
Parámetro de Varianza	n.s	n.s						
<b>Ecuación de la varianza</b>								
Omega (intercep)	+	+	-	-	+	+	-	+
Alpha1 (error rezag)	+	+	+	+	+	+	+	+
Alpha2 (error rezag leverage)			+	+				
Beta (var rezag)	+	+	+	+	+	+	+	+
Dummies feriado	+	+	-	-				
Dummies intervención acumulada							-	
Compras / compras netas BCRP	+	+	-	-			n.s	+
Spread EMBI (-1)								+

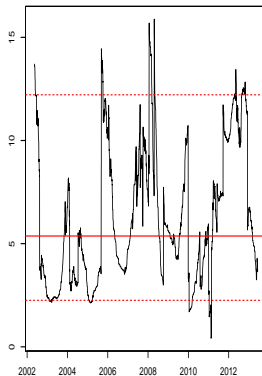
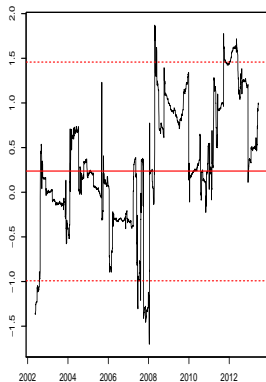


## Análisis descriptivo



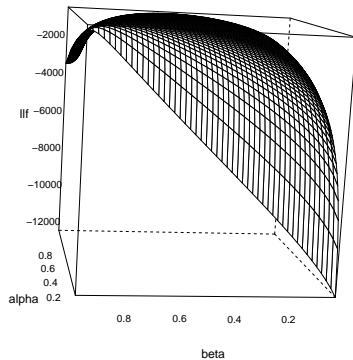
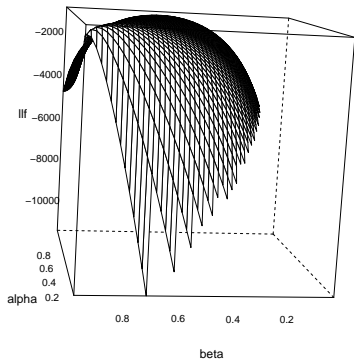
Evolución de los retornos diarios (panel izquierdo), histograma (panel central) y correlograma (panel derecho) de la muestra.

## Análisis descriptivo



Evolución de la asimetría (panel izquierdo) y curtosis (panel derecho). Las líneas sólidas son las medianas. Las discontinuas los cuantiles 0.05 y 0.95.

# Funciones de log-verosimilitud del USDPEN



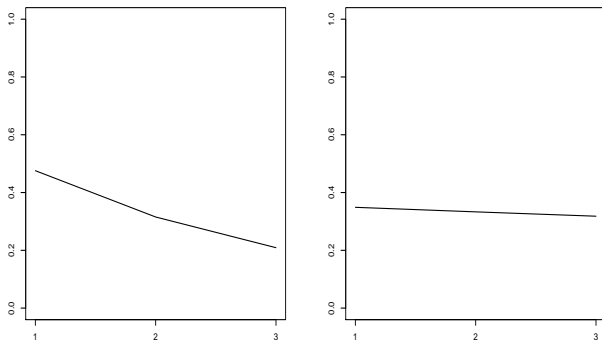
# Resultados GARCH-MIDAS con distribución Normal

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
<b>Educación de la media</b>						
$\mu$	-0.0108 ***	-0.0172 ***	-0.0143	0.0688 ***	0.0688	0.004
AR(1)	-0.0124	-0.0128	0.0841 ***	1.2717 ***	1.75 ***	4.6102 ***
Cobre		-0.0055 ***	-0.0354 ***	0.5555 ***	-0.3816 ***	-1.0737 ***
Oro		-0.0039	0.0386 ***	0.095 ***	1.2412 ***	0.2206 ***
Spread Embi+		0 *	0	-0.0004 ***	-0.0098 ***	0.0002
Compras netas BCRP			-0.0009 ***	-0.0173 ***	0.3655 ***	-0.0662 ***
Dummy periodo 2			0.0113	1.1943 ***	0.9003 ***	0.2713
Dummy periodo 3			0.0823 ***	0.6852 ***	-2.36 ***	0.6601 *
<b>Ecuación de la varianza de c.p</b>						
$\omega$	0.0005 ***	0.0005 ***	0.0491 ***	0.0021	0	0.0261
$\alpha$	0.2188 ***	0.218 ***	0.0367 ***	0.5777 ***	0.3972 ***	0.2482 ***
$\beta$	0.829 ***	0.8295 ***	0.5868 ***	0.622 ***	0.6603 ***	0.8519 ***
Compras netas BCRP				0.1624 ***	0.4671 ***	0.0853 ***
Dummy periodo 2					1.9992 ***	-0.2573 ***
Dummy periodo 3					-3.7944 ***	-0.3482 ***
Dummy día viernes					-5.8038 ***	-0.5521 ***
Dummy feriados					1.8702	0.9925 ***
<b>Ecuación de la varianza de l.p</b>						
$m$	0.5363 ***	0.5363 ***	0.5363 ***	0.5287 ***	0.5363 ***	0.2406
$\theta$ PBI Perú						0.999
$\theta$ PMI EE.UU.						0.4324 ***
$\theta$ Inflación Perú						0.6062
$\theta$ Inflación EE.UU.						0.3564
$w$ PBI Perú						1.0003 ***
$w$ PMI EE.UU.						0.663
$w$ Inflación Perú						1.0942 *
$w$ Inflación EE.UU.						0.8556 **

