

Método Alternativo de Descomposición de Tendencia y Ciclo del PBI Peruano

Ángel Guillén Gabriel Rodríguez

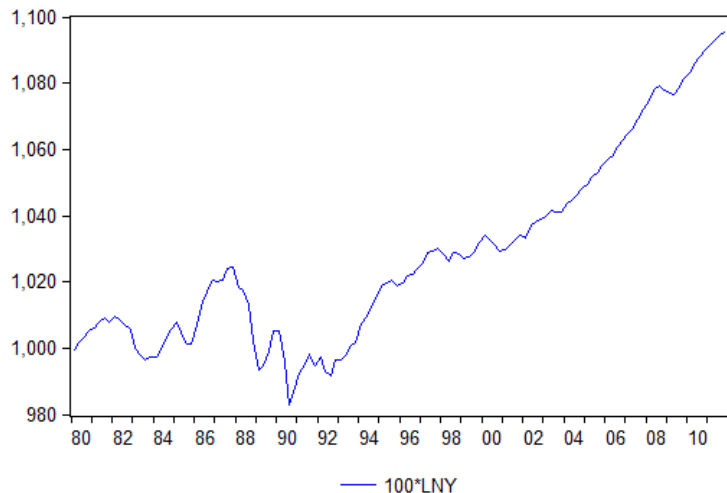
Pontificia Universidad Católica del Perú

Octubre 2012

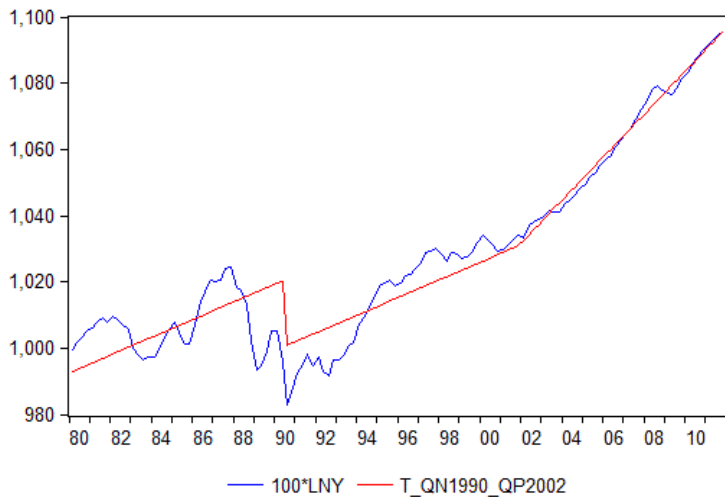
- 1 Motivación
- 2 Revisión de la Literatura
- 3 Justificación del modelo a usar
- 4 Metodología
- 5 Resultados
- 6 Conclusiones

- Realizar una descomposición de tendencia y ciclo que recoja las características del PBI peruano: cambios abruptos en el nivel de la tendencia o en la tasa de crecimiento de largo plazo, así como posibles asimetrías en los ciclos.

PBI Peruano



¿Posible Tendencia?



● **Los Pioneros**

- Burns y Mitchell (1946).
- Feller (1956).
- Zarnowitz y Boschan (1977).

● **ARIMA vs Componentes no Observables (UC)**

- Beveridge y Nelson (1981).
- Watson (1986).
- Campbell y Mankiw (1987)
- Clark (1987).
- Stock y Watson (1988).

● **Evidencia de asimetrías**

- Friedman (1964, 1993).
- Neftci (1984), Sichel (1991).
- Diebold, Rudebusch y Sichel (1993).

● Modelos no lineales

- Hamilton (1989).
- Teräsvirta (1994).
- Kim y Nelson (1999).

● Filtros Econométricos

- Hodrick y Prescott (1997).
- Baxter y King (1999).
- Christiano y Fitzgerald (2003).
- Harvey y Trimbur (2003).

