Banco Central de Reserva del Perú
XXX Encuentro de Economistas

Predicción de agregados trimestrales con indicadores mensuales

Diego Winkelried

Departamento de Modelos Macroeconómicos (BCRP)

Octubre 2012

Contenido

1 Motivación

2 Metodología

3 Ejercicio de evaluación

4 Resultados

5 Agenda

Motivación: Muestreo con frecuencias mixtas (1)

- La información que manejan los hacedores de política:
  - Agregados trimestrales (PBI, inversión, consumo): Normalmente existe un rezago en la publicación y están sujetos a revisiones. En Perú el rezago es de 45 días, en otros países es incluso mayor (ver Clements y Galvão, 2008).
  - Indicadores mensuales (circulante, producción de electricidad, entre otros) disponibles casi en tiempo real y sin mayores revisiones.
- ***Reto***: inferir sobre los agregados trimestrales con toda la información disponible en un momento dado.
- Proyecciones "fuera de muestra": *nowcasting* (se proyecta el trimestre corriente) y *backcasting* (se proyecta el trimestre previo, aún no disponible).
- Se presenta un sistema de predicciones de agregados trimestrales. Dos ingredientes:
  - Regresiones MIDAS.
  - Combinación de predicciones.

Motivación: Muestreo con frecuencias mixtas (2)

Dos enfoques (Bai, Ghysels y Wright, 2012, comparan ambos):

- Modelos de variables no observables (Harvey, 1989; Evans, 2005):
  - Modelos de espacio de los estados, donde el valor mensual “subyacente” del agregado trimestral es tratado como una variable latente, que es inferida con el filtro de Kalman.
  - El problema de muestreo con distintas frecuencias se interpreta como un problema de *interpolación*. Así, *nowcasting* y *backcasting* son automáticos.
  - Enfoque *estructural*. Se precisa una estructura completa que describa la evolución de la variable latente. Además, se requiere especificar cómo se “agrega” la variable latente (flujo o stock).
  - Elegante, pero puede ser complicado.
- MIDAS - MIxed DAta Sampling (Ghysels, Sinko y Valkanov, 2007; Andreou, Ghysels y Kourtellos, 2010):
  - Métodos (estándares) de regresión.
  - Se adecua fácilmente para ejercicios de *nowcasting* y *backcasting*.
  - *Forma reducida* diseñada específicamente para proyectar. No se requiere modelar el comportamiento de los indicadores mensuales, sólo cómo se vinculan con el agregado trimestral.
  - Simple y ha funcionado en la literatura.

Contenido

1. Motivación
2. Metodología
3. Ejercicio de evaluación
4. Resultados
5. Agenda

Metodología: Enfoque MIDAS

- t = "meses" (m meses por "trimestre").
  Regresor x_t disponible para todo t. Variable dependiente y_t disponible cada m periodos:

$$y_t = \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \ldots + \beta_q x_{t-q} + \varepsilon_t \qquad \text{para} \qquad t = m, 2m, 3m, \ldots, nm\,. \tag{1}$$

  donde $\varepsilon_t \sim iid(0, V_\varepsilon)$.

Estructura de datos en la regresión MIDAS (1)

y_t	x_t	x_{t-1}	x_{t-2}	x_{t-3}	x_{t-4}	x_{t-5}	x_{t-6}
1er 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0	Set 0
2do 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0
3er 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1
4to 1	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1
1er 2	Mar 2	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1

Nota: 1er T, …, , 4to T denota trimestres del año; Ene T, …, Dec T denota meses del año T.

- Forma matricial estándar: $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ donde $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es de $n \times 1$ y $\boldsymbol{X}$ es de $n \times (q+1)$.

- Predicción directa:
  $\boldsymbol{b}$ es un estimador de $\boldsymbol{\beta}$; $\mathbf{x}_s$ disponible en situaciones donde y_s no se encuentra disponible:

$$\hat{y}_s = \mathbf{x}_s \boldsymbol{b}\,.$$

Metodología: *Nowcasting* y *backcasting* (1)

- Generalización:

$$y_t = \beta_0 x_{t+h} + \beta_1 x_{t+h-1} + \ldots + \beta_q x_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t \,, \tag{2}$$

h: naturaleza de la proyección: *nowcasting* para $-m < h \leq 0$ y *backcasting* para $h > 0$.
κ: rezago en la publicación de y_t. Última observación trimestral disponible es $y_{t-(\kappa+1)m}$.