# Resultados GARCH-MIDAS con distribución AL

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
<b>Educación de la media</b>							
$\mu$	-0.0201 ***	-0.0109 ***	-0.0688	0.0229 ***	-0.0682 ***	0.0688 ***	-0.0644
AR(1)	-0.0329 ***	1 ***	-0.6854 ***	-0.0403 ***	0.9862 ***	1.7481 ***	0.0368
Cobre		0.9998 ***	-0.0174	-0.0297 ***	-0.1428 ***	0.3423 ***	0.7084 ***
Oro		0.9998 ***	0.2614 ***	0.037 ***	0.2519 ***	0.1871 ***	0.5594 ***
Spread Embi+		0.0942 ***	-0.0003 ***	0.0002 ***	-0.0002 ***	0.0037 ***	-0.0009 **
Compras netas BCRP			-0.0011 **	-0.0023 ***	0.0194 ***	0.1313 ***	0.0173 ***
Dummy periodo 2			0.2195	0.1075 ***	-0.3238 ***	1.2939 ***	0.6733 **
Dummy periodo 3			-0.0846	0.0565 ***	-0.5326 ***	1.172 **	0.9277 ***
<b>Ecuación de la varianza de c.p</b>							
$\omega$	0.0005 ***	0.0079	0.0228 ***	0	0.2824 ***	0.0096 ***	0
$\alpha$	0.2357 ***	0.4025 **	0.0118 ***	0.9533 ***	0.8966 ***	0.2385 ***	0.7054 ***
$\beta$	0.8119 ***	0.6144 ***	0.908 ***	0.8334 ***	0.6207 ***	0.6489 ***	0.8628 ***
Compras netas BCRP				0.0093 ***	-0.0661 ***	0.078 ***	0.1056 ***
Dummy periodo 2					1.1872 ***	-0.1007 ***	0.9406 ***
Dummy periodo 3					0.7057 ***	0.351 ***	0.8041 ***
<b>Ecuación de la varianza de l.p</b>							
$m$	0.5363 ***	0.5363 ***	0.5363 ***	0.2453 ***	0.5329 ***	0.0052	0.4586 ***
$\theta$ PBI Perú						1.0042	
$\theta$ PMI EE.UU.						0.4068 ***	
$\theta$ Inflación Perú							1.5307 ***
$\theta$ Inflación EE.UU.							1.3184 ***
$w$ PBI Perú						1.0004	
$w$ PMI EE.UU.						0.6353 ***	
$w$ Inflación Perú							1.0632 ***
$w$ Inflación EE.UU.							0.9549 ***
<b>Parámetro de asimetría</b>							
$p$	0.5077 ***	1 ***	0.6253 ***	0.2958 ***	0.7937 ***	0.2621 ***	0.8738 ***

## Pesos de regresores de largo plazo



**Figura:** Pesos obtenidos para el PMI de EE.UU. (panel izquierdo) y los niveles de inflación (panel derecho). El número del eje horizontal indica si el peso corresponde al último dato (1), penúltimo (2) o antepenúltimo (3).

# Conclusiones

- El modelo GARCH-MIDAS es similar o superior al GARCH tradicional en la mayoría de escenarios de simulación.
- La ventaja del GARCH-MIDAS es clara cuando la persistencia es baja.
- Al aplicar la metodología al retorno del USDPEN se confirmaron algunas regularidades empíricas: el efecto cercano a cero del EMBI+,  $\beta$  mayor que  $\alpha$  y persistencia alta.
- Modelar la varianza de largo plazo brinda nuevos hallazgos: efectos positivos y significativos sobre la varianza del PMI de EE.UU. y el nivel de inflación de ambos países.
- Es una tarea pendiente verificar si las especificaciones utilizadas son las óptimas.