● Literatura Nacional

- Cabrero y Valdivia (1999).
- Miller (2003).
- Seminario, Rodríguez y Zuloeta (2007).
- Rodríguez (2010a, 2010b, 2010c).

• Nuevas propuestas

- **Morley, Nelson y Zivot (2003)**: concilian los modelos ARIMA y UC a través del grado de correlación entre las perturbaciones del ciclo y de la tendencia.
- **Perron y Wada (2006, 2009)**: plantean un modelo UC cuyas perturbaciones están compuestas por una mixtura de distribuciones normales tanto para el componente cíclico como para el tendencial.

- Se empleará el método de Perron y Wada (2006, 2009) por las siguientes razones:
 - Flexibilidad para recoger el comportamiento no lineal de la serie.
 - Soluciona el problema de identificación ARIMA vs UC.
 - Recoge la asimetría de los ciclos.
 - Puede recoger outliers.
 - No impone restricciones de suavizamiento a las series.

$$\begin{aligned}y_t &= \tau_t + c_t + \omega_t \\ \tau_t &= \tau_{t-1} + \beta_t + \eta_t \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + v_t \\ c_t &= \phi_1 c_{t-1} + \phi_2 c_{t-2} + \epsilon_t\end{aligned}$$

Donde cada término de perturbación:

$$\begin{aligned}u_t &= \lambda_t \gamma_{1t} + (1 - \lambda_t) \gamma_{2t} \\ \gamma_{it} &\sim i.i.d.N(0, \sigma_i^2) \\ \lambda_t &\sim i.i.d.Bernoulli(\alpha)\end{aligned}$$

Se plantea varios tipos de modelos univariados, por ejemplo el modelo MU-CN con mixturas en ϵ_t, η_t .

$$y_t = Hx_t + \omega_t$$

$$x_t = Fx_{t-1} + Gu_t$$

$$H' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_t = \begin{bmatrix} \tau_t \\ c_t \\ c_{t-1} \\ \beta_t \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = I, \quad u_t = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \epsilon_t \\ 0 \\ v_t \end{bmatrix}$$

La matriz de varianza y covarianza será:

$$Q_{MU-CN} = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cccc} \sigma_{\eta 1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\epsilon 1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} \sigma_{\eta 1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\epsilon 2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{array} \right], \\ \left[\begin{array}{cccc} \sigma_{\eta 2}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\epsilon 1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} \sigma_{\eta 2}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\epsilon 2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{array} \right] \end{array} \right\},$$

donde cada estado ocurre con probabilidad $\alpha_1 \alpha_2$, $\alpha_1 (1 - \alpha_2)$, $(1 - \alpha_1) \alpha_2$, y $(1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2)$, respectivamente.

- Filtro de Kalman
- Filtro de Hamilton (con independencia de probabilidades)
- Colapsamiento de estados
- Evaluación de máxima verosimilitud
- Valores iniciales
- Restricciones

Filtro de Kalman

$$x_{t|t-1}^{ij} = Fx_{t-1|t-1}^i \quad (1)$$

$$P_{t|t-1}^{ij} = FP_{t-1|t-1}^i F' + GQ^j G' \quad (2)$$

$$v_{t|t-1}^{ij} = y_t - Hx_{t|t-1}^{ij} \quad (3)$$

$$f_{t|t-1}^{ij} = HP_{t|t-1}^{ij} H' + R \quad (4)$$

$$x_{t|t}^{ij} = x_{t|t-1}^{ij} + P_{t|t-1}^{ij} H' \left[f_{t|t-1}^{ij} \right]^{-1} v_{t|t-1}^{ij} \quad (5)$$

$$P_{t|t}^{ij} = \left(I - P_{t|t-1}^{ij} H' \left[f_{t|t-1}^{ij} \right]^{-1} H \right) P_{t|t-1}^{ij} \quad (6)$$