Estructura de datos en la regresión MIDAS (2)

y_t	$y_{t-(\kappa+1)m}$	x_{t+h}	x_{t+h-1}	x_{t+h-2}	x_{t+h-3}	x_{t+h-4}	x_{t+h-5}	x_{t+h-6}
Nowcast ($h = -2$ and $\kappa = 0$). Último dato trimestral: 4to 1; último dato mensual: Ene 2								
1er 1	4to 0	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0	Set 0	Ago 0	Jul 0
2do 1	1er 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0
3er 1	2do 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1
4to 1	3er 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1
1er 2	4to 1	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1
Nowcast ($h = -2$ and $\kappa = 1$). Último dato trimestral: 3er 1; último dato mensual: Ene 2								
4to 0	2do 0	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0	Set 0	Ago 0	Jul 0
1er 1	3er 0	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0
2do 1	4to 0	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1
3er 1	1er 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1
1er 2	3er 1	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1

Nota: 1er T, ..., , 4to T denota trimestres del año; Ene T, ..., Dic T denota meses del año T.

Metodología: *Nowcasting* y *backcasting* (2)

$$y_t = \beta_0 x_{t+h} + \beta_1 x_{t+h-1} + \ldots + \beta_q x_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t \tag{2}$$

Estructura de datos en la regresión MIDAS (2)

y_t	$y_{t-(\kappa+1)m}$	x_{t+h}	x_{t+h-1}	x_{t+h-2}	x_{t+h-3}	x_{t+h-4}	x_{t+h-5}	x_{t+h-6}
Nowcast ($h=-1$ and $\kappa=0$). Último dato trimestral: 4to 1; último dato mensual: Feb 2								
1er 1	4to 0	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0	Set 0	Ago 0
2do 1	1er 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0
3er 1	2do 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1
4to 1	3er 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1
1er 2	4to 1	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1
Nowcast ($h=-1$ and $\kappa=1$). Último dato trimestral: 3er 1; último dato mensual: Feb 2								
4to 0	2do 0	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0	Oct 0	Set 0	Ago 0
1er 1	3er 0	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0
2do 1	4to 0	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1
3er 1	1er 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1
1er 2	3er 1	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1

Nota: 1er T, ..., , 4to T denota trimestres del año; Ene T, ..., Dic T denota meses del año T.

Metodología: *Nowcasting* y *backcasting* (3)

$$y_t = \beta_0 x_{t+h} + \beta_1 x_{t+h-1} + \ldots + \beta_q x_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t \tag{2}$$

Estructura de datos en la regresión MIDAS (2)

y_t	$y_{t-(\kappa+1)m}$	x_{t+h}	x_{t+h-1}	x_{t+h-2}	x_{t+h-3}	x_{t+h-4}	x_{t+h-5}	x_{t+h-6}
Backcast ($h = 2$ and $\kappa = 0$). Último dato trimestral: 4to 1; último dato mensual: May 2								
1er 1	4to 0	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0
2do 1	1er 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1
3er 1	2do 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1
4to 1	3er 1	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1
1er 2	4to 1	May 2	Abr 2	Mar 2	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1
Backcast ($h = 2$ and $\kappa = 1$). Último dato trimestral: 3er 1; último dato mensual: May 2								
4to 0	2do 0	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1	Ene 1	Dic 0	Nov 0
1er 1	3er 0	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1	Abr 1	Mar 1	Feb 1
2do 1	4to 0	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1	Jul 1	Jun 1	May 1
3er 1	1er 1	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1	Oct 1	Set 1	Ago 1
1er 2	3er 1	May 2	Abr 2	Mar 2	Feb 2	Ene 2	Dic 1	Nov 1

Nota: 1er T, ..., , 4to T denota trimestres del año; Ene T, ..., Dic T denota meses del año T.

