Probabilidad de *Default* en el Area Euro : Evidencia en los mercados de deuda soberana

Gonzalo Lezma Florida

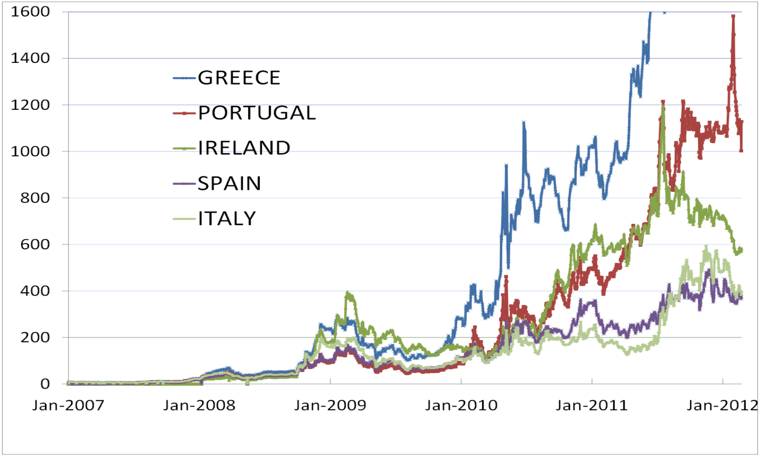
BCRP

Lima, Oct 2012

Outline

Motivacion

- El riesgo de crédito soberano es de interés general para una economía global de mercado y en particular para los inversionistas.
- Eventos relevantes como noticias de rescate y condiciones macroeconómicas adversas son rápidamente incorporadas en los precios de los activos financieros.
- El mercado de deuda soberana provee de una ventana única a través de la cual podemos inferir las probabilidades de default percibidas por los mercados.
- Las fluctuaciones dramáticas en los precios de los bonos durante la última crisis financiera han puesto a prueba la robustez y bondad de los modelos comúnmente especificados en finanzas.



1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
GREECE
PORTUGAL
IRELAND
SPAIN
ITALY
Jan-2007
Jan-2008
Jan-2009
Jan-2010
Jan-2011
Jan-2012

Introducción

- La compleja naturaleza del riesgo de crédito soberano refleja no solo la heterogeneidad de causas entre países sino en la diversidad de efectos que pueden desencadenar default. En particular, el concepto de default soberano comprende: impago, renegociación o reestructuración de deuda.
- La teoría distingue entre dos tipos de modelos de riesgo de crédito: Los modelos estructurales y los modelos de intensidad.
- El enfoque usado en este trabajo es el de intensidad de default. El objeto de estudio es el evento de default mismo que es considerado estocástico.
- En particular el evento de default es considerado como el primer salto de un processo de Poisson. (Duffie y Singleton (1999) y Lando (1998))

Marco Teórico: Valuación de un Bono sujeto a "Default"

- Denote $D(0,\tau) = E[\exp(-\int_0^\tau r_s ds)]$ al precio de un bono cupón cero.
- El precio del bono cupón cero (sin recuperación and sujeto a default) está dado por:

$$\overline{D}(0,\tau) = D(0,\tau)E[\exp(-\int_0^\tau \lambda_s ds)] \tag{1}$$

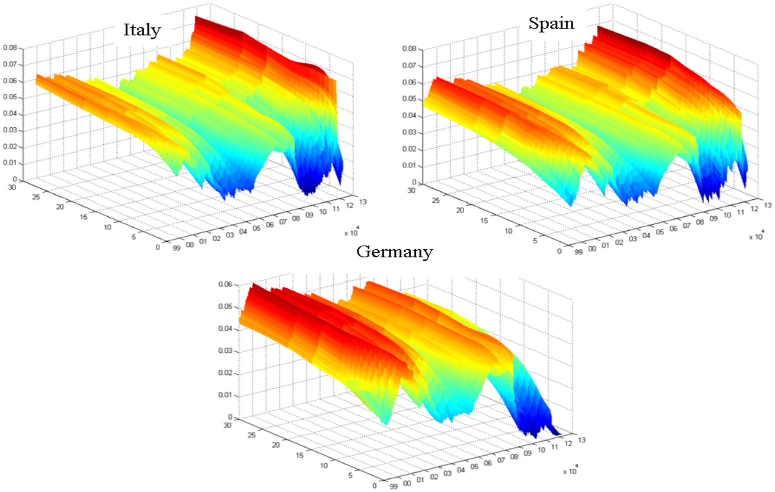
- Asumiendo que el monto de recuperación (δ) es recibido (a valor de mercado) en la fecha de maduración del bono el precio del coupón cero esta dado por:

$$\overline{P}(0,\tau) = \delta D(0,\tau) + (1-\delta)\overline{D}(0,\tau)$$

Datos

- CDS spreads para Alemania, España, Italia Francia y Reino Unido.
- Rendimientos de bonos soberanos y precios para Alemania España e Italia.
- Fuente: Bloomberg.
- Para cada dia una curva spline fue calculada para recuperar rendimientos para todos los vencimientos.
- "Strip Bonds" sintéticos fueron creados usando bootstrap de tasas de interés.

Data



Modelo 0

Supuestos

- El monto de recuperación es δ por unidad de valor nominal previo a default.
- La intensidad de default para el bono es representada por un proceso de Cox con intensidad λ

$$\begin{aligned} FixedLeg &= CDS(M)\sum_{i=1}^{M}\overline{D}(0,i) \\ FloatingLeg &= (1-\delta)\int_0^M E\left[\lambda(t)e^{-\int_0^t (r(s)+\lambda(s))ds}\right]dt \end{aligned}$$

- Asumiendo que el intercambio (”settlement”) toma lugar la misma fecha que los pagos del swap el precio del CDS puede escribirse como:

$$CDS(M) = \frac{(1-\delta)\sum_0^M D(0,i)Q(\tau = i)}{\sum_{i=1}^M S(0,i)D(0,i)} \tag{2}$$

Where: $Q(\tau = i) = S(0,i-1) - S(0,i)$

$$S(0,t) \equiv E\left[e^{-\int_0^t \lambda(s)ds}\right] \equiv e^{-\int_0^t h(s)ds}$$

Metodología

Supuesto: Tasa de interés instantánea constante (Pan-Singleton (2008))

$$d\lambda(t) = \mu(\lambda(t))dt + \sigma(\lambda(t))dW_t$$

- Dados los parámetros y la ecuación de valuación para el bono cupón cero sujeto a default, las intensidades son recuperadas (la ecuación de valuación del CDS (2) define λ implícitamente).
- Dada la densidad de la transición "transition density", podemos encontrar los estimadores MLE para todos los parámetros.

Metodología de Estimación: Ait Sahalia-Kimmel (2010)

- El precio del bono libre de riesgo puede ser calculado analiticamente resolviendo un sistema de ODE de Ricatti.
- El precio del bono está dado por:

$$D(0,\tau) = F(X_0,\tau;\theta) = \exp(-\alpha_0(\tau) - \beta_0'(\tau)X_0)$$

- Para identificar X_t se asume que $\tau = 1$ y 4 la ecuación de valuación se utiliza sin error.
- En general podróamos recuperar N factores usando rendimientos para N vencimientos

$$\begin{bmatrix} F(X_t,t,t+\tau_1;\theta) \\ \dots \\ F(X_t,t,t+\tau_N;\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0(\tau_1;\theta) \\ \dots \\ \alpha_0(\tau_N;\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_0'(\tau_1;\theta) \\ \dots \\ \beta_0'(\tau_N;\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1t} \\ \dots \\ X_{Nt} \end{bmatrix}$$

- El valor del vector de estado puede obtenerse siguiendo:

$$X_t = [\beta_0'(\theta)]^{-1}(Ft - \alpha_0(\theta))$$

Estimación:

- Luego el cálculo de la verosimilitud de la variable de estado se hace siguiendo las expansiones sobre polinomios de Hermite propuestas por Ait Sahalia
- La verosimilitud de los rendimientos observados sin error están dados por la fórmula del jacobiano.
- Finalmento consideramos un conjunto de rendimientos adicionales son observados con error. (Considerar rendimientos adicionales es crucial para la identificación de parametros)

Resultados

Table : **CIR parameter estimation (Model 0)**

	GER	FRA	POR	SPA	GRE	ITA	UK
			Sample period 2002-March 2012				
κ	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
μ	0.0260	0.0185	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
σ	0.9034	0.8751	0.6143	0.6124	1.1301	0.5829	0.8851
			Sample period 2002-2007				
κ	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
μ	0.0011	0.0006	0.0002	0.0002	0.0003	0.0001	0.0002
σ	0.8889	0.6839	0.5069	0.5752	1.3450	1.3450	0.6983

- κ's no significativos al 95 por ciento de significancia . El proceso es explosivo para modelos no restringidos.
- Simulaciones de montecarlo indican: 1) alta sensibilidad a un valor correcto para la tasa libre de riesgo y 2) Identificabilidad de parámetros depende de disponibilidad de varios vencimientos.