Filtro de Hamilton

Al inicio del proceso de iteración, para el tiempo t , dado $S_{t-1} = i$ y $S_t = j$

$$\Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1}) = \Pr(s_t = j | s_{t-1} = i) \Pr(s_{t-1} = i | Y_{t-1})$$

$$\Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1}) = \Pr(s_t = j) \Pr(s_{t-1} = i | Y_{t-1})$$

donde la función de densidad marginal de y_t está dada por:

$$p(y_t | Y_{t-1}) = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 p(y_t | s_{t-1}, s_t = i, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1})$$

$$p(y_t | s_{t-1}, s_t, Y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| f_{t|t-1}^{ij} \right|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{v_{t|t-1}^{jj'} \left(f_{t|t-1}^{ij} \right)^{-1} v_{t|t-1}^{ij}}{2} \right\}$$

Observado Y_t en el tiempo t se actualiza la probabilidad.

$$\begin{aligned}\Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_t) &= \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | y_t, Y_{t-1}) \\ &= \frac{p(y_t, s_t, s_{t-1} | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})}\end{aligned}$$

$$= \frac{p(y_t | s_t, s_{t-1}, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \quad (7)$$

$$\Pr(s_t = j, Y_t) = \sum_{t=1}^4 \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_t) \quad (8)$$

Colapsamiento

$$x_{t|t}^j = \frac{\sum_{i=1}^4 \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_t) x_{t|t}^{ij}}{\Pr(s_t = j | Y_t)}$$

$$P_{t|t}^j = \frac{\sum_{i=1}^4 \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_t) \left\{ P_{t|t}^{ij} + (x_{t|t}^i - x_{t|t}^{ij}) (x_{t|t}^i - x_{t|t}^{ij})' \right\}}{\Pr(s_t = j | Y_t)}$$

Máxima verosimilitud

$$\ln(L) = \ln \left[\sum_{t=1}^T p(y_t | Y_{t-1}) \right] \quad (9)$$

Valores iniciales

$$x_{0|0} = [y_1, 0, 0, \Delta y_2]'$$

$$P_{0|0} = \begin{bmatrix} 1e+08 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 1e+08 \end{bmatrix}$$

Restricciones

Existe un problema de “label switching”

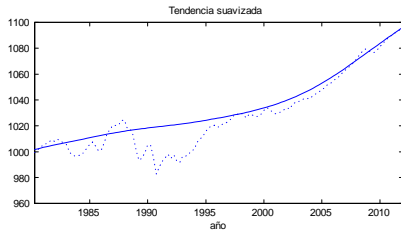
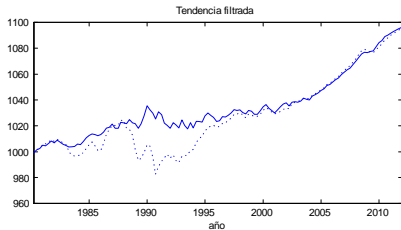
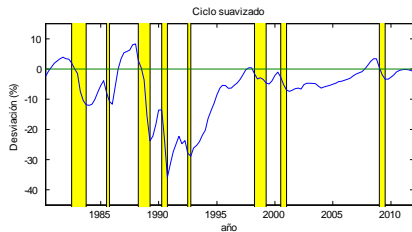
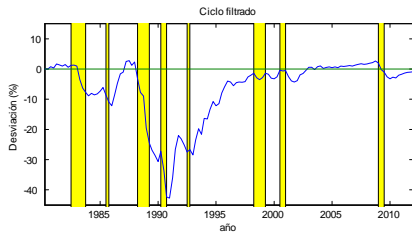
$$\begin{aligned} & p(y_t | s_{t-1}, s_t, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1}) + \\ & p(y_t | s_{t-1}, s_t, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i^*, s_t = j | Y_{t-1}) \\ = & p(y_t | s_{t-1}, s_t, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i^*, s_t = j | Y_{t-1}) + \\ & p(y_t | s_{t-1}, s_t, Y_{t-1}) \Pr(s_{t-1} = i, s_t = j | Y_{t-1}). \end{aligned}$$