Metodología: Proliferación de parámetros

$$y_t = \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \ldots + \beta_q x_{t-q} + \varepsilon_t \qquad \text{para} \qquad t = m, 2m, 3m, \ldots, nm\,.$$

- Potencial problema: q es grande relativo a n. Por ejemplo, rezago de 2 trimestres con datos *diarios* implica $q = 2(\text{trimestres}) \times 3(\text{meses por trimestre}) \times 20(\text{días por mes}) = 120$.
- MIDAS tradicional (Ghysels, Sinko y Valkanov, 2007), usualmente en finanzas: restricciones no lineales $\beta_r = f(r, \boldsymbol{\theta})$, donde $\dim(\boldsymbol{\theta})$ es reducida.
- Foroni, Marcellino y Schumacher (2012): con frecuencias mensual/trimestral (usual en macroeconomía) no es necesario imponer restricciones tan fuertes.
- Nuestro enfoque: Restricciones “menos fuertes” en la forma de *smoothness priors* (Shiller, 1973). Cada coeficiente se forma *aproximadamente* como un polinomio de Almon:

$$\beta_r = \alpha_0 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2 + \ldots + \alpha_p r^d - \omega_r \qquad \text{para} \qquad r = 0, 1, 2, \ldots, q\,, \tag{3}$$

donde $\omega_r \sim iid(0, V_\omega)$ y $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_d$ son coeficientes por estimar. Si $q > d$, entonces (3) impone $q - d$ restricciones.

Estas restricciones son *estocásticas* (no se espera que se cumplan exactamente) lo que implica que d puede ser reducido sin imponer restricciones muy fuertes a los datos.

Metodología: Estimación

- Las restricciones anteriores se pueden escribir como $\boldsymbol{R\beta} + \boldsymbol{R\omega} = \mathbf{0}$, donde $\boldsymbol{R}$ es una matriz "de diferencias" de dimensión $(q-d)\times(q+1)$ y rango $(q-d)$.

- Defina $\lambda = V_\varepsilon / V_\omega$.
  El estimador de mínimos cuadrados de $\boldsymbol{\beta}$ en $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ sujeto a $\boldsymbol{R\beta} = -\boldsymbol{R\omega}$ es

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X} + \lambda \boldsymbol{R}'(\boldsymbol{R}\boldsymbol{R}')^{-1}\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y}\,. \tag{4}$$

- λ mide el contenido informativo de las restricciones estocásticas:
  - Si $V_\omega \to \infty$, entonces $\lambda \to 0$ y $\boldsymbol{b} \to$ estimador sin restricciones.
  - Si $V_\omega \to 0$, entonces $\lambda \to \infty$ y $\boldsymbol{b} \to$ estimador con restricciones exactas $\boldsymbol{R\beta} = \mathbf{0}$.

- En la práctica es difícil estimar V_ω (y, por tanto, λ). Lo usual es que λ es "*guesstimated*".

- El estimador $\boldsymbol{b}$ está completamente definido por el triplo (q, d, λ). Una dificultad es que los estimadores con distintos triplos *no son anidados* (*non-nested*) por lo que no pueden contrastarse con herramientas estándares (por ejemplo, ratios F).

Metodología: Inferencia multimodelo

- Gran literatura sobre combinación de proyecciones (Timmermann, 2006).
- Se estima $\hat{y}_{is} = \mathbf{x}_{is}\boldsymbol{b}_i$ para varios triplos (q_i, d_i, λ_i) y se asigna un peso w_i al modelo i:

$$\tilde{y}_s = \sum_{i=1}^{\mathcal{M}} w_i \hat{y}_{is} \,. \tag{5}$$

- *Pesos de Akaike*: si $\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}\boldsymbol{b}_i$, el criterio de Akaike corregido es (Hurvich, Simonoff y Tsai, 1998)

$$A_i = \log\left(\frac{\boldsymbol{e}_i{}'\boldsymbol{e}_i}{n}\right) + \frac{n + K_i}{n - K_i - 2} \,, \tag{6}$$

donde K_i es el *número efectivo de grados de libertad* y los pesos de Akaike son (Burnham y Anderson, 2002, cap. 4)

$$w_i = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}A_i\right)}{\sum_{k=1}^{\mathcal{M}} \exp\left(-\frac{1}{2}A_k\right)} \,. \tag{7}$$

- **Importante**: (5) también puede utilizarse para combinar predicciones obtenidas con *distintos indicadores mensuales*.