Benchmark: Tasa instantánea libre de riesgo

- Tasa instantánea libre de riesgo: $r_t = \delta_0 + \delta_0 X_{1t} + \delta_0 X_{2t}$
- La dinamica de los dos factores bajo la medida de probabilidad objetiva (P) está dada por:

$$d\begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{bmatrix} dt + d\begin{bmatrix} W_{1t} \\ W_{2t} \end{bmatrix}$$

- *Market price of risk*: $MPR^r = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}$
- Bajo la medida neutral al riesgo el proceso de los factores es:

$$d\begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{bmatrix} dt + d\begin{bmatrix} W_{1t} \\ W_{2t} \end{bmatrix}$$

Resultados:

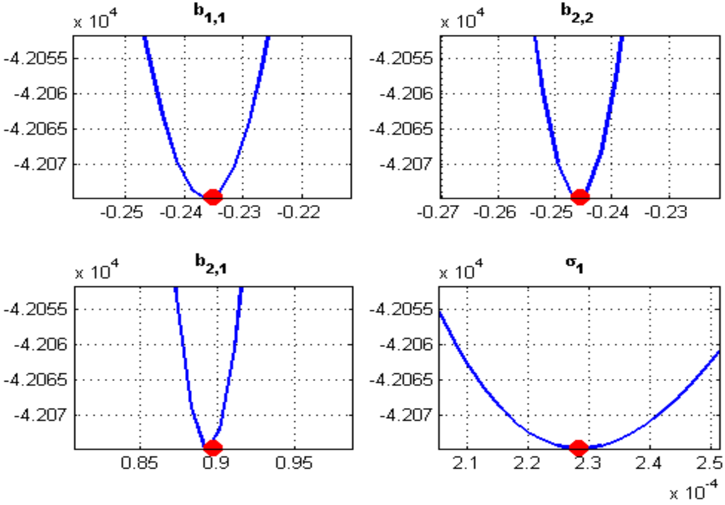

$b_{1,1}$
x 10^4
-4.2055
-4.206
-4.2065
-4.207
-0.25 -0.24 -0.23 -0.22
$b_{2,2}$
x 10^4
-4.2055
-4.206
-4.2065
-4.207
-0.27 -0.26 -0.25 -0.24 -0.23
$b_{2,1}$
x 10^4
-4.2055
-4.206
-4.2065
-4.207
0.85 0.9 0.95
σ_1
x 10^4
-4.2055
-4.206
-4.2065
-4.207
2.1 2.2 2.3 2.4 2.5
x 10^{-4}

Table : **Maximun Likelihood Estimates**

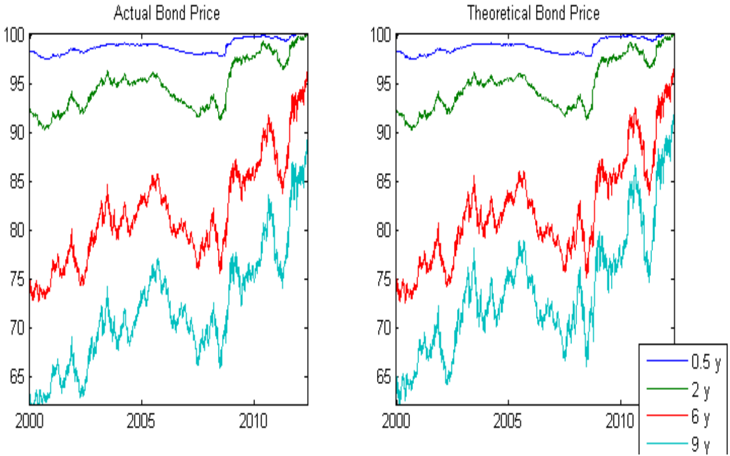
(Stochastic risk free rate model)