Por tanto, se imponen las siguientes restricciones

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &> \sigma_1^2 \\ \alpha_{\sigma_1^2} &> 0.5 \end{aligned}$$

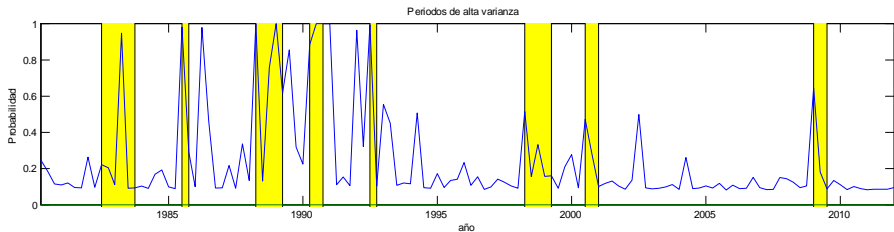
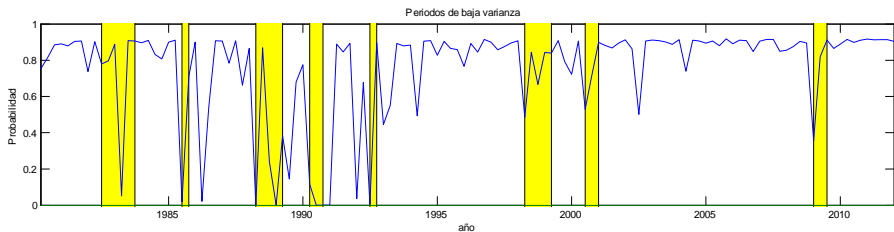
Resultados - Modelo MU-C