Contenido

1 Motivación

2 Metodología

3 Ejercicio de evaluación

4 Resultados

5 Agenda

Evaluación: Diseño (1)

- y_t = Tasa de crecimiento últimos 4 trimestres de 3 agregados macroeconómicos de importancia: PBI real, inversión privada y consumo privado.

  Información de 1994Q1 a 2012Q2.

- x_t = Tasa de crecimiento últimos 12 meses de 11 indicadores de actividad real (importaciones [totales, de bienes de capital, de insumos y de bienes de consumo durable], crédito, circulante, electricidad, despachos de cemento, manufactura no primaria, expectativas y recaudación del IGV).

  Información de enero de 1994 a setiembre de 2012.
  Estos son indicadores usualmente disponibles unos 15 días después del cierre del mes.

- Se estima recursivamente

$$y_t = \beta_0 x_{t+h} + \beta_1 x_{t+h-1} + \ldots + \beta_q x_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t \qquad (2)$$

  a lo largo de la ventana 2002Q1-2012Q2 (42 trimestres).

- Se utiliza la *raíz del error cuadrático medio de predicción* (RECM) como criterio de evaluación.

Evaluación: Diseño (2)

- Varias estructuras de datos:
  - $h = \{-2, -1, 0\}$ (*nowcasting*) y $h = \{1, 2, 3\}$ (*backcasting*),
  - $\kappa = \{0, 1\}$.
- Dado (h, κ), para cada x_t se estiman $\mathcal{M} = 102$ modelos que resultan de la combinación de
  - $q = \{3, 6, 9, 12\}$,
  - $d = \{1, 2, 3, 4\}$,
  - $\lambda = \hat{V}_0 \times \delta$ donde $\hat{V}_0$ es el estimador estándar de V_ε en un modelo sin restricciones y $\delta = \{0, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000\}$.

  Se reportan los resultados de las proyecciones combinadas de cada grupo de $\mathcal{M} = 102$ predicciones, utilizando pesos de Akaike.
- Asimismo se obtiene una predicción combinada de *todos* los indicadores al promediar las $11 \times \mathcal{M} = 1,122$ predicciones disponibles.

Evaluación: Modelos trimestrales

- *Airline Model* (univariado):

$$y_t - y_{t-1} = \zeta_t + \theta\zeta_{t-1} + \Theta\zeta_{t-4} + \theta\Theta\zeta_{t-5}\,, \tag{8}$$

  donde ζ_t es una innovación *iid*.

- Modelo autoregresivo de rezagos distribuidos "agregado":

$$y_t = \phi_0 X_{t+h^*} + \phi_1 X_{t+h^*-m} + \ldots + \phi_{q^*} X_{t+h^*-q^*m} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t\,, \tag{9}$$

  donde $X_t = (x_t + x_{t-1} + \ldots + x_{t-m+1})/m$.

  - Este modelo impone "restricciones de agregación" a la regresión MIDAS:

$$\beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_{m-1} = \phi_0/m, \beta_m = \beta_{m+1} = \cdots = \beta_{2m-1} = \phi_1/m, \text{ etc.}$$

  - Se usa $h^* = -3$ (información termina con el último trimestre) y $h^* = 0$, un caso comparable con la regresión MIDAS con $h = 0$ (*nowcasting*).

Contenido

1 Motivación

2 Metodología

3 Ejercicio de evaluación

4 Resultados

5 Agenda

Resultados: RECM (1)

$$y_t = \beta_0 x_{t+h} + \beta_1 x_{t+h-1} + \ldots + \beta_q x_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t$$