Parameter Name	Estimated Parameter	Standard Deviation
$b_{1,1}$	-0.2351	0.1114
$b_{2,2}$	-0.2457	0.1153
$b_{2,1}$	0.8973	0.1534
σ_1	0.0002	0.0000
σ_2	0.0009	0.0004
σ_3	0.0012	0.0005
σ_4	0.0028	0.0004
δ_0	0.0155	0.2077
δ_1	-0.0606	0.0106
δ_2	0.0420	0.0090
γ_1	-0.1098	0.6640
γ_2	-0.0801	1.2076

Standard errors are computed as the squared root of the diagonal elements of the inverted information matrix

Resultados:

Alemania



Modelo 1: Modelo de Pan-Singleton Extendido

- Los bonos soberanos de España e Italia estan sujetos a default con una intensidad explicada por un modelo unifactorial (λ_t^i, $i \in \{SP, IT\}$) dado por:

$$d\lambda_t^i = \varkappa^i(\mu^i - \lambda_t^i)dt + \sigma_\lambda \sqrt{\lambda_t^i} dW_t^i$$

Market price of risk: $MPR_t^i = \gamma^i \sqrt{\lambda_t^i}$
Resultado: Comportamiento explosivo para los procesos que representan las intensidades.

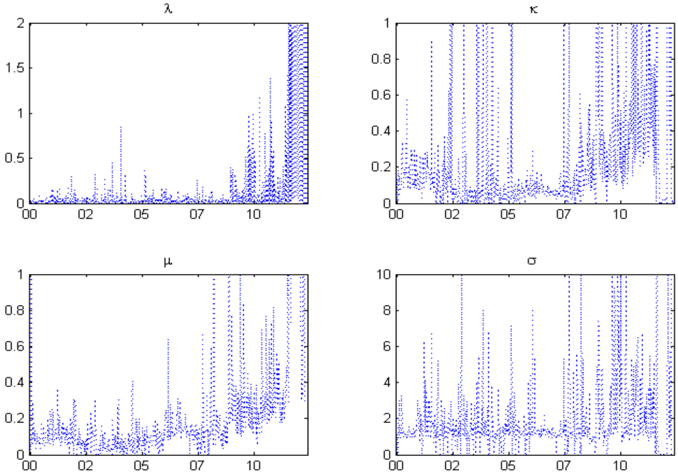


Figure : Italy Rolling window CIR estimation

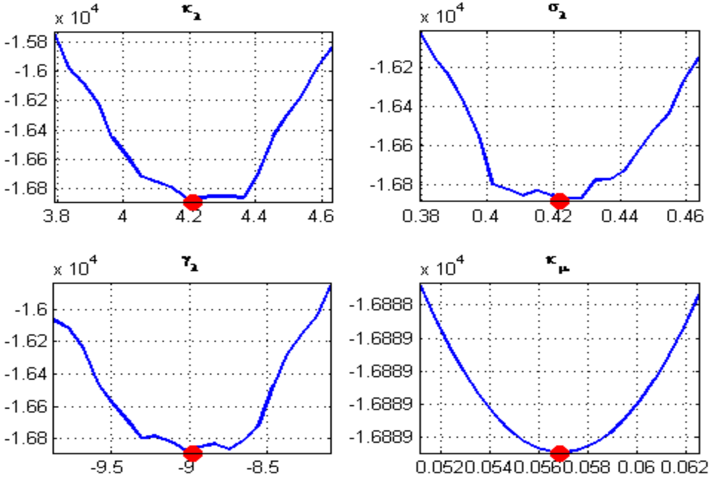
Modelo 2: Locally Square Root Intensity

- La intensidad revierte a una media cambiante en el tiempo

$$
\begin{aligned}
d\lambda_t &= \kappa_\lambda^P(\mu_t - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t}dW_t \\
d\mu_t &= \kappa_\mu^P(\mu - \mu_t)dt + \sigma_\mu\sqrt{\mu_t}dW_t
\end{aligned}
$$

- $MPR_t^i = \gamma_\lambda\sqrt{\lambda_t}\ MPR_t^{\mu i} = \gamma_\mu\sqrt{\mu_t}$
- Siguiendo a Duffie y Kan (1996):
  $E[\exp(-\int_0^\tau \lambda_s ds)] = \exp(-A(\tau) - B(\tau)\lambda_0)$.
- $A(\tau)$ and $B(\tau)$ puede obtenerse de un sistema de ODE de Ricatti.