Descomposición en Tendencia y Ciclo



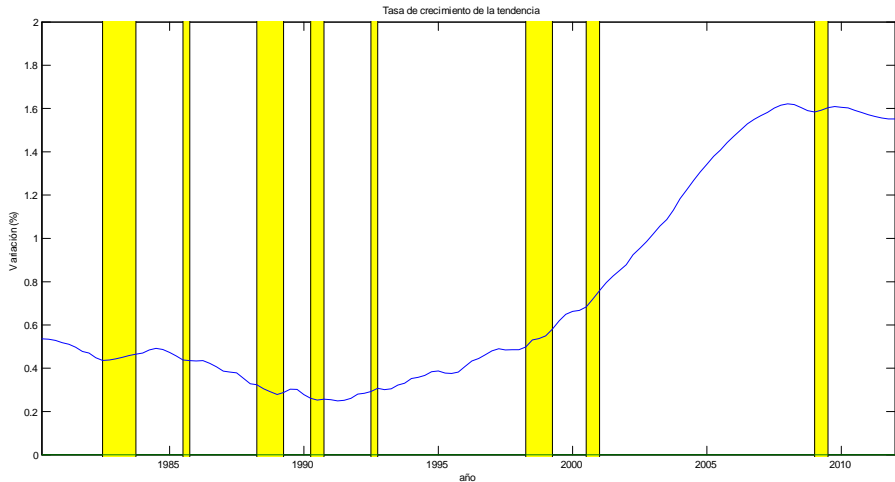
Resultados - Modelo MU-C

Probabilidades de los regímenes



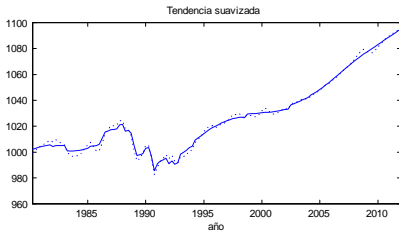
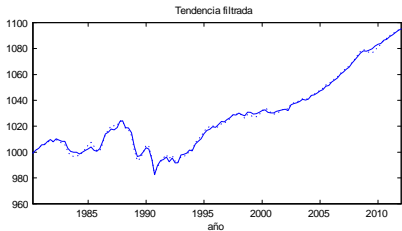
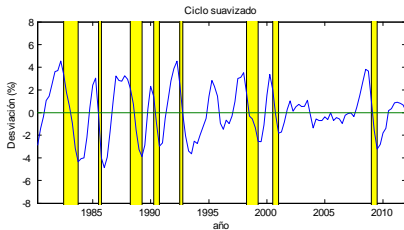
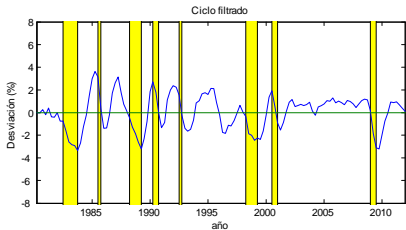
Resultados - Modelo MU-C

Evolución de la pendiente



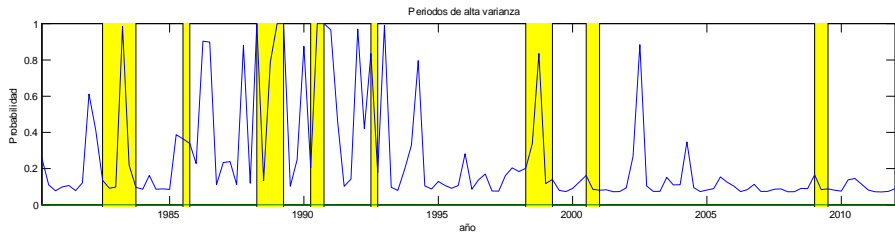
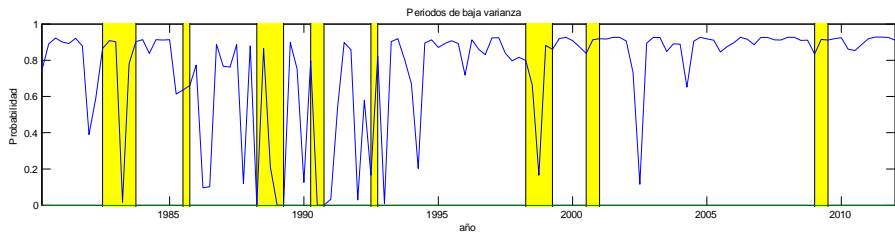
Resultados - Modelo MU-N