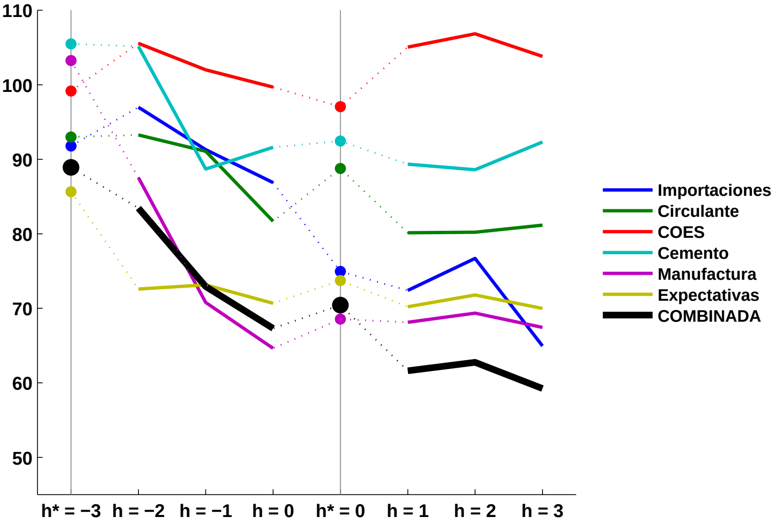
$$y_t = \phi_0 X_{t+h^*} + \phi_1 X_{t+h^*-m} + \ldots + \phi_{q^*} X_{t+h^*-q^*m} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t$$

- En general, RECM es decreciente en h y creciente en κ.
- Sin embargo, los resultados dependen *fuertemente* del indicador x_t utilizado y de la estructura de datos (h, κ).
  - Difícil formar un *ranking* robusto.
  - "Restricciones de agregación temporal" se rechazan *en general* (no siempre).
- Combinación de proyecciones "separa la paja del trigo".
  - Situaciones de interés (dado un rezago de publicación de 45 días):
    Nowcasting con $\kappa = 0$ y $h = -1$ (predecir 3er trimestre con datos a agosto).
    Nowcasting con $\kappa = 0$ y $h = 0$ (predecir 3er trimestre con datos a setiembre).
    Backcasting con $\kappa = 1$ y $h = 1$ (predecir 3er trimestre con datos a octubre).
  - Se registran disminuciones de entre 30% y 40% del RECM de modelos univariados (30% y 40% respecto a modelos trimestrales).
- Conclusiones cualitativamente similares al proyectar crecimiento del PBI, inversión privada y consumo privado.

Resultados: RECM (2)

Crecimiento del PBI: RECM para $\kappa = 0$ (modelo univariado = 100)

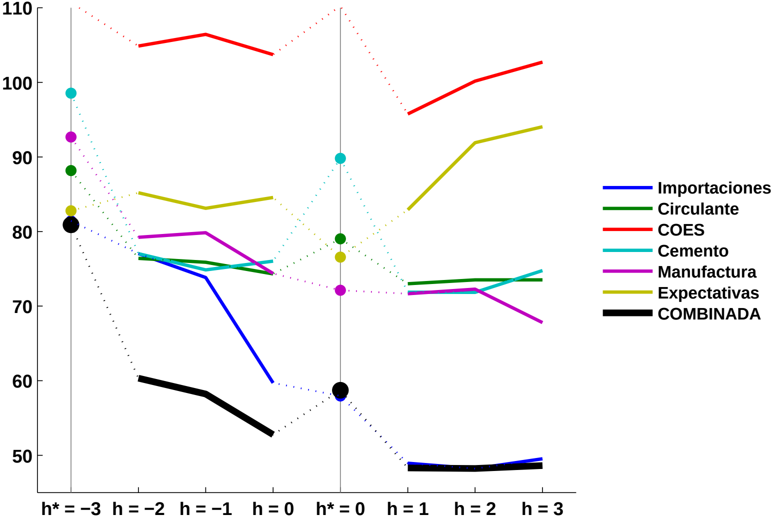
(Círculos = modelos trimestrales; líneas = regresiones MIDAS)



Resultados: RECM (3)

Crecimiento del PBI: RECM para κ = 1 (modelo univariado = 100)

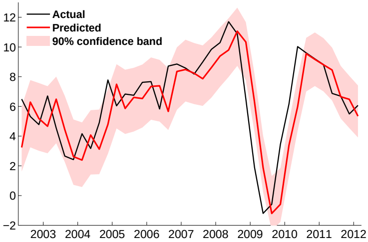
(Círculos = modelos trimestrales; líneas = regresiones MIDAS)



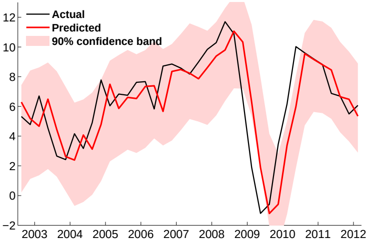
Resultados: ¿Por qué MIDAS es mejor?