Resultados:



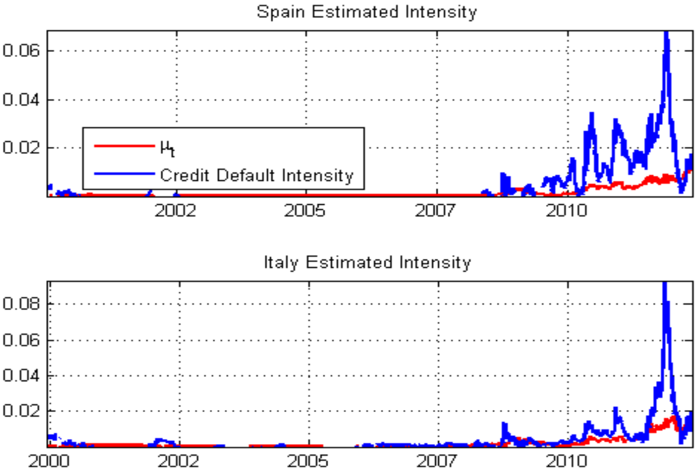
x 10^4
x 10^4
-1.58
-1.6
-1.62
-1.64
-1.66
-1.68
3.8
4
4.2
4.4
4.6
-1.62
-1.64
-1.66
-1.68
0.38
0.4
0.42
0.44
0.46
x 10^4
x 10^4
-1.6
-1.62
-1.64
-1.66
-1.68
-9.5
-9
-8.5
-1.6888
-1.6889
-1.6889
-1.6889
-1.6889
0.0520.0540.0560.058 0.06 0.062

Table : **Maximun Likelihood Estimates (Model 2)**

	Spain		**Italy**	
Parameter Name	Estimated Parameter	Standard Deviation	Estimated Parameter	Standard Deviation
κ_λ	4.2100	0.0470	3.1447	0.1476
σ_λ	0.4215	0.0056	0.3039	0.0062
γ_λ	-8.9766	0.0606	-8.9610	0.4497
κ_μ	0.0568	0.0604	0.0792	0.3244
μ	0.0568	0.0602	0.0417	0.1716
σ_μ	0.0745	0.0014	0.0827	0.0026
σ_1	0.0187	0.0176	0.0120	0.0042
σ_2	0.0137	0.0255	0.0090	0.0062
σ_3	0.0112	0.0116	0.0078	0.0030
σ_4	0.0079	0.0008	0.0063	0.0003

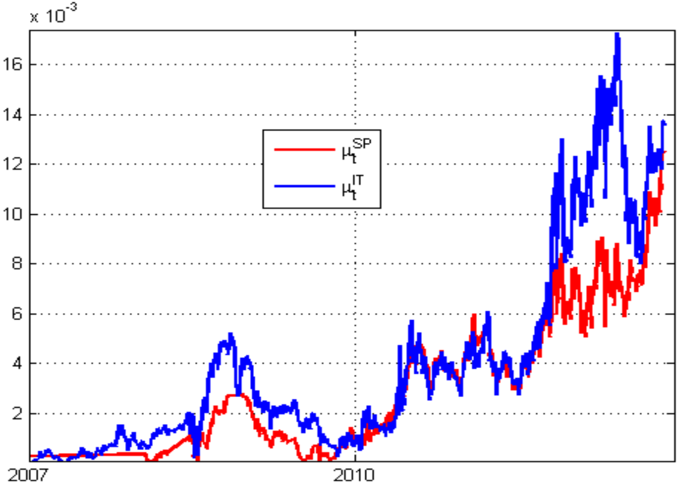
Standard errors are computed as the squared root of the diagonal elements of the inverted info matrix

Resultados:



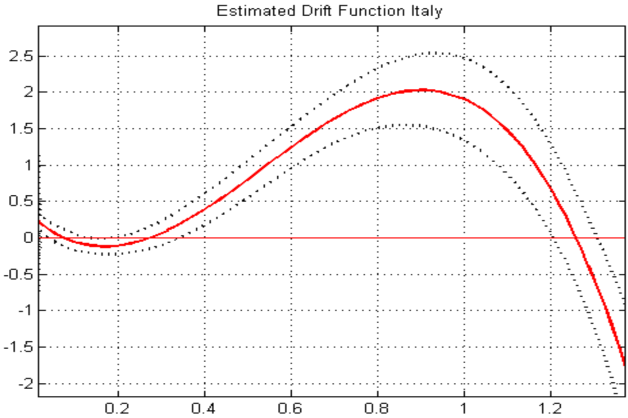
Spain Estimated Intensity
0.06
0.04
0.02
μ_t
Credit Default Intensity
2002
2005
2007
2010
Italy Estimated Intensity
0.08
0.06
0.04
0.02
2000
2002
2005
2007
2010

Indicador de intensidad de *default* media cambiante en el tiempo:



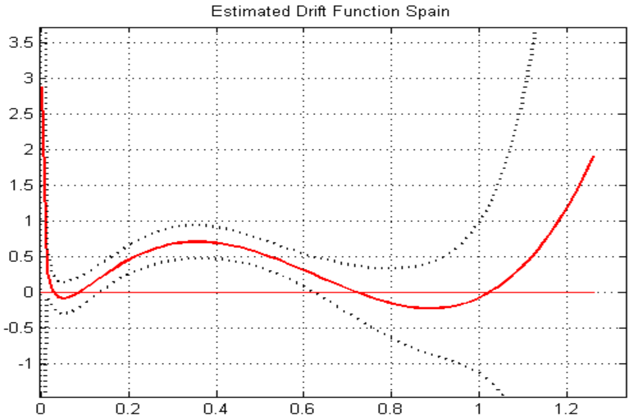
Indicador de intensidad de *default* media cambiante en el tiempo:

$$d\mu_t = (a_{-1}\log(\mu_t) + a_0 + a_1\mu_t + a_2\mu_t^2 + a_3\mu_t^3)dt + \sigma(\mu_t)dW_t \quad (3)$$



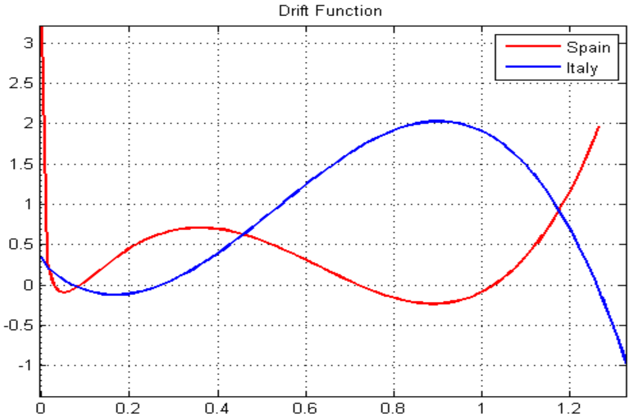
The time varying intensity mean indicator:

$$d\mu_t = (a_{-1}\log(\mu_t) + a_0 + a_1\mu_t + a_2\mu_t^2 + a_3\mu_t^3)dt + \sigma(\mu_t)dW_t \quad (4)$$



Indicador de intensidad de *default* media cambiante en el tiempo:

$$d\mu_t = (a_{-1}\log(\mu_t) + a_0 + a_1\mu_t + a_2\mu_t^2 + a_3\mu_t^3)dt + \sigma(\mu_t)dW_t \quad (5)$$



Conclusiones y Comentarios Finales

- Este trabajo explora la naturaleza de la llegada de impago implícita en la estructura de tasas de bonos soberanos para algunos países del Area Euro.
- La identificación de los parametros depende fuertemente de la disponibilidad de precios de bonos para diferentes vencimientos.
- El modelo de dos factores presentado es capaz de representar la cotización de bonos de deuda soberana sin incurrir en un comportamiento explosivo.
- La intensidad media consituye un indicador estable de la probabilidad de default a través de toda la muestra.
- Este indicador siguiere un punto inestable en la intensidad de default para España.
- Se encuentra que el punto estable para España es menor que el de Italia indicando que España ha sido menos riesgosa que Italia.

Gracias