Descomposición en Tendencia y Ciclo



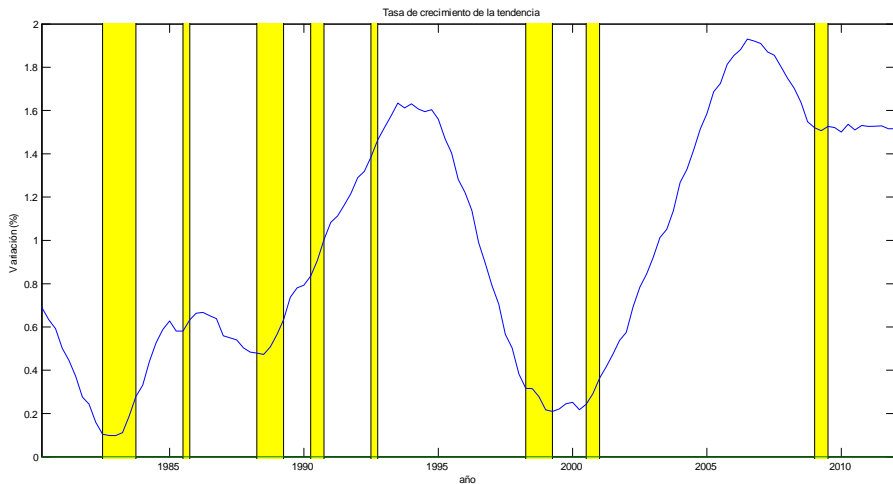
Resultados - Modelo MU-N

Probabilidades de los regímenes



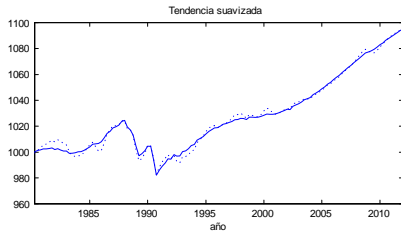
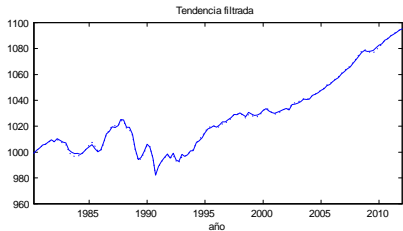
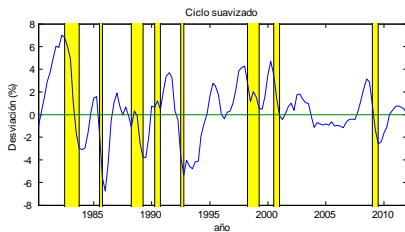
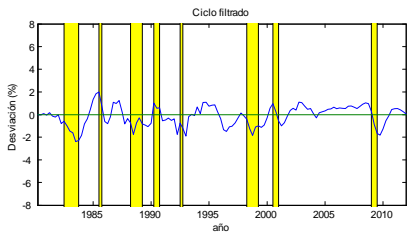
Resultados - Modelo MU-N

Evolución de la pendiente



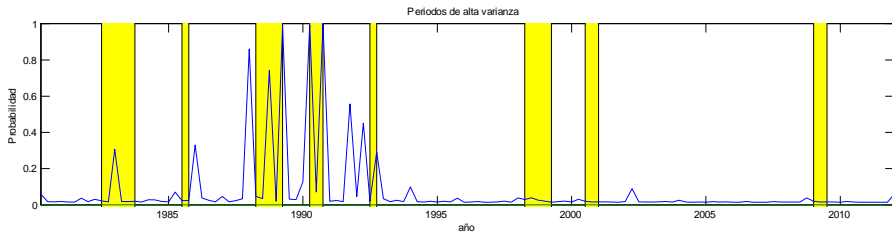
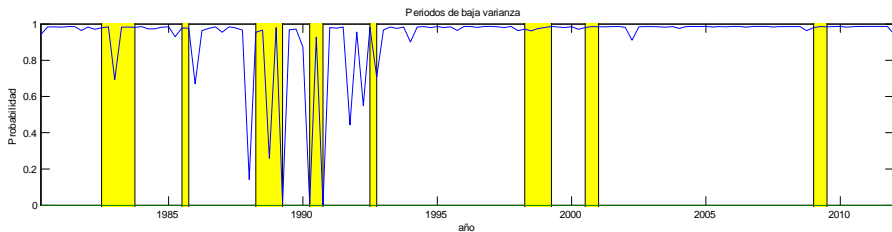
Resultados - Modelo MU-P