Crecimiento del PBI observado y predicho (2002 - 2012)

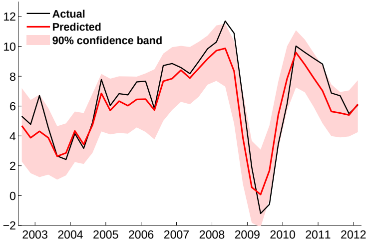
Univariado ($\kappa = 0$), RECM = 1.92



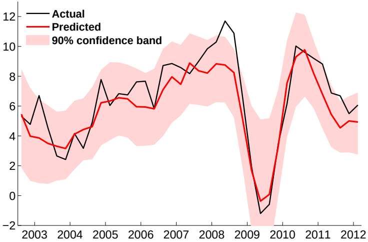
Univariado ($\kappa = 1$), RECM = 2.81



MIDAS (*nowcast* $h = -1, \kappa = 0$), RECM = 1.40



MIDAS (*nowcast* $h = -2, \kappa = 1$), RECM = 1.69



Contenido

1. Motivación
2. Metodología
3. Ejercicio de evaluación
4. Resultados
5. Agenda

Posible agenda

- Combinación de proyecciones vs. combinación de información:

  Calcular un factor común

  $$F_t = \pi_1 x_{1t} + \pi_2 x_{2t} + \ldots + \pi_N x_{Nt} \,,$$

  y luego incorporarlo en la regresión MIDAS

  $$y_t = \beta_0 F_{t+h} + \beta_1 F_{t+h-1} + \ldots + \beta_q F_{t+h-q} + \gamma_1 y_{t-(\kappa+1)m} + \ldots + \gamma_p y_{t-(\kappa+p)m} + \varepsilon_t \,.$$

- ¿MIDAS con datos diarios?
- Efecto de revisión de datos, *vintages* (Clements y Galvão, 2008).

Referencias (más en el documento)

Andreou E., E. Ghysels y A. Kourtellos (2010), "Regression models with mixed sampling frequencies", *Journal of Econometrics*, 158(2), 246-261.

Bai, J., E. Ghysels y J. Wright (2012), "State space models and MIDAS regressions", *Econometric Reviews* (en prensa).

Burnham, K. P. y D. R. Anderson (2002), *Model Selection and Multimodel Inference. A Practical Information-Theoretic Approach*, 2da edición, New York: Springer-Verlag.

Clements, M. P. y A. B. Galvão (2008), "Macroeconomic forecasting with mixed-frequency data: Forecasting output growth in the United States", *Journal of Business & Economic Statistics*, 26(4), 546-554.

Evans, M. D. D. (2005), "Where are we now? Real-time estimates of the macroeconomy", *International Journal of Central Banking*, 1(2), 127-175.

Foroni, C., M. Marcellino y C. Schumacher (2012), "U-MIDAS: MIDAS regressions with unrestricted lag polynomials", CEPR Discussion Papers 8828.

Ghysels E., A. Sinko y R. Valkanov (2007), "MIDAS regressions: Further results and new directions", *Econometric Reviews*, 26(1), 53-90.

Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series and the Kalman Filter*, Cambridge University Press.

Hurvich, C. M., J. S. Simonoff y C. L. Tsai (1998), "Smoothing parameter selection in nonparametric regression using an improved Akaike information criterion", *Journal of the Royal Statistical Society (Series B)*, 60(2), 271-293.

Shiller, R. J. (1973), "A distributed lag estimator derived from smoothness priors", *Econometrica*, 41(4), 775-788.

Timmermann, A. (2006), "Forecast combinations", en Elliott, G., C. W. J. Granger y A. Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, Elsevier, vol. 1, cap. 4, 135-196.