Descomposición en Tendencia y Ciclo



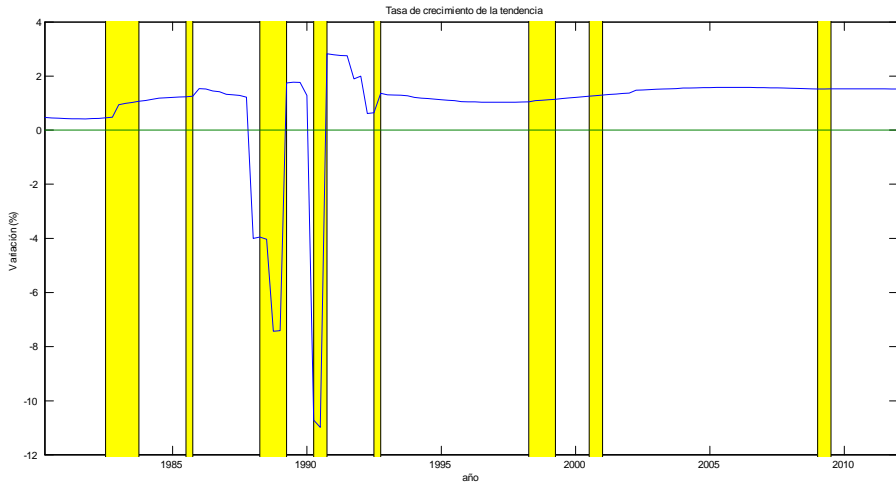
Resultados - Modelo MU-P

Probabilidades de los regímenes



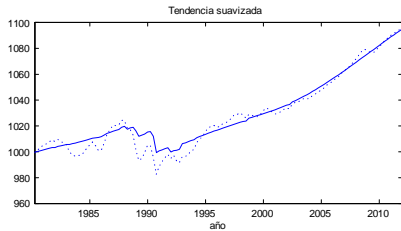
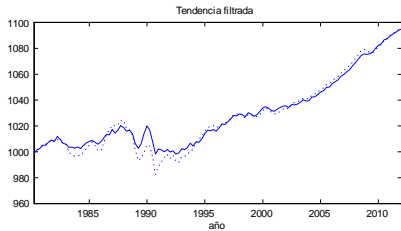
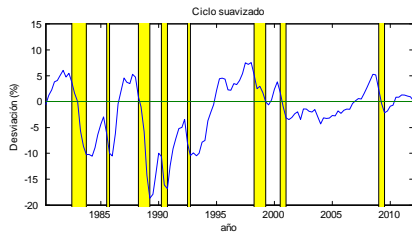
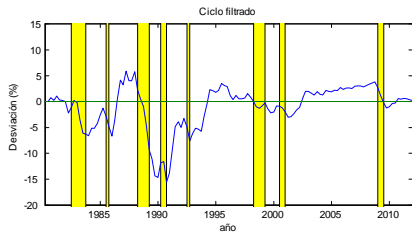
Resultados - Modelo MU-P

Evolución de la pendiente



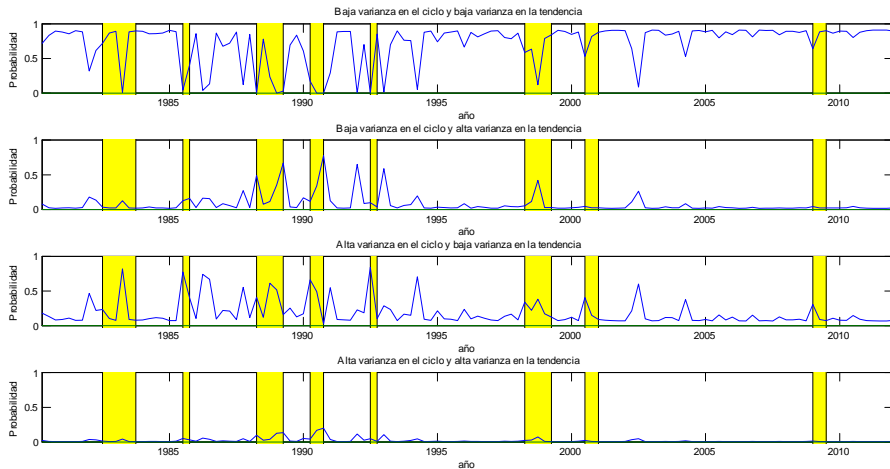
Resultados - Modelo MU-CN

Descomposición en Tendencia y Ciclo



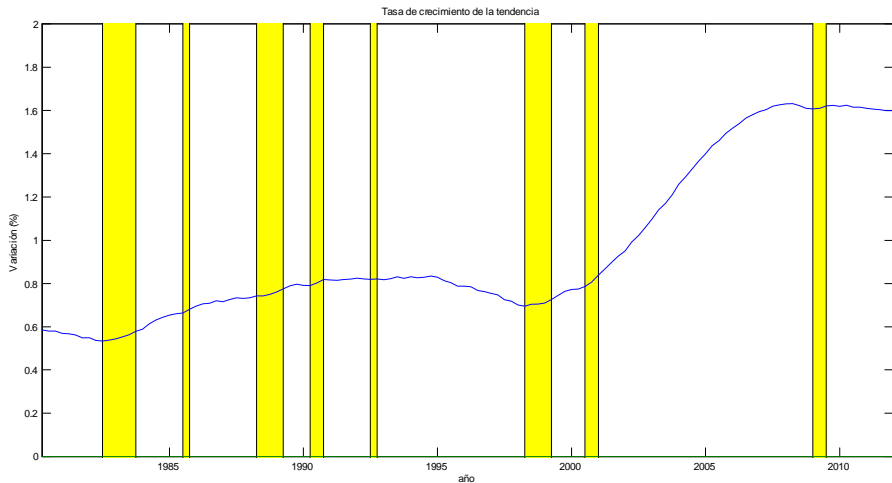
Resultados - Modelo MU-CN

Probabilidades de los regímenes



Resultados - Modelo MU-CN

Evolución de la pendiente



Resultados

Participación de los Choques en la Varianza del Producto

	MU-C	MU-N	MU-P	MU-CN	MU-CP	MU-NP	MU-CNP
σ_{η}^2	0.1%	48.2%	39.5%	25.6%	0.9%	59.9%	45.1%
σ_{ϵ}^2	69.0%	42.6%	43.2%	69.3%	68.1%	32.6%	41.9%
σ_v^2	4.9%	9.2%	16.1%	4.6%	5.0%	7.4%	12.8%
σ_{ω}^2	26.0%	0.0%	1.2%	0.4%	26.0%	0.2%	0.2%

Resultados

Ratio de Verosimilitud

	MU-C	MU-N	MU-P	MU-CN	MU-CP	MU-NP	MU-CNP
MU-0	0.514	0.754		0.001	0.012	0.823	1.000
MU-C				0.000	0.000		1.000
MU-N				0.000		0.023	1.000
MU-P					0.000	0.000	0.221
ln(L)	-307.4	-308.3	-316.9	-291.7	-295.1	-301.1	-306.0

Se muestran los p-values siguiendo la especificación de Davies (1987).

Resultados

Correlaciones con otros métodos

	MU-C	MU-N	MU-P	MU-CN	MU-CP	MU-NP	MU-CNP
tq	0.84	0.50	0.62	0.94	0.84	0.17	0.83
HP	0.71	0.69	0.50	0.76	0.71	0.39	0.72
ByK	0.74	0.68	0.46	0.77	0.74	0.36	0.73
Clark	0.71	0.34	0.26	0.83	0.71	0.10	0.77
Hamilton	0.33	0.45	0.45	0.68	0.34	0.12	0.47
Plucking	0.88	0.31	0.33	0.81	0.88	0.12	0.81
Promedio	0.70	0.50	0.44	0.80	0.70	0.21	0.72

tq: tendencia lineal con quiebre en nivel en 1992q3 y en pendiente en 2002q1.

- La metodología aplicada es flexible y permite modelar las no linealidades presentes en el PBI peruano.
- Se generan ciclos acorde con los periodos de expansión y recesión de la economía peruana.
- La mayoría de las recesiones son asociadas a regímenes de alta volatilidad, a excepción de la recesión del 2009.
- El peso relativo de los choques de corto y largo plazo es sensible a la especificación, sin embargo, cuando se admiten mixturas de normales para ambos tipos de choques, los choques de corto plazo predominan.
- El modelo MU-CN es el que mejor desempeño tiene y recoge un cambio estructural acontecido a inicios de los 90s así como la asimetrías en los ciclos.

- Un test sobre los residuos de cada modelo.
- Un método para comparar los modelos que no están anidados.
- Un análisis de sensibilidad al considerar un gran número de mixturas.
- Mejorar la presentación del